

Ս.Գ. ԳՈՄՅՅԱՆ

ԵՐԿՉԱՓ ԱԶԴԱՆՇԱՆՆԵՐԻ ՎԵՐԱԿԱՆԳՆՈՒՄԸ ԵՎ ՍԵՂՄՈՒՄԸ ՎԵՑՎԼԵՏ-ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՄԱՄԲ

Դիտարկվել են միաչափ և երկչափ ազդանշանների վեյվլետ-տրոհման և վերականգնման տեսական հիմունքները՝ անընդհատ և ընդհատ ձևափոխությունների դեպքում, ինչպես նաև սեղմման և աղմուկներից վեյվլետ-մաքրման գաղափարները: Իրականացվել է պատկերների վեյվլետ-վերականգնում և սեղմում տարատեսակ վեյվլետներով՝ Wavelet Toolbox V4.11 փաթեթի կիրառմամբ, որն ունի բարդ ազդանշանների մշակման համար նախատեսված նորագույն և հզոր գործիքակազմ:

Առանցքային բառեր. բազիսային ֆունկցիա, վեյվլետ-ձևափոխություններ, դեկոմպոզիցիա, շեմային մշակում, երկչափ պատկերների սեղմում:

Ներածություն: Վեյվլետները ներկայացնում են մաթեմատիկական օբյեկտների մի նոր դաս, որոնք թույլ են տալիս սկզբունքային նոր բազիսներով մոտարկել ոչ ստացիոնար ֆունկցիաներ, բարդ ազդանշաններ կամ պատկերներ, ընդ որում՝ գրեթե իդեալական կամ չնչին սխալանքով: Վեյվլետներն ունեն մի շարք ակնհայտ առավելություններ Ֆուրյե-շարքերի համեմատ ֆունկցիաների տեղային առանձնահատկությունները բացահայտելիս: Վեյվլետների բազիսային ֆունկցիաների բազմազանությունը թույլ է տալիս դրանք հեշտությամբ կիրառել գործնական այս կամ այն բարդությամբ խնդիրներ լուծելու համար: Պատկերների մշակման ոլորտում դրանք ընձեռում են նոր և արդյունավետ հնարավորություններ, օրինակ՝ տեսաազդանշաններից աղմուկները հեռացնելու կամ պատկերներ պարունակող ֆայլերը սեղմելու դեպքում: Սա շատ արդիական խնդիր է ոչ միայն երկրաֆիզիկայում, կենսաբանությունում, բժշկությունում, այլ նաև ռադիոտեխնիկայում և կապի համակարգերում: Մահմանափակ թողունակությամբ ուղիներով սեղմված պատկերների հաղորդման համար դրանք համարվում են առավել հեռանկարային, օրինակ՝ համացանցով, բջջային կապով, բանկային հիմնարկների, գրասենյակների և պետական ծառայությունների համեմատաբար նեղշերտ կապուղիներով:

Աշխատանքի նպատակն է մշակել վեյվլետ-գոիչների նոր համակարգ, որը հնարավորինս ճշգրիտ կարողանա վերականգնել ընդունված պատկերը վեյվլետ-փոխակերպման արդյունքում և հնարավորինս արդյունավետ կարողանա սեղմել ինֆորմացիան՝ որակի նվազագույն անկումով, տվյալների բազայում պահպանելու

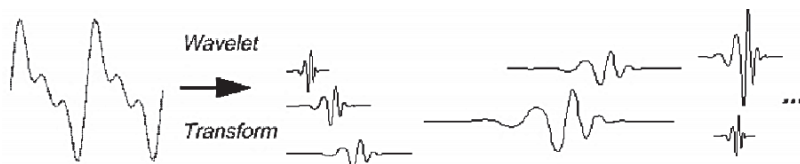
կամ սահմանափակ թողունակությամբ ուղիներով հաղորդելու նպատակով: Դրա համար կիրառվել են տարբեր տեսակի վեյվլետներ, փորձարկվել են դեկոմպոզիցիայի տարբեր մակարդակներ, շեմային մշակման տարբեր մեթոդներ և շեմային օպտիմալ մակարդակներ:

Խնդրի դրվածքը: Ժամանակակից կապի համակարգերում լայնորեն կիրառվում են լայնաշերտ իմպուլսային և թվային ազդանշաններ, որոնց վերլուծության համար ազդանշանը ներկայացվում է պարզագույն բաղադրիչների՝ $\psi_k(t)$ բազիսային ֆունկցիաների և ազդանշանի մասին ինֆորմացիա պարունակող C_k գործակիցների արտադրյալի կշռված գումարի տեսքով.

$$s(t) = \sum_k C_k \psi_k(t): \quad (1)$$

Վեյվլետների բազիսային ֆունկցիաները կտրուկ տարբերվում են Ֆուրյեի շարքի բազիսային ֆունկցիայից՝ սինուսոիդից: Դրանք ներկայացնում են մակարդակի թռիչքով ֆունկցիաներ, իմպուլսներով մոդուլացված սինուսոիդներ և այլ տատենակ ֆունկցիաներ:

Վեյվլետների միջոցով $s(t)$ ազդանշանը ներկայացվում է ալիքային փաթեթների՝ վեյվլետների համախմբով, որոնք ձևավորվում են որոշակի սկզբնական $\psi_0(t)$ բազիսային ֆունկցիայի հիման վրա (նկ. 1): Այդ համախմբը տարբեր է ազդանշանի որոշման տարբեր ժամանակահատվածներում, որը ներկայացնում է վերջինս՝ ճշտության այս կամ այն աստիճանով:



Նկ.1. Ազդանշանի վեյվլետ-վերլուծություն

Ազդանշանի տրոհման դեպքում օգտագործված վեյվլետների թիվը որոշում է ազդանշանի տրոհման (դեկոմպոզիցիայի) մակարդակը: Դեկոմպոզիցիայի ավելի ցածր մակարդակներում ազդանշանի ներկայացման ճշտությունը նվազում է, սակայն առաջանում են ազդանշանների վեյվլետ-գտման, սեղմման և աղմուկներից հեռացման հնարավորություններ, քանզի հենց այդ բարձր մակարդակներում են բացահայտվում ազդանշանների կարճատև առանձնահատկությունները, որոնց շարքն են դասվում նաև աղմուկները:

Ակնհայտ է, որ ազդանշանների ներկայացման համար վեյվլետները պետք է հնարավորություն ունենան սեղմվել (կամ ընդարձակվել) և տեղաշարժվել ազդանշանի փոփոխության ամբողջ ժամանակահատվածում: Հաշվի առնելով

այս հատկությունը, որոշակի ψ_0 բազիսային ֆունկցիայի հիման վրա ստեղծվող $\psi(t)$ վեյվլետ-ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել հետևյալ արտահայտությամբ.

$$\psi(t) = a^{-1/2} \psi_0 \left(\frac{t-b}{a} \right), \quad (2)$$

որտեղ $b \in \mathbb{R}$ -ը պարամետր է, որը որոշում է վեյվլետի դիրքը ժամանակի առանցքի վրա, $a > 0, a \in \mathbb{R}^+ - \{0\}$ -ն՝ պարամետր, որը որոշում է վեյվլետի մասշտաբավորումը:

Ուղիղ և հակադարձ անընդհատ վեյվլետ ձևափոխությունները հնարավորություն են տալիս իրականացնելու տրված ժամանակահատվածում ազդանշանի ճշգրիտ (կամ շատ մոտ) վերականգնումը: Մակայն դա ոչ միշտ է հնարավոր լինում իրականացնել միայն $\psi(t)$ մանրամասնող ֆունկցիայի հիման վրա, քանզի այն ունակ է վերականգնելու $s(t)$ ազդանշանի միայն նուրբ մանրամասները, իսկ ազդանշանի ամբողջական պատկերը ստանալու համար օգտագործում են մոտարկող (կամ մասշտաբավորող) $\varphi(t)$ ժամանակային ֆունկցիան, որը սահմանում է ազդանշանի կոպիտ մոտարկումը [1]: Մոտարկող և մանրամասնող ֆունկցիաների գումարը վերջնարդյունքում տալիս է նախնական ազդանշանը՝ ճշտության այս կամ այն աստիճանով:

Անընդհատ վեյվլետ-ձևափոխությունը պահանջում է մեծ ծավալի հաշվարկներ [1], այդ իսկ պատճառով գործնական հաշվարկներ կատարելիս a և b պարամետրերին վերագրում են ընդհատ արժեքներ՝ $a = 2^j$ և $b = k2^j$, որտեղ j և k -ամբողջ թվեր են ($k \in \mathbb{Z}$ և $j = 1, 2, \dots$): Այդ դեպքում մանրամասնող վեյվլետ-ֆունկցիան և մոտարկող սքեյլինգ-ֆունկցիան կընդունեն հետևյալ տեսքը.

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j}t - k), \varphi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \varphi(2^{-j}t - k): \quad (3)$$

(2) և (3) կիրառելի են միաչափ ազդանշաններ մշակելիս, սակայն պատկերների դեպքում գործ ունենք տվյալների երկչափ զանգվածների հետ, և վերոհիշյալ ֆունկցիաները պետք է դիտարկել x և y փոփոխականներով: Անընդհատ երկչափ վեյվլետ-ձևափոխության դեպքում վեյվլետ-ֆունկցիան ներկայացվում է հետևյալ կերպ.

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{a_1 \cdot a_2}} \psi_0 \left(\frac{x-b_1}{a_1}, \frac{y-b_2}{a_2} \right), \quad (4)$$

որտեղ a_1 և a_2 -ը, ինչպես նաև b_1 և b_2 -ը ազդանշանի V տիրույթում (x և y) յուրաքանչյուր փոփոխությանը համապատասխանող a և b պարամետրերի արժեքներն են, ընդ որում՝ $V = x$ և $y \in \mathbb{R}^2$:

Ընդհատ երկչափ վեյվլետ-ձևափոխության դեպքում տրվում է ընդհատավորման պայմանը՝ $(j, k) \in \mathbb{Z}^2, a = 2^j$ և $b = k2^j = ka$, և այդ դեպքում.

$$\psi_{j,k} = 2^{-j/2}\psi(2^{-j}V - k), \varphi_{j,k}(t) = 2^{-j/2}\varphi(2^{-j}V - k): \quad (5)$$

Ճիշտ է, ազդանշանների վերականգնման ժամանակ օգտագործում են վեյվլետների ժամանակային կախվածությունները, սակայն դրանք ընդամենը պատկերացում են տալիս ազդանշանների տրոհման և վերականգնման էության մասին: Գործնականում իրական ձայնային և տեսաազդանշանների մշակման ժամանակ վեյվլետ-ձևափոխությունը կատարվում է հաճախականային տիրույթում, որտեղ կիրառվում է զտման մի մեթոդ, համաձայն որի վեյվլետների հաճախականային տիրույթը բաժանվում է երկու բաղադրիչների՝ ցածրահաճախական և բարձրահաճախական: Քանի որ զտիչներն անցկացնում են ազդանշանի հաճախականային բաղադրիչների միայն կեսը, ապա թողարկման շերտ չանցած բաղադրիչները կարող են հեռացվել: Այդ պրոցեսը կոչվում է դեցիմացիա երկուսով: Եվ եթե պարզապես գումարվեն զտիչների ելքում առաջացած ֆունկցիաները, ապա կստացվի նախնական ազդանշանը, այսինքն՝ տեղի կունենա ազդանշանի վերականգնում առաջնային մակարդակում: Ցածրահաճախական զտիչը, իր հերթին, կարելի է տրոհել երկու զտիչների և կատարել դեցիմացիա, և այդպես շարունակ: Այդպես ձևավորվում է վեյվլետ-զտիչների մի համակարգ, որն իրականացնում է ազդանշանի այս կամ այն մակարդակի դեկոմպոզիցիա: Վերականգնված ազդանշանը զբաղեցնում է ավելի փոքր հաճախականային սպեկտր: Դա նշանակում է ազդանշանի զտում և ինֆորմացիայի ծավալի կրճատում, ինչը հիմք է հանդիսանում ազդանշանների սեղմման և աղմուկներից ազատման համար [2]:

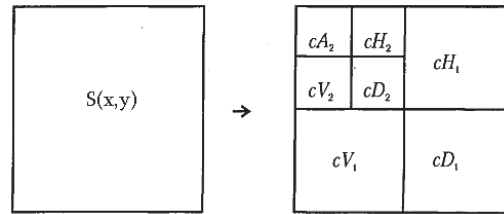
Ազդանշանի ներկայացումը՝ cA_j մոտարկող և cD_j մանրամասնող վեյվլետ-գործակիցների տրոհման ճանապարհով, կոչվում է j -րդ մակարդակի դեկոմպոզիցիա: Այդ դեպքում $S(t)$ ազդանշանի տրոհումը (կամ վերականգնումը) յուրաքանչյուր մակարդակում, ընդհանուր առմամբ, կարելի է ներկայացնել հետևյալ կերպ.

$$S(t) = cA_1 + cD_1 = cA_2 + cD_2 + cD_1 = cA_3 + cD_3 + cD_2 + cD_1 = \dots = cA_j + \sum cD_j : \quad (6)$$

Պատկերներ մշակելիս $S(x,y)$ երկչափ ազդանշանը ներկայացվում է մեկ cA_j ապրոքսիմացնող և երեք մանրամասնող գործակիցներով՝ cH_j -հորիզոնական, cV_j -ուղղահայաց և cD_j -անկյունագծային, որոնք արտացոլում են զանգվածի տարրերը համապատասխան ուղղություններով: Ազդանշանի տրոհման սխեման կարելի է ներկայացնել հետևյալ հաջորդականությամբ [3].

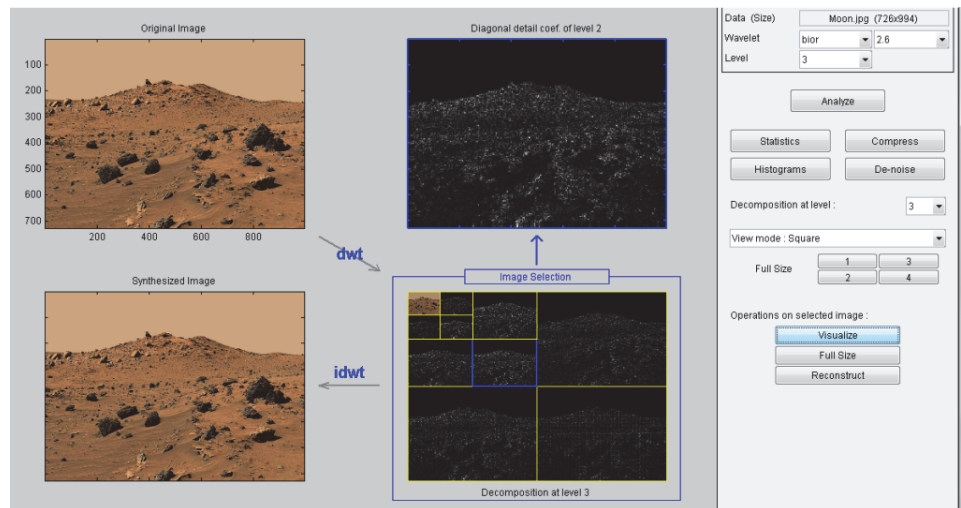
$$S(x,y) \rightarrow (cA_1, cH_1, cV_1, cD_1) \rightarrow (cA_2, cH_2, cV_2, cD_2, cH_1, cV_1, cD_1) \rightarrow \dots$$

MATLAB-ում ընդունված է նաև ներկայացման հետևյալ ձևը [3].



Նկ.2. Երկչափ ազդանշանի տրոհման սխեման

Հետազոտության արդյունքները: 1) Որպես հետազոտվող ազդանշան դիտարկվել է Լուսնի մակերևույթի՝ արբանյակից ստացված JPEG ֆորմատի պատկերը: Wavelet Toolbox փաթեթի GUI գրաֆիկական ինտերֆեյսի գլխավոր մենյուն կանչում են MATLAB-ի ծրագրային պատուհանում wavemenu հրամանով: Երկչափ ազդանշանների մշակման համար ընտրում ենք Wavelet 2-D բաժինը, որի գրաֆիկական միջավայրը հարմարեցված է պատկերների ընդհատ վերլուծության համար նախատեսված բազմաթիվ գործիքներով [4]: Վերոհիշյալ պատկերի վեյվլետ-տրոհման արդյունքները երևում են գրաֆիկական միջավայրի հիմնական դաշտում (նկ. 3): Այդ դաշտի ձախ մասի վերին և ստորին պատկերները համապատասխանում են բնօրինակին և վեյվլետ-գործակիցների մշակումից հետո ստացված պատկերին: Աջ մասում ներկայացվում է պատկերի մատրիցի վեյվլետ-տրոհումը բլոկների տեսքով՝ նկ. 2-ին համապատասխան:



Նկ.3. Պատկերի վեյվլետ-տրոհման գրաֆիկական պատուհանը

Գոյություն ունեցող վեյվլետ-մշակման ալգորիթմները սովորաբար իրականացվում են Դոբեշի կամ Միմլետի վեյվլետների կիրառմամբ [1 – 3, 5, 6]: Մեր կողմից առաջարկվում է կիրառել բիօրթոգոնալ վեյվլետներ, որոնք իրենց մաթեմա-

տիկական ապարատի շնորհիվ ունակ են ավելի ճշգրիտ մշակելու երկչափ ազդանշանները: Հետազոտվող պատկերի վերականգնման լավագույն արդյունքներ ստացվեցին bior2.6 վեյվլետի կիրառմամբ՝ տրոհման մինչև 3-րդ մակարդակը:

Որպեսզի ավելի պարզ դառնա պատկերի վերականգնման որակը, մեր կողմից մշակվել է նաև ծրագիր, որը կատարում է 3-րդ մակարդակի երկչափ ընդհատ վեյվլետ-տրոհում և վերականգնում wavedec2 և waverec2 ֆունկցիաների միջոցով, ինչպես նաև հաշվարկում է վերականգնված պատկերի ներկայացման սխալանքը.

```
>> v=im2double(d);
s=v(1:3920); ls=length(s);
[c,l]=wavedec2(s,3,'bior2.6');
a0=waverec2(c,l,'bior2.6');
err=norm(s-a0)
err =
2.3255e-14:
```

Սխալանքի շատ փոքր մեծությունը մեկնաբանության կարիք չունի:

2) Ազդանշանների սեղմման և աղմուկների հեռացման համար վեյվլետ-տեխնոլոգիայում կիրառում են ազդանշանների կարճատև առանձնահատկությունները ներկայացնող մանրամասնող գործակիցների մակարդակի սահմանափակում: Սահմանելով այդ գործակիցների համար որոշակի շեմ և հատելով դրանք ըստ այդ մակարդակի, կարելի է նվազեցնել աղմուկները կամ իրականացնել ազդանշանների սեղմում:

Որպես օրինակ դիտարկվել է «artadramasN1» ֆայլը, որը ներկայացնում է տեսահսկման խցիկով նկարահանված արտադրական տարածքի՝ 282 կՎժավալով JPEG ֆորմատի մի պատկեր: Նկ. 4-ում ներկայացված է Wavelet Toolbox փաթեթի Wavelet 2-D գրաֆիկական միջավայրում վերոհիշյալ պատկերի սեղմման պրոցեսը:



Նկ.4. Պատկերի սեղմում գլոբալ շեմի հաստատմամբ

Սեղմման արդյունքները երևում են գրաֆիկական միջավայրի հիմնական դաշտի վերնի աջ պատկերում (Compressed image): Պատուհանի աջ հատվածում հնարավոր է ընտրել վեյվլետի տեսակը, տրոհման մակարդակը, շեմային մշակման եղանակը: Այդտեղ արտացոլվում է նաև մանրամասնող վեյվլետ-գործակիցների սահմանափակման շեմի արժեքը: Կա նաև տեղային շեմերի հաստատման հնարավորություն, երբ սահմանվում են շեմեր յուրաքանչյուր գործակցի համար, ինչը հնարավորություն է տալիս փոփոխել պատկերի որակն ու սեղմվող ինֆորմացիայի ծավալը: Հետազոտման արդյունքները ցույց տվեցին, որ ամենալավ արդյունքներ ստացվում են bior2.2 վեյվլետի կիրառմամբ՝ տրոհման մինչև 2-րդ մակարդակը: Պատկերը սեղմվում է ավելի քան 3.5 անգամ՝ ազդանշանի էներգիայի 99,37% պահպանմամբ: Պատկերի ընդունելի որակը պահպանելու համար առաջարկվում է կիրառել գլոբալ շեմային մշակում, ինչի արդյունքում հեռացվում է վեյվլետ-գործակիցների մոտ 93,65%-ը:

Հետազոտությունների արդյունքները հաստատեցին, որ տրոհման ցածր մակարդակների դեպքում վերականգնված պատկերի որակը ստացվում է ավելի լավը, քան բարձր մակարդակների դեպքում, սակայն սեղմման աստիճանը ավելի ցածր է լինում: Նկ. 5-ում ներկայացված է «artadramasN1» ֆայլը տրոհման մինչև 2-րդ (նկ. 5, ա) և 8-րդ (նկ. 5, բ) մակարդակներ: Բնօրինակ ֆայլը զբաղեցնում էր 282 կԲ ծավալ, իսկ սեղմվածները՝ համապատասխանաբար 79 կԲ և 63 կԲ: Պատկերի որակը կարելի է լավացնել՝ կիրառելով շեմային մշակման տեղային եղանակը, սակայն սեղմման աստիճանի նվազման հաշվին:



ա)



բ)

Նկ.5. Սեղմված պատկերներ տրոհման 2-րդ (ա) և 8-րդ (բ) մակարդակներում

Եզրակացություն: Կատարված տեսական և փորձնական հետազոտությունները ցույց են տալիս, որ ուղիղ և հակադարձ վեյվլետ-ձևափոխությունները ոչ միայն ապահովում են ազդանշանի գրեթե կատարյալ վերականգնում, այլ նաև ընձեռում են այնպիսի հնարավորություններ, ինչպիսիք են աղմուկներից զտումը և պարունակվող ինֆորմացիայի սեղմումը: Աղմուկների մակարդակը կարելի է կրճատել մանրամասնող գործակիցների՝ ըստ սահմանված օպտիմալ շեմային մակարդակի հատմամբ և արդյունավետ շեմային մշակման մեթոդի ընտրությամբ: Վեյվլետ-տեխնոլոգիաներով սեղմված պատկերները ստացվում են ավելի որակյալ (օրինակ՝ JPEG տեխնոլոգիաների համեմատ), սեղմման նույնիսկ 30...50%-ի դեպքում, ընդ որում՝ բիօթոգոնալ վեյվլետները գերադասելի են այդպիսի խնդիրներ լուծելու համար: Կատարված հետազոտությունների արդյունքները կարող են հիմք հանդիսանալ նոր վեյվլետ-կոդեկների նախագծման համար տեսադիտարկման, անվտանգության և մուտքի վերահսկման համակարգերում:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Смоленцев Н.К.** Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. - М.: ДМК Пресс, 2005. – 304 с.
2. **Дьяконов В.П.** MATLAB. Обработка сигналов и изображений: Специальный справочник. - СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
3. **Смоленцев Н.К.** Вейвлет-анализ в MATLAB. - М.: ДМК Пресс, 2010. – 448 с.
4. **Дьяконов В.П.** MATLAB R2007/2008/2009 для радиоинженеров. - М.: ДМК Пресс, 2010. - 976 с.
5. **Добеши И.** Десять лекций по вейвлетам / Пер. с англ. Е.В. Мищенко; Под ред. А.П. Петухова. - М.: РХД, 2001. - 464 с.
6. **Hans-Georg Stark.** Wavelets and Signal Processing. An Application-Based Introduction. - Netherlands: Springer Berlin Heidelberg, 2005. – 150 p.

Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարան: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 19.03.2018:

С.Г. ГОМЦЯН

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ И СЖАТИЕ ДВУМЕРНЫХ СИГНАЛОВ С
ПРИМЕНЕНИЕМ ВЕЙВЛЕТ-ТЕХНОЛОГИЙ**

Рассмотрены теоретические основы вейвлет-разложения и восстановления одномерных и двумерных сигналов в случае непрерывного и дискретного преобразования, а также принципы сжатия и очистки сигналов от шума. Осуществлено вейвлет-преобразование и сжатие изображений разнотипными вейвлетами с применением пакета Wavelet Toolbox V4.11, который имеет новейший и мощнейший инструментарий для обработки сложных сигналов.

Ключевые слова: базисная функция, вейвлет-преобразования, декомпозиция, пороговая обработка, сжатие двумерных изображений.

S.G. GOMTSYAN

**RESTORATION AND COMPRESSION OF TWO-DIMENSIONAL
SIGNALS BY USING WAVELET-TECHNOLOGIES**

The theoretical bases of the wavelet-decomposition and reconstruction of one-dimensional and two-dimensional signals are considered in case of continuous and discrete transformation, also the compression and noise wavelet-cleaning principles. The description of the Wavelet Toolbox V4.11 package is given, which has the most advanced and powerful tools for processing the complex signals. Wavelet-transform and compression of images are implemented, using a variety of wavelets.

Keywords: basic function, wavelet transforms, decomposition, threshold processing, compression of two-dimensional signals.