

С.О. СИМОНЯН, А.А. АЙВАЗЯН

**ДЕКОМПОЗИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ
ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МАТРИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА РИККАТИ**

Предложены декомпозиционные аналитический и численно-аналитический методы решения алгебраических однопараметрических матричных уравнений типа Риккати, основанные на итерационных вычислительных схемах и дифференциальных преобразованиях (ДИВС+ДП). Получены условия разрешимости задачи. Рассмотрен модельный пример, демонстрирующий вычислительную эффективность численно-аналитического метода.

Ключевые слова: алгебраическое однопараметрическое матричное уравнение типа Риккати, редукция задачи, декомпозиционная итерационная вычислительная схема, дифференциальные преобразования, численно-аналитический метод решения, условия разрешимости задачи, модельный пример.

Введение. В работе [1] были предложены методы решения алгебраических однопараметрических матричных уравнений типа Риккати, основанные на аппаратах кронекеровых произведений матриц [2] и дифференциальных преобразований [3,4]. В настоящей работе рассматриваются декомпозиционные аналитический и численно-аналитический методы решения таких же уравнений, однако основанные на итерационных вычислительных схемах и дифференциальных преобразованиях.

Математический аппарат. Рассмотрим алгебраическое однопараметрическое матричное уравнение типа Риккати

$$X(t) \cdot D(t) \cdot X(t) + A(t) \cdot X(t) + X(t) \cdot B(t) = C(t), \quad (1)$$

где $D(t), A(t), B(t), C(t)$ - однопараметрические (функциональные) матрицы порядка m , а $X(t)$ - неизвестная матрица того же порядка, подлежащая определению.

1. Редукция и аналитическое решение. Однопараметрические матрицы $D(t), A(t), B(t), C(t)$ и $X(t)$ представим в виде следующих комплексных соотношений:

$$D(t) = D_1(t) + j \cdot D_2(t), \quad (2)$$

$$A(t) = A_1(t) + j \cdot A_2(t), \quad (3)$$

$$B(t) = B_1(t) + j \cdot B_2(t), \quad (4)$$

$$C(t) = C_1(t) + j \cdot C_2(t), \quad (5)$$

$$X(t) = X_1(t) + j \cdot X_2(t), \quad (6)$$

где $D_1(t), A_1(t), B_1(t), C_1(t), X_1(t)$ и $D_2(t), A_2(t), B_2(t), C_2(t), X_2(t)$ - матрицы порядка m действительных и мнимых частей соотношений (2)-(6) соответственно. Тогда преобразование нелинейного матричного уравнения (1) с учетом (2)-(6) приводит к следующей системе матричных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} X_1(t) \cdot D_1(t) \cdot X_1(t) - X_2(t) \cdot D_2(t) \cdot X_1(t) - X_1(t) \cdot D_2(t) \cdot X_2(t) - \\ - X_2(t) \cdot D_1(t) \cdot X_2(t) + A_1(t) \cdot X_1(t) - A_2(t) \cdot X_2(t) + X_1(t) \cdot B_1(t) - \\ - X_2(t) \cdot B_2(t) = C_1(t), \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} X_1(t) \cdot D_1(t) \cdot X_2(t) - X_2(t) \cdot D_2(t) \cdot X_2(t) + X_1(t) \cdot D_2(t) \cdot X_1(t) + \\ + X_2(t) \cdot D_1(t) \cdot X_1(t) + A_1(t) \cdot X_2(t) + A_2(t) \cdot X_1(t) + X_2(t) \cdot B_1(t) + \\ + X_1(t) \cdot B_2(t) = C_2(t). \end{cases} \quad (8)$$

Нетрудно убедиться, что систему (7), (8) можно представить также в виде следующего гиперматрично-блочного эквивалента:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} X_1(t) & -X_2(t) \\ X_2(t) & X_1(t) \end{bmatrix}_{2m \times 2m} \cdot \begin{bmatrix} D_1(t) & -D_2(t) \\ D_2(t) & D_1(t) \end{bmatrix}_{2m \times 2m} \cdot \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix}_{2m \times m} + \begin{bmatrix} A_1(t) & -A_2(t) \\ A_2(t) & A_1(t) \end{bmatrix}_{2m \times 2m} \cdot \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix}_{2m \times m} \\ & + \begin{bmatrix} X_1(t) & -X_2(t) \\ X_2(t) & X_1(t) \end{bmatrix}_{2m \times 2m} \cdot \begin{bmatrix} B_1(t) \\ B_2(t) \end{bmatrix}_{2m \times m} = \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix}_{2m \times m} \end{aligned} \quad (9)$$

или в компактной записи:

$$\tilde{X}(t) \cdot \tilde{D}(t) \cdot \bar{X}(t) + \tilde{A}(t) \cdot \bar{X}(t) + \tilde{X}(t) \cdot \bar{B}(t) = \bar{C}(t). \quad (10)$$

Замечание 1. Матрицы $\tilde{X}(t), \tilde{D}(t)$ и $\tilde{A}(t)$, очевидно, блочно-кососимметрические относительно первых главных диагоналей и блочно-симметрические относительно вторых главных диагоналей.

Замечание 2. Матричные уравнения (1) и (10) структурно подобны, однако содержательно достаточно различны: из-за различия квадратной матрицы $\tilde{X}(t)$ и прямоугольной матрицы $\bar{X}(t)$ с размерами $2m \times 2m$ и $2m \times m$ использование соответствующей кронекеровой матрицы с размерами $4m^2 \times 2m^2$ в общем случае приведет к наилучшему приближенному решению. В связи с этим обстоятельством появляется необходимость использования следующих итерационных вычислительных схем, порождаемых гиперматрично-блочным эквивалентом (10):

$$\bar{X}(t)_{(q+1)} = [\tilde{X}(t)_{(q)} \cdot \tilde{D}(t) + \tilde{A}(t)]_{2m \times 2m}^{-1} \cdot [\bar{C}(t) - \tilde{X}(t)_{(q)} \bar{B}(t)]_{2m \times m} \quad (11)$$

или

$$\tilde{X}(t)_{(q+1)} = [\bar{C}(t) - \tilde{A}(t) \cdot \bar{X}(t)_{(q)}]_{2m \times 2m} \cdot [\tilde{D}(t) \cdot \bar{X}(t)_{(q)} + \bar{B}(t)]_{m \times 2m}^+, \quad (12)$$

где q - номер итерации. Естественно, вычислительная схема (11) задает точные решения задачи и может быть реализована при выполнении условий регулярности

$$\text{rang}[\tilde{X}(t)_{(q)} \cdot \tilde{D}(t) + \tilde{A}(t)] = 2m, \forall q, \quad (13)$$

а вычислительная схема (12) из-за присутствия в ней обобщенных обратных матриц также задает наилучшие приближенные решения. Что касается точных решений, то они могут быть получены путем определения дополнительных корректирующих неизвестных [4], что достаточно обременительно с вычислительной точки зрения. Поэтому в дальнейшем будем оперировать лишь только вычислительными схемами типа (11), конечно, при выполнении условий регулярности (13). Заметим также, что итерационные вычислительные схемы (11) и (12) представляют, скорее всего, теоретический интерес и мало пригодны для практического применения (они могут быть реализованы лишь только при малых размерах входящих в них матриц и простых элементах последних). Однако универсальность известного метода замороженных коэффициентов (МЗК) позволяет использовать его для решения задачи выполнением следующих операций [4, стр. 99, 105]:

– в рассматриваемом интервале изменения параметра t выбираются изолированные точки $t_i, i = 1, 2, \dots$, и непрерывная задача (10) сводится к некоторому множеству числовых задач;

– решается каждая числовая задача с целью нахождения ее решений применением вычислительной схемы, порожденной схемой (11);

– используя полученные числовые решения, на основе применения некоторого метода теории аппроксимации находятся непрерывные решения редуцированной задачи (10), а следовательно, и решения исходной задачи (1).

Замечание 3. МЗК обычно характеризуется большой вычислительной трудоемкостью, связанной с решением множества числовых задач. Проблема особенно усугубляется при существовании разветвляющихся решений рассматриваемых задач [4, стр. 130]. Другие недостатки МЗК также хорошо известны [5, стр. 7,8]. В связи с этими обстоятельствами перейдем к иному подходу, основанному на дифференциальных преобразованиях [3,4].

2. Численно-аналитическое решение. Допустим, что все матрицы, входящие в (10), обладают достаточной степенью гладкости по параметру t , при котором имеют место следующие дифференциальные преобразования:

$$\tilde{D}(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{d\tilde{D}^K(t)}{dt^K} \Big|_{t=t_v}, K = \overline{0, \infty} \quad \cdot \quad \tilde{D}(t) = \chi_1(t, t_v, H, \tilde{D}(K), K = \overline{0, \infty}), \quad (14)$$

$$\tilde{A}(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{d\tilde{A}^K(t)}{dt^K} \Big|_{t=t_v}, K = \overline{0, \infty} \quad \cdot \quad \tilde{A}(t) = \chi_2(t, t_v, H, \tilde{A}(K), K = \overline{0, \infty}), \quad (15)$$

$$\bar{B}(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{d\bar{B}^K(t)}{dt^K} \Big|_{t=t_v}, K = \overline{0, \infty} \quad \cdot \quad \bar{B}(t) = \chi_3(t, t_v, H, \bar{B}(K), K = \overline{0, \infty}), \quad (16)$$

$$\bar{C}(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{d\bar{C}^K(t)}{dt^K} \Big|_{t=t_v}, K = \overline{0, \infty} \quad \cdot \quad \bar{C}(t) = \chi_4(t, t_v, H, \bar{C}(K), K = \overline{0, \infty}), \quad (17)$$

$$\tilde{X}(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{d\tilde{X}^K(t)}{dt^K} \Big|_{t=t_v}, K = \overline{0, \infty} \quad \cdot \quad \tilde{X}(t) = \chi_5(t, t_v, H, \tilde{X}(K), K = \overline{0, \infty}), \quad (18)$$

$$\bar{X}(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{d\bar{X}^K(t)}{dt^K} \Big|_{t=t_v}, K = \overline{0, \infty} \quad \cdot \quad \bar{X}(t) = \chi_6(t, t_v, H, \bar{X}(K), K = \overline{0, \infty}), \quad (19)$$

где матричные дискреты

$$\tilde{D}(K) = \begin{bmatrix} D_1(K) & -D_2(K) \\ D_2(K) & D_1(K) \end{bmatrix}_{2m \times 2m}, K = \overline{0, \infty}; \quad (20)$$

$$\tilde{A}(K) = \begin{bmatrix} A_1(K) & -A_2(K) \\ A_2(K) & A_1(K) \end{bmatrix}_{2m \times 2m}, K = \overline{0, \infty}; \quad (21)$$

$$\bar{B}(K) = \begin{bmatrix} B_1(K) \\ B_2(K) \end{bmatrix}_{2m \times m}, K = \overline{0, \infty}; \quad (22)$$

$$\bar{C}(K) = \begin{bmatrix} C_1(K) \\ C_2(K) \end{bmatrix}_{2m \times m}, K = \overline{0, \infty}; \quad (23)$$

$$\tilde{X}(K) = \begin{bmatrix} X_1(K) & -X_2(K) \\ X_2(K) & X_1(K) \end{bmatrix}_{2m \times 2m}, K = \overline{0, \infty}; \quad (24)$$

$$\bar{X}(K) = \begin{bmatrix} X_1(K) \\ X_2(K) \end{bmatrix}_{2m \times m}, K = \overline{0, \infty}. \quad (25)$$

Замечание 4. Матрицы $\tilde{X}(K)$, $\tilde{D}(K)$ и $\tilde{A}(K)$, очевидно, блочно-кососимметрические относительно первых главных диагоналей и блочно-симметрические относительно вторых главных диагоналей.

Теперь с учетом правил матричной алгебры дифференциальных преобразований [4-6] и матричных дискретов (20)-(25) алгебраическое однопараметрическое матричное уравнение типа Риккати (10) из области оригиналов переведем в область дифференциальных изображений. Получим следующую гиперматрично-блочную спектральную модель:

$$\sum_{l=0}^K \tilde{X}(K-l) \sum_{m=0}^l \tilde{D}(m) \cdot \bar{X}(l-m) + \sum_{l=0}^K \tilde{A}(l) \cdot \bar{X}(K-l) + \sum_{l=0}^K \tilde{X}(K-l) \cdot \bar{B}(l) = \bar{C}(K), \quad (26)$$

откуда

при $K=0$:

$$\tilde{X}(0) \cdot \tilde{D}(0) \cdot \bar{X}(0) + \tilde{A}(0) \cdot \bar{X}(0) + \tilde{X}(0) \cdot \bar{B}(0) = \bar{C}(0),$$

следовательно,

$$\bar{X}(0)_{(q+1)} = \left[\tilde{X}(0)_{(q)} \cdot \tilde{D}(0) + \tilde{A}(0) \right]^{-1} \cdot \left[\bar{C}(0) - \tilde{X}(0)_{(q)} \cdot \bar{B}(0) \right], \quad (27)$$

что, очевидно, точно совпадает с (11) при некотором фиксированном центре аппроксимации t_v и выполнении условий регулярности

$$\text{rang} \left[\tilde{X}(0)_{(q)} \cdot \tilde{D}(0) + \tilde{A}(0) \right] = 2m, \quad \forall q; \quad (28)$$

при $K=1$:

$$\begin{aligned} & \tilde{X}(1) \cdot \tilde{D}(0) \cdot \bar{X}(0) + \tilde{X}(0) \cdot \tilde{D}(1) \cdot \bar{X}(0) + \tilde{X}(0) \cdot \tilde{D}(0) \cdot \bar{X}(1) + \\ & + \tilde{A}(1) \cdot \bar{X}(0) + \tilde{A}(0) \cdot \bar{X}(1) + \tilde{X}(1) \cdot \bar{B}(0) + \tilde{X}(0) \cdot \bar{B}(1) = \bar{C}(1), \end{aligned}$$

откуда с учетом условий регулярности (28) получим

$$\begin{aligned} \bar{X}(1)_{(q+1)} = & \left[\tilde{X}(0) \cdot \tilde{D}(0) + \tilde{A}(0) \right]^1 \cdot \left[\bar{C}(1) - \tilde{A}(1) \cdot \bar{X}(0) - \right. \\ & \left. - \tilde{X}(0) \cdot [\tilde{D}(1) \cdot \bar{X}(0) + \bar{B}(1)] - \tilde{X}(1)_{(q)} \cdot [\tilde{D}(0) \bar{X}(0) + \bar{B}(0)] \right]; \end{aligned} \quad (29)$$

при $K=2$:

$$\begin{aligned} & \tilde{X}(2) \cdot \tilde{D}(0) \cdot \bar{X}(0) + \tilde{X}(0) \cdot \tilde{D}(2) \cdot \bar{X}(0) + \tilde{X}(0) \cdot \tilde{D}(0) \cdot \bar{X}(2) + \\ & + \tilde{X}(1) \cdot \tilde{D}(1) \cdot \bar{X}(0) + \tilde{X}(1) \cdot \tilde{D}(0) \cdot \bar{X}(1) + \tilde{X}(0) \cdot \tilde{D}(1) \cdot \bar{X}(1) + \\ & + \tilde{A}(2) \cdot \bar{X}(0) + \tilde{A}(1) \cdot \bar{X}(1) + \tilde{A}(0) \cdot \bar{X}(2) + \\ & + \tilde{X}(2) \cdot \bar{B}(0) + \tilde{X}(1) \cdot \bar{B}(1) + \tilde{X}(0) \cdot \bar{B}(2) = \bar{C}(2), \end{aligned}$$

откуда, в свою очередь, с учетом условий регулярности (28) получим

$$\begin{aligned} \bar{X}(2)_{(q+1)} = & \left[\tilde{X}(0) \cdot \tilde{D}(0) + \tilde{A}(0) \right]^1 \cdot \left[\bar{C}(2) - \tilde{A}(2) \cdot \bar{X}(0) - \tilde{A}(1) \cdot \bar{X}(1) - \right. \\ & - \tilde{X}(0) \cdot [\tilde{D}(2) \cdot \bar{X}(0) + \tilde{D}(1) \cdot \bar{X}(1) + \bar{B}(2)] - \tilde{X}(1) \cdot [\tilde{D}(1) \cdot \bar{X}(0) + \\ & + \tilde{D}(0) \cdot \bar{X}(1) + \bar{B}(1)] - \tilde{X}(2)_{(q)} \cdot [\tilde{D}(0) \cdot \bar{X}(0) + \bar{B}(0)] \Big]; \end{aligned} \quad (30)$$

⋮

при $K=K$:

$$\begin{aligned} & \tilde{X}(K) \cdot \tilde{D}(0) \cdot \bar{X}(0) + \tilde{X}(0) \cdot \tilde{D}(K) \cdot \bar{X}(0) + \tilde{X}(0) \cdot \tilde{D}(0) \cdot \bar{X}(K) + \\ & + \sum_{l=0}^{K-1} \tilde{X}(K-l) \sum_{m=0}^l \tilde{D}(m) \cdot \bar{X}(l-m) + \tilde{A}(0) \cdot \bar{X}(K) + \sum_{l=0}^{K-1} \tilde{A}(K-l) \cdot \bar{X}(l) + \\ & + \tilde{X}(0) \cdot \bar{B}(K) + \sum_{l=0}^{K-1} \tilde{X}(K-l) \cdot \bar{B}(l) = \bar{C}(K), = \bar{C}(K), \end{aligned}$$

откуда с учетом условий регулярности (28) имеем

$$\begin{aligned}
\bar{X}(K)_{(q+1)} = & \left[\tilde{X}(0) \cdot \tilde{D}(0) + \tilde{A}(0) \right]^1 \cdot \left[\bar{C}(K) - \sum_{l=0}^{K-1} \tilde{A}(K-l) \cdot \bar{X}(l) - \right. \\
& - \tilde{X}(0) \cdot \left[\tilde{D}(K) \cdot \bar{X}(0) + \bar{B}(K) \right] - \sum_{l=0}^{K-1} \tilde{X}(K-l) \cdot \bar{B}(l) - \\
& \left. - \sum_{l=0}^{K-1} \tilde{X}(K-l) \sum_{m=0}^l \tilde{D}(m) \cdot \bar{X}(l-m) - \tilde{X}(K)_{(q)} \cdot \tilde{D}(0) \cdot \bar{X}(0) \right].
\end{aligned} \tag{31}$$

Таким образом, имея матричные дискреты $\bar{X}(0), \bar{X}(1), \bar{X}(2), \dots, \bar{X}(K)$, в соответствии с (27), (29)-(31) с учетом (19) можно восстановить решение (6) задачи (1).

Модельный пример. Рассмотрим однопараметрическое матричное уравнение типа Риккати

$$X(t) \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & j \end{bmatrix} \cdot X(t) + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ jt & t \end{bmatrix} \cdot X(t) + X(t) \cdot \begin{bmatrix} 1 & (1+j) \\ -t & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (t^2 - 2jt) & (1+j \cdot t) \\ jt & (-t - t^2 + jt^2) \end{bmatrix},$$

решенное в [1] численно-аналитическим методом, основанным на кронекеровых произведениях матриц и дифференциальных преобразованиях. Здесь представим результаты решения этой задачи декомпозиционным численно-аналитическим итерационным методом.

При $t_v = 1$, $H=1$ имеем

$$D_1(0) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_2(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_1(K) = D_2(K) = [0], \quad \forall K \geq 1;$$

$$A_1(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_1(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_1(K) = A_2(K) = [0], \quad \forall K \geq 2;$$

$$B_1(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2(1) = [0],$$

$$B_1(K) = B_2(K) = [0], \quad \forall K \geq 2;$$

$$C_1(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad C_2(0) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_1(1) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad C_2(1) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$C_1(2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad C_2(2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_1(K) = C_2(K) = [0], \quad \forall K \geq 3.$$

Организация вычислительных процедур согласно (27), (29), (30) и (31) с учетом выполнения условия регулярности (28) при многочисленных различных (в частности, трех) начальных приближениях матричных дискретов $\bar{X}(0)_{(0)}, \bar{X}(1)_{(0)}, \bar{X}(2)_{(0)}, \dots$ привела к результатам, представленным в табл. 1- 3.

Таблица 1

	$\bar{X}(0)_{(0)}$	$\bar{X}(0)_{(1)}$
1	$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \\ \hline 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	
2	$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ \hline 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ \hline 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ \hline 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$	

Таблица 2

	$\bar{X}(1)_{(0)}$	$\bar{X}(1)_{(1)}$
1	$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ \hline 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$	
2	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ \hline 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ \hline 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	

Таблица 3

	$\bar{X}(2)_{(0)}$	$\bar{X}(2)_{(1)}$
1	$\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \\ \hline -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$	
2	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 0 \\ \hline 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	

Следовательно, решение задачи выглядит так:

$$\begin{aligned}
 X(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot (t-1) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot (t-1)^2 + \\
 &+ j \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot (t-1) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot (t-1)^2 \right) = \\
 &= \begin{bmatrix} 1 + j(1+t-1) & j \\ 0 & (-1 - (t-1)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + jt & j \\ 0 & -t \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

что точно совпадает с решением, полученным в [1] отмеченным выше методом. Задача решена также МЗК. Покомпонентные представления матриц $X_1(t)$ и $X_2(t)$ при применении этих методов приведены на рис. 1 и 2 соответственно.

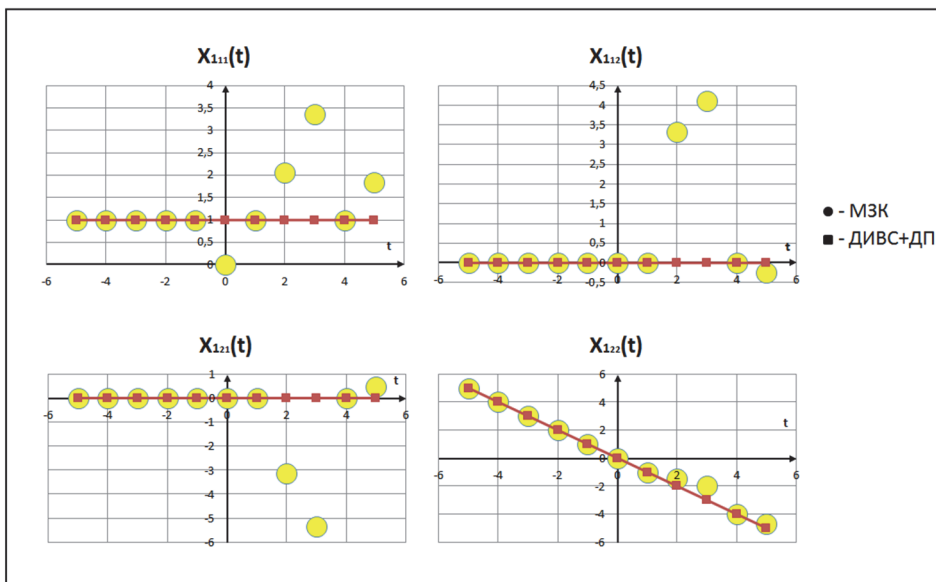


Рис. 1. Покомпонентное представление динамики элементов матрицы $X_1(t)$

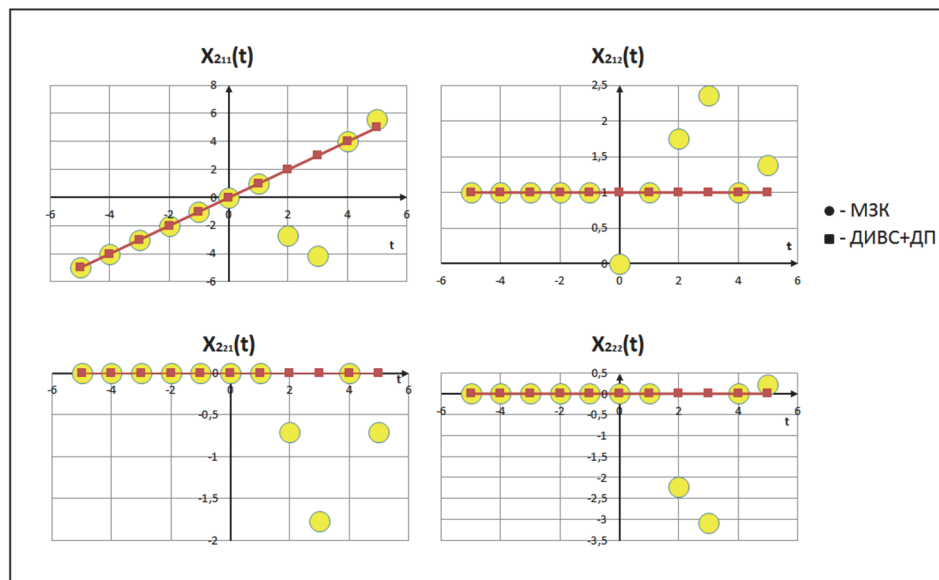


Рис. 2. Покомпонентное представление динамики элементов матрицы $X_2(t)$

Очевидно, что при МЗК наблюдаются некоторые отклонения от точного решения $X(t)$ на отдельных подынтервалах параметра t , что также является недостатком МЗК.

Заключение. Таким образом, решение рассматриваемой задачи предложенным декомпозиционным численно-аналитическим методом достаточно эффективно реализуемо современными средствами информационных технологий [7] и обеспечивает получение ее точных решений в отличие от общеизвестного МЗК, характеризующегося определенными вычислительными недостатками.

Исследование проведено в научно-исследовательской базовой лаборатории “Системный анализ”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Симонян С.О., Айвазян А.А.** Методы решения алгебраических однопараметрических матричных уравнений типа Риккати // Известия НАН РА и НПУА. Серия ТН.-2017.- Т.LXX, № 2.- С. 235-247.
2. **Гантмахер Ф.Р.** Теория матриц. - М.: Наука, 2010.–560 с.
3. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные преобразования функций и уравнений.- Киев: Наукова думка, 1984.- 420с.
4. **Симонян С.О., Аветисян А.Г.** Прикладная теория дифференциальных преобразований.- Ереван: Изд.-во НПУА “Чартарагет”, 2010.- 361с.

5. **Симонян С.О.** Методы определения однопараметрических обобщенных обратных матриц.- Saarbrücken, Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing RU, 2017.- 222 с.
6. **Симонян С.О., Меликян А.В.** Алгебра матричных вычислений в области дифференциальных преобразований // Вестник ИАА.- 2017.- Т.14, №2.- С. 268-275.
7. **Moore H.** MATLAB for Engineers. 5th edition. - London: Pearson, 2017.- 688 p.

Национальный политехнический университет Армении. Материал поступил в редакцию 05.06.2017.

Ս.Հ. ՄԻՄՈՆՅԱՆ, Ա.Ա. ԱՅՎԱԶՅԱՆ

ՌԻԿԱՏԻ ՏԻՊԻ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ՄԻԱՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՄԱՏՐԻՑԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԼՈՒՇՄԱՆ ԴԵԿՈՄՊՈԶԻՑԻՈՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐ

Առաջարկվել են Ռիկկատի տիպի հանրահաշվական միապարամետրական մատրիցային հավասարումների լուծման անալիտիկ և թվա-անալիտիկ մեթոդներ, որոնք հիմնված են իտերացիոն հաշվողական սխեմաների և դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա (ԻՀՄ+ԴՀ): Ստացվել են խնդրի լուծելիության պայմանները: Դիտարկվել է մոդելային օրինակ, որը ցուցադրում է թվա-անալիտիկ մեթոդի հաշվողական արդյունավետությունը:

Առանցքային բառեր. Ռիկկատի տիպի հանրահաշվական միապարամետրական մատրիցային հավասարում, խնդրի ռեդուկցիա, դեկոմպոզիցիոն իտերացիոն հաշվողական սխեմա, դիֆերենցիալ ձևափոխություններ, լուծման թվա-անալիտիկ մեթոդ, խնդրի լուծելիության պայմաններ, մոդելային օրինակ:

S.H. SIMONYAN, A.A. AYVAZYAN

DECOMPOSITION METHODS FOR SOLVING RICCATI-TYPE ALGEBRAIC ONE-PARAMETRIC MATRIX EQUATIONS

Analytical and numerical-analytical methods are proposed for solving Riccati-type algebraic one-parametric matrix equations, which are based on decompositional iterative computational schemes and differential transformations (ICS & DT). Conditions for solvability of the problem are obtained. A model example is considered, which shows the computational productivity of the numerical-analytical method.

Keywords: Riccati-type algebraic one-parametric matrix equations, reduction of the problem, iterative computational scheme, differential transformations, numerical-analytical solution method, solvability conditions of the problem, model example.