ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и НПУА. Сер. ТН. 2016. Т. LXIX, N3.

УДК 621.3 АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

А.А. ТЕРЗЯН, Г.С. СУКИАСЯН, Т.Р. МЕЛКОНЯН

О ЗАВИСИМОСТИ ЭФФЕКТИВНОСТИ СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА ОТ РАЗМЕРНОСТИ ПРОСТРАНСТВА ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Проанализированы эффективности различных алгоритмов случайного поиска при решении задачи оптимизации модели электрической машины, а также их зависимость от размерности пространства поиска. Проведены численные эксперименты оптимизации модели электрической машины с большим числом варьируемых параметров для некоторых часто применяемых алгоритмов случайного поиска. Полученные численные результаты хорошо согласуются с результатами теоретического анализа.

Ключевые слова: оптимальные алгоритмы, синхронный генератор, критерий оптимальности, целевая функция, активный объем.

Введение. Решение задачи оптимизации модели электрической машины в значительной степени зависит от выбора алгоритма и управляющих параметров (см.[1,2]). На эффективность решения задачи (время расчета, число итераций) влияет также размерность пространства, т.е. число d варьируемых параметров модели. Особенно сильно проявляется зависимость эффективности решения задачи от размерности пространства в алгоритмах случайного поиска.

Целью работы является сравнительный анализ зависимости эффективности решения задачи оптимизации модели электрической машины от размерности пространства для различных алгоритмов случайного поиска. Исследованы преимущества и недостатки различных алгоритмов случайного поиска в зависимости от особенностей решаемой оптимизационной задачи.

Гиперсферический случайный поиск. Наиболее распространенным методом оптимизации является гиперсферический случайный поиск без обучения (см.[3,4]). Вокруг текущей точки $\overline{X_t}$ в многомерном пространстве строится гиперсфера с текущим радиусом h_t. В многомерном пространстве выбирается случайное направление $\overline{\lambda}$, и следующая точка $\overline{x_{t+1}}$ поиска строится по формуле

$$\overline{x_{t+1}} = \overline{x_t} + \frac{\overline{\lambda}}{\left|\overline{\lambda}\right|} h_t \ . \qquad (1)$$

Изменения шага происходят следующим образом:

$$\begin{cases} \textit{если } \xi \geq \Delta, \textit{то } \mathrm{h_{t+1}} = \mathrm{h_t} * \mathrm{K_h^{-1}}, \\ \textit{если } \xi < \Delta, \textit{то } \mathrm{h_{t+1}} = \mathrm{h_t} * \mathrm{K_h}\ , \\ \mathrm{h_{max}} \geq \mathrm{h_t} \geq \mathrm{h_{min}}, \end{cases} \tag{2}$$

где ξ - отклонение целевой функции; Δ - данное число.

Из линейности формулы (1) следует важная особенность гиперсферического случайного поиска: сложность алгоритма (в смысле количества требуемых операций) зависит от размерности пространства линейным образом. Следовательно, гиперсферический поиск предпочтителен для многомерного пространства. Будем говорить, что гиперсферический случайный поиск имеет порядок сложности d.

Метод реверса повторяет тот же метод гиперсферы, за исключением того, что когда в результате проверки выясняется, что внутри данной гиперсферы сделанный шаг является неудачным, то случайное направление $\bar{\lambda}$ заменяется без дополнительной проверки на противоположное (реверс). Следовательно, сложность алгоритма метода реверса зависит от размерности пространства в основном линейным образом, за исключением ситуации, когда и случайное направление $\bar{\lambda}$, и его противоположное направление являются неудачными.

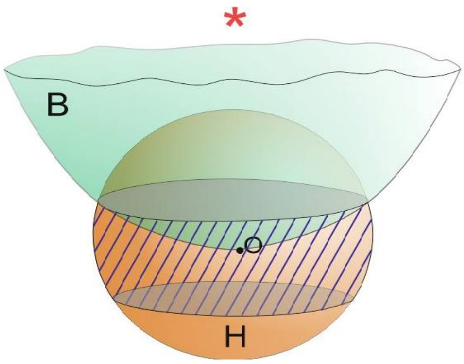

Рис. 1. Зона нелинейности метода реверса

На рис. 1 через *O* обозначено положение текущей точки $\overline{X_t}$, вокруг которой построена гиперсфера *H* с текущим радиусом h_t; через *B* обозначена многомерная силовая поверхность целевой функции, которая проходит через точку *O*. Условное положение искомого оптимума обозначено значком *. Случайное направление будет неудачным, если оно попадает в ту часть гиперсферы *H*, которая лежит ниже поверхности *B*.

На рисунке заштрихована зона нелинейности метода реверса, т.е. те точки гиперсферы *H*, которые и сами, и их противоположные точки лежат ниже поверхности *B*.

Площадь поверхности зоны нелинейности метода реверса возрастает с возрастанием размерности пространства. В одномерном случае, когда есть только два пути: направо и налево, зона нелинейности метода реверса исчезает. Можно ожидать, что в многомерном пространстве при решении экстремальных (оптимальных) задач метод реверса уступит гиперсферическому методу. Будем говорить, что метод реверса имеет порядок сложности больше, чем d.

Гиперконический метод учитывает предысторию выполненных рабочих шагов. Вокруг текущей точки с помощью текущего шага строится гиперконус с данным углом α и медианой, совпадающей с вектором предыстории. В разных точках гиперконуса вычисляется величина целевой функции. Если на гиперконусе не находится точка лучше текущей, то угол α увеличивается. Если угол α неограниченно увеличивается, то гиперконус расширяется вплоть до гиперсферы, и задача переходит в гиперсферическую задачу случайного поиска.

Так как для нахождения угла между векторами приходится считать их произведения, то сложность построения гиперконуса имеет квадратичную зависимость от размерности пространства. Следовательно, и сложность гиперконического метода имеет квадратичную зависимость от размерности пространства. Можно ожидать, что в многомерном пространстве при решении экстремальных (оптимальных) задач гиперконический метод уступит гиперсферическому. Будем говорить, что гиперконический случайный поиск имеет порядок сложности d^2.

Метод наилучшей пробы зависит от заранее заданного числа шагов k. Вокруг текущей точки $\overline{X_t}$ в многомерном пространстве строится гиперсфера с текущим радиусом h_t , после этого на гиперсфере строится выборка из k случайных направлений и выбирается наилучшее из них для построения следующей точки поиска $\overline{x_{t+1}}$. Если k=1, то метод наилучшей пробы совпадает с гиперсферическим, если же k - достаточно большая величина, то наилучшее направление будет стремиться к направлению градиента. Следовательно, при большом k и большом числе d варьируемых параметров модели сложность метода наилучшей пробы такого же порядка, что и у градиентных методов.

Оценим, каким должно быть число шагов k (при фиксированном большом числе d), чтобы сложность метода наилучшей пробы была такого же порядка, что и у градиентных методов. Так как для нахождения градиента силовой гиперповерхности целевой функции приходится считать произведения векторов, то сложность построения градиента имеет квадратичную зависимость от размерности пространства. Следовательно, сложность градиентных методов случайного поиска имеет порядок d^2.

Количество требуемых операций для построения новых точек имеет порядок d, а количество обращений к модели электрической машины пропорционально размеру выборки k. Можно ожидать, что сложность метода наилучшей пробы имеет порядок kd. Следовательно, сложность метода наилучшей пробы будет такого же порядка, что и у градиентных методов (т.е. d^2) при k>d.

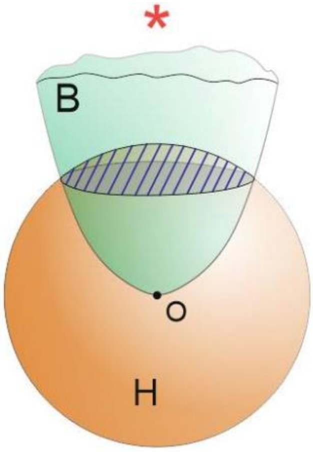

Рис. 2. Зона удачного шага в случае сильной кривизны

Эффективность метода наилучшей пробы зависит от вероятности p удачного шага в случайном направлении $\overline{\lambda}$, а последняя вероятность зависит от кривизны силовой гиперповерхности целевой функции в текущей точке $\overline{X_t}$ (см.[5]). На рис. 2 представлен случай сильной кривизны гиперповерхности целевой функции. Вероятность p удачного шага равна отношению площади поверхности заштрихованной части гиперсферы, которая находится выше силовой гиперповерхности целевой функции, к площади поверхности всей гиперсферы. Обратная величина $1/p$ равна среднему ожидаемому размеру выборки, имеющей пробу более удачную, чем в текущей точке. Если $k<1/p$, то часто будут получаться пустые выборки, наилучшая проба которых будет хуже, чем в текущей точке.

На рис. 3 представлен случай нулевой кривизны гиперповерхности целевой функции. Шаг будет удачным, если вектор случайного направления попадает в заштрихованную половину гиперсферы, которая находится выше силовой гиперповерхности целевой функции. Понятие “выше” определяется относительно условного положения искомого оптимума, обозначенного на рисунках значком *.

Таким образом, в случае бесконечно малой кривизны гиперповерхности целевой функции вероятность p удачного шага близка к 0,5, а средний ожидаемый размер выборки равен двум. Следовательно, сложность метода наилучшей пробы при k=2 и малой кривизне гиперповерхности целевой функции будет такого же порядка, что и у гиперсферического метода случайного поиска, и количество требуемых операций зависит от размерности пространства линейным образом.

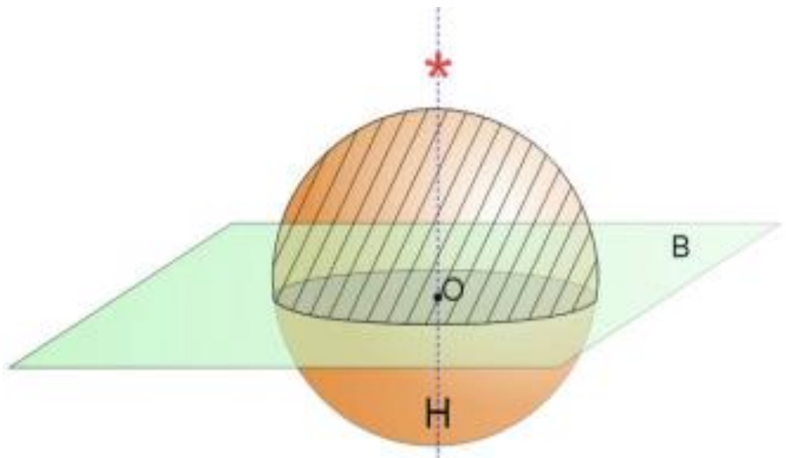

Рис. 3. Зона удачного шага в случае нулевой кривизны

Исходя из этого, обычно при небольшом количестве переменных и большой кривизне гиперповерхности, когда часто значения целевой функции в новой точке получаются хуже, чем в текущей точке, применяют градиентный метод, а при большом количестве переменных и малой кривизне гиперповерхности целевой функции предпочтительнее применять гиперсферический метод случайного поиска.

Численные результаты исследования. Эксперименты проводились для 10 следующих варьируемых величин модели электрической машины:

X_1 - внешний диаметр статора;

X_2, X_3, X_4 и X_8 - геометрические коэффициенты;

X_5 - длина пакета статора;

X_6 - число активных проводов;

X_7 - коэффициент полюсного перекрытия;

X_9 - отношение максимального воздушного зазора к воздушному зазору;

X_{10} - плотность тока в обмотке возбуждения.

На основе полученных результатов построены графики зависимости целевой функции от числа обращения к модели для различных методов случайного поиска (рис. 4 - 7).

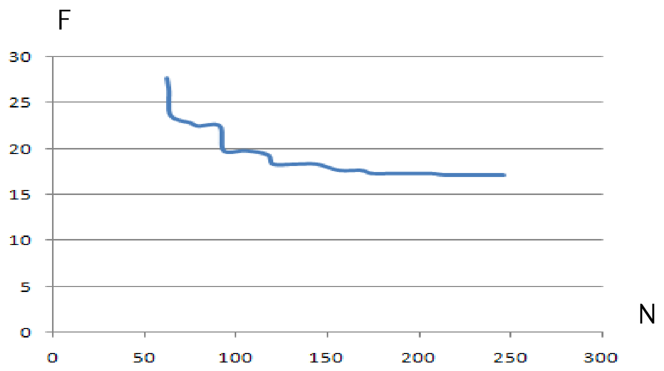

Рис. 4. Зависимость активного объема от числа обращений к модели, полученной гиперсферическим методом

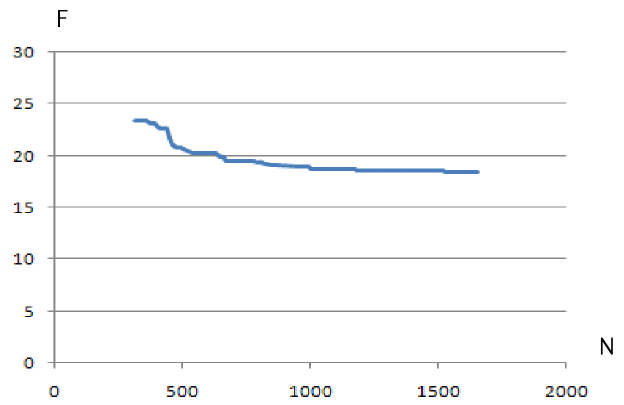

Рис. 5. Зависимость активного объема от числа обращений к модели, полученной наилучшим методом выбора

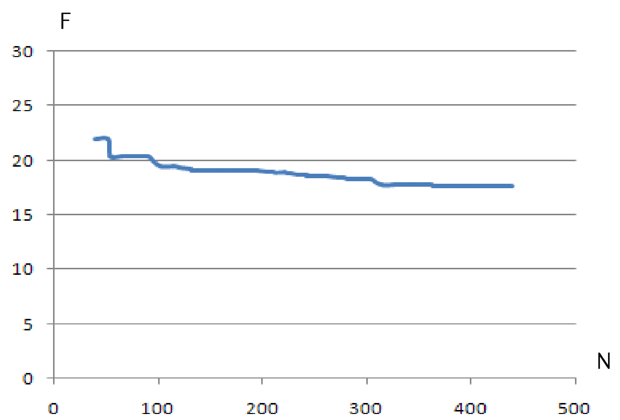

Рис. 6. Зависимость активного объема от числа обращений к модели, полученной гиперконическим методом

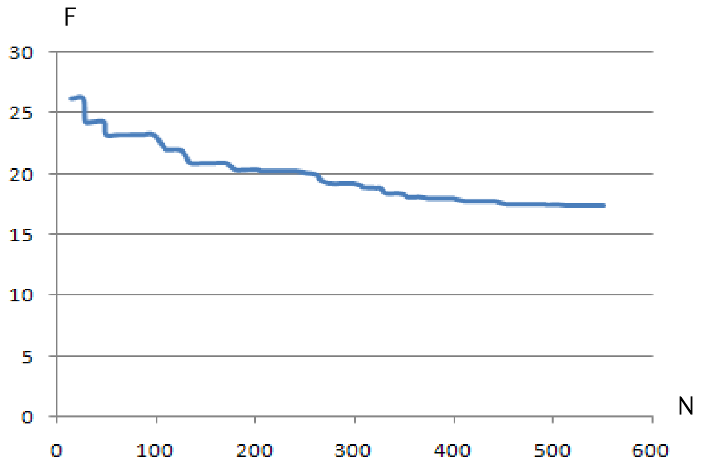

Рис. 7. Зависимость активного объема от числа обращений к модели, полученной методом реверса

Из графиков, полученных экспериментальным путем, видно, что для гиперсферического метода система входит в допустимую область за 62 итерации, для гиперконического метода – за 42 итерации, для метода реверса - за 15 итераций и для метода наилучшего выбора - 315 итераций. Экстремум целевой функции методом гиперсферы получается, когда число обращений к модели становится 246, в случае гиперконического метода - 440 итераций. При оптимизации методом реверса экстремум целевой функции получается через 551 итерацию, а методом наилучшей пробы - 1650 итераций.

На основе данных, полученных в результате программной реализации оптимизации электрических машин, был произведен расчет относительного отклонения $\frac{|X-\bar{X}|}{\bar{X}}$, $\frac{|F-\bar{F}|}{\bar{F}}$ варьируемых параметров. Ниже приведены значения относительного отклонения Δ_k соответствующих варьируемых параметров X_k:

$$\Delta_1 = 3{,}72\ \%,\ \Delta_2 = 0{,}23\%,\ \Delta_3 = 2{,}52\%,\ \Delta_4 = 2{,}38\%,\ \Delta_5 = 5{,}03\%,\ \Delta_6 = 0\%,$$
$$\Delta_7 = 0{,}05\%,\ \Delta_8 = 7{,}75\%,\ \Delta_9 = 7{,}54\%,\ \Delta_{10} = 6{,}84\%.$$

При этом относительное отклонение активного объема синхронного генератора составило 4,4%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Терзян А.А.** Автоматизированное проектирование электрических машин. – М.: Электроатомиздат, 1983. - 249 с.
2. **Терзян А.А**. Алгоритмы принятия решений в электромеханике // Известия вузов. Электромеханика. – 2009. - N2 -С. 18 – 27.

3. **Растригин Л.А., Рипа К.К., Тарасенко Г.С.** Адаптация случайного поиска. – Рига: Зинатне, 1978. - 243с.
4. **Թերզյան Հ.Ա.** Ավտոմատացված նախագծման համակարգերի տեսություն.- Երևան, Լոս-Անջելս, Աթենք, 1995. – 432 էջ:
5. **Терзян А.А., Сукиасян Г.С., Казарян Д.Г., Григорян А.Е.** К автоматической адаптации в задачах принятия решения // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2003. - Т. 56, №3. – С. 468-475.

Национальный политехнический университет Армении. Материал поступил в редакцию 10.07.2016.

Հ.Ա. ԹԵՐԶՅԱՆ, Հ.Ս. ՍՈՒՔԻԱՍՅԱՆ, Տ.Ռ. ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՄԵՔԵՆԱՆԵՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼԱՑՄԱՆ ԽՆԴՐՈՒՄ ՊԱՏԱՀԱԿԱՆ ՈՐՈՆՄԱՆ ԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏՈՒԹՅԱՆ ԿԱԽՎԱԾՈՒԹՅՈՒՆԸ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՉԱՓՈՂԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆԻՑ

Վերլուծված է էլեկտրական մեքենայի մոդելի օպտիմալացման խնդիրների լուծման դեպքում տարբեր ալգորիթմների պատահական որոնումների արդյունավետությունը, ինչպես նաև դրանց կախվածությունը որոնման տիրույթի չափողականությունից: Ներկայացված են էլեկտրական մեքենայի մոդելի օպտիմալացման դեպքում հաճախակի կիրառվող մի շարք ալգորիթմների մեծ թվով փոփոխարկվող փոփոխականներով պատահական որոնումների թվային փորձերը: Ստացված արդյունքները համեմատվել են տեսականորեն կատարված վերլուծության հետ:

Առանցքային բառեր. օպտիմալացման ալգորիթմներ, սինքրոն գեներատոր, օպտիմալության չափանիշ, նպատակային ֆունկցիա, ակտիվ ծավալ:

H.A. TERZYAN, H.S. SUKIASYAN, T.R. MELKONYAN

THE EFFICIENCY DEPENDENCE OF THE RANDOM SEARCH ON THE SPACE DIMENSION AT OPTIMIZING THE ELECTRICAL MACHINES

The efficiencies of different algorithms of the random search at solving the optimization problem of the electrical machine model, as well as their dependence on the space dimension of the search are analyzed. Numerical experiments for optimizing the model of the electrical machine with a great number of varying parameters for some frequently used algorithms of random search are carried out. The obtained numerical results well agree with those of the theoretical analysis.

Keywords: optimal algorithms, synchronous generator, optimality criterion, efficiency function, active volume.