

М.С. АЗОЯН

**АНАЛИЗ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ДЕЛИТЕЛЯ
СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ**

Проведено исследование полупроводниковых параметрических делителей частоты (ППДЧ), базирующееся на представлении нелинейных зависимостей емкости и проводимости диода в виде конечных рядов по степеням напряжения. Показано, что более общим подходом является представление этих зависимостей в виде произвольных функций, которые могут быть заданы экспериментальными графиками. На основе такого представления приведены результаты анализа амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) полупроводниковых параметрических делителей частоты.

Ключевые слова: аппроксимация, параметрический делитель, субгармоника, вольт-амперная, вольт-кулоновая, амплитудно-частотная характеристики.

Введение. Рассматривается полупроводниковый параметрический делитель частоты [1], где р-п переход нагружен контурами частоты накачки и ее субгармоники. Для расчета полного спектра тока через нелинейные емкость и проводимость р-п перехода использован метод И.В. Басика [2-4].

Анализ АЧХ проведен по результатам решения нелинейного параметрического дифференциального уравнения с переменными коэффициентами n -го порядка, которое, как правило [5], не имеет общего решения. Практические инженерные расчеты проведены для частных случаев, когда $n = 2, 3, 4, \dots$

Методы исследования. Эквивалентная схема рассматриваемого ППДЧ представлена на рис.1, где L_1 и G_1 – параметры контура выходной частоты ω ; $C_{(u)}$ и $G_{(u)}$ – нелинейные емкость и проводимость полупроводникового р-п перехода, причем величины $C_{(u)}$ и $G_{(u)}$ определяются произвольно задаваемыми вольт-кулоновыми (ВКХ) и вольт-амперными (ВАХ) характеристиками этого контакта.

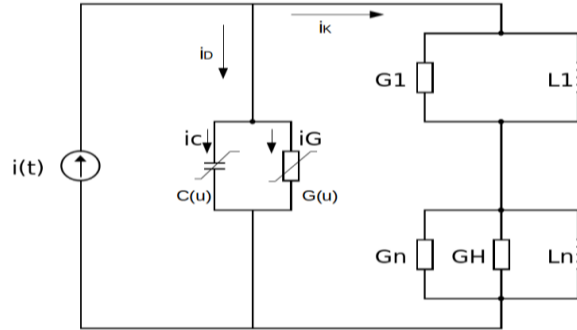


Рис. 1. Эквивалентная схема ППДЧ

Полагаем, что на р-п переход воздействуют постоянное напряжение U_0 , напряжение накачки U_1 и его субгармоники U_n :

$$U = U_0 + U_1 \cos n\omega t + U_n \cos(\omega t + \varphi). \quad (1)$$

Из полного спектра тока, полученного при воздействии на р-п переход напряжения, выбирается составляющая тока с выходной частотой, полученная за счет нелинейной емкости и проводимости р-п перехода, заданных ВКХ и ВАХ [2]:

$$I_{cn}(t) = -2\omega \sum_{p=0}^{\infty} I_{np+1} \left(U_n \frac{d}{dU_0} \right) I_p \left(U_1 \frac{d}{dU_0} \right) q(U_0) \sin[\omega t + (np + 1)\varphi] - \\ - 2\omega \sum_{p=1}^{\infty} I_{np-1} \left(U_n \frac{d}{dU_0} \right) I_p \left(U_1 \frac{d}{dU_0} \right) q(U_0) \sin[\omega t - (np - 1)\varphi]; \quad (2)$$

$$I_{Gn}(t) = 2\sum_{p=0}^{\infty} I_{np+1} \left(U_n \frac{d}{dU_0} \right) I_p \left(U_1 \frac{d}{dU_0} \right) i(U_{0o}) \cos[\omega t + (np + 1)\varphi] + \\ + 2\sum_{p=1}^{\infty} I_{np-1} \left(U_n \frac{d}{dU_0} \right) I_p \left(U_1 \frac{d}{dU_0} \right) i(U_{0o}) \cos[\omega t - (np - 1)\varphi]. \quad (3)$$

Определим проводимость р-п перехода, используя комплексное представление. Для этого в соотношениях (2) и (3) оставлены два члена разложения модифицированных функций Бесселя, в результате чего для комплексных проводимостей нелинейных элементов схемы на частоте субгармоники получены следующие уравнения:

$$\dot{Y}_{Cn} = \left(\frac{\omega A n}{2^{n-1}(n-1)!} U_1 U_n^{n-2} + \frac{\omega A_{n+2}}{2^{n+1}n!} U_1 U_n^n + \dots \right) \sin n\varphi + j \left[\omega \left(A_1 + \frac{A_3}{8} U_1^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{A_3}{4} U_n^2 + \dots \right) + \left(\frac{\omega A n}{2^{n-1}(n-1)!} U_1 U_n^{n-2} + \frac{\omega A_{n+2}}{2^{n+1}n!} U_1 U_n^n + \dots \right) \cos n\varphi \right]; \quad (4)$$

$$\dot{Y}_{Gn} = B_1 + \frac{B_3}{4} U_1^2 + \frac{B_3}{8} U_n^2 + \dots + \left(\frac{B n}{2^{n-1}(n-1)!} U_1 U_n^{n-2} + \frac{B_{n+2}}{2^{n+1}n!} U_1 U_n^n + \dots \right) \cos n\varphi + \\ + j \left(\frac{B n}{2^{n-1}(n-1)!} U_1 U_n^{n-2} + \frac{B_{n+2}}{2^{n+1}n!} U_1 U_n^n + \dots \right) \sin n\varphi, \quad (5)$$

где $A_n = \frac{d^n q(u)}{dU^n} |_{u=u_o}$; $B_n = \frac{d^n i(u)}{dU^n} |_{u=u_o}$; A_n и B_n – производные по напряжению, определяемые из ВКХ и ВАХ в рабочей точке $U = U_o$.

Для построения АЧХ выходного контура ППДЧ сумма проводимостей приравняется к нулю, в результате чего получены следующие соотношения:

$$G_{\Sigma n} + a_n X_n - (K_n b_n + K_{n+2} b_{n+2}) \sin n\varphi = 0; \quad (6)$$

$$X_n + a_n G_{\Sigma n} - (K_n b_n + K_{n+2} b_{n+2}) \cos n\varphi = 0, \quad (7)$$

где $G_{\Sigma n}$ – суммарная проводимость потерь; X_n – реактивная проводимость на частоте ω , которые выражаются уравнениями

$$G_{\Sigma n} = G_H + B_1 + \frac{B_3}{8} (2U_1^2 + U_n^2) = G + \frac{B_3}{8} (2U_1^2 + U_n^2); \quad (8)$$

$$X_n = \frac{1}{\omega L_n} \omega A_1 - \omega \frac{A_3}{8} (U_1^2 + 2U_n^2) = \omega A_1 \delta_0 - \omega \frac{A_3}{8} (U_1^2 + 2U_n^2); \quad (9)$$

$$K_n b_n = \frac{\omega A_n}{2^{n-1}(n-1)!} (1 - a_n) U_1 U_n^{n-2}; \quad (10)$$

$$K_{n+2} b_{n+2} = \frac{\omega A_{n+2}}{2^{n+1}n!} (1 - a_{n+2}) U_1 U_n^n. \quad (11)$$

Для упрощения в уравнениях (6)–(11) введены обозначения:

$$a_n = B_n / \omega A_n; b_n = \omega A_n - B_n; b_{n+2} = \omega A_{n+2} - B_{n+2}; \delta_0 = \frac{\omega_n}{\omega_1} - 1,$$

где a_n, b_n, b_{n+2}, K_n – расчетные коэффициенты; δ_0 – расстройка выходного контура.

Для получения уравнения, описывающего АЧХ ППДЧ, в соотношениях (6) и (7) исключаем фазу:

$$K_1^2 U_n^4 + \left(\frac{K_3}{K_1} Q_n \delta_n + \frac{K_2^2}{K_1^2} K_1 U_1^2 \right) K_1 U_n^2 + \frac{K_4^2}{K_1^2} K_1 U_1^4 + \\ + \left(\frac{K_5}{K_1} K_1 U_1^2 - K_6 \right) Q_n \delta_n + K_1 Q_n^2 \delta_n^2 = 0, \quad (12)$$

где $Q = \omega A / G$ – добротность контура.

Далее введем следующие обозначения: $X = Q_n \delta_n$ – относительная расстройка контура; $Y = k_1 U_n^2$ – амплитуда выходного сигнала; $Z = k_1 U_1^2$ – амплитуда накачки. В результате преобразования (12) по параметрам X, Y, Z получаем обобщенное уравнение для АЧХ ППДЧ:

$$Y^2 + \frac{k_4}{k_1} XY + \left(\frac{k_2^2}{k_1^2} Z + \frac{k_5}{k_1} \right) Y + k_8 X + k_7 (1 + X^2) + \frac{k_3^2}{k_1^2} Z^2 + \left(\frac{k_6}{k_1} X + \frac{k_7}{k_1} \right) Z - \frac{k_n^2 b_n^2}{k_1 k_1^{n-2}} Z Y^{n-2} - \\ - \frac{k_n b_n k_{n+2} b_{n+2}}{k_1 k_1^{n-1}} Z Y^{n-1} - \frac{k_{n+2}^2 b_{n+2}^2}{k_1 k_1^n} Z Y^n = 0, \quad (13)$$

но оно не имеет общего аналитического решения. Уравнение (13) для $n = 2, 3, 4$ может быть сведено к квадратному относительно искомого параметра Y . С учетом того, что при $n = 3$ последнее слагаемое становится гораздо меньше, чем самое малое слагаемое из остальных, а при $n = 4$ предпоследнее слагаемое меньше остальных, то упомянутыми малыми слагаемыми можно пренебречь. Поэтому для частных случаев АЧХ ППДЧ описываются уравнениями для кривых второго порядка.

Анализ частных случаев. Для дальнейшего анализа удобно сопоставить соотношение (13) с общим уравнением кривой второго порядка [6]:

$$aX^2 + 2bXY + cY^2 + 2dX + 2eY + f = 0, \quad (14)$$

где $a=1$; $b=\frac{k_3}{2k_1}$; $c=k_7$; $d=\frac{k_2^2}{2k_1^2}Z$; $e=\frac{1}{2}\left(\frac{k_5}{k_1}Z - k_6\right)$; $f=\frac{k_4^2}{k_1^2}Z^2 + 1$.

Форма кривых АЧХ зависит от инвариантов Δ , δ , s в соотношении (14):

$$\Delta = f\delta + 2bde - ae^2 - cd^2; \delta = ac - b^2; s = a + c. \quad (15)$$

Так как инварианты функции зависят от параметра Z , который может варьироваться в большом диапазоне значений, то в зависимости от соотношений инвариантов и выбранного напряжения в рабочей точке формой кривых АЧХ могут быть эллипс, парабола или гипербола [6].

Рассмотрим общие случаи для кривых в виде эллипса при $\delta_n > 0, s_n \Delta_n < 0$, гиперболы при $\delta_n < 0, \Delta_n \neq 0$, параболы при $\delta_n = 0, \Delta_n \neq 0$. Координаты центра гиперболы определяются из соотношений [5]

$$x_0 = \frac{be - dc}{\delta}; y_0 = \frac{bd - ac}{\delta}, \quad (16)$$

а угол поворота осей будет

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{2b}{a-c}\right). \quad (17)$$

Координаты вершины кривой определяются решением уравнений

$$dx/dy = 0; dy/dx = 0, \quad (18)$$

полученных путем дифференцирования выражения (14).

В результате решения уравнения (14) относительно параметра y получим

$$y = \frac{-(bx+e) \pm \sqrt{(bx+e)^2 - c(ax^2 + 2dx + f)}}{c}. \quad (19)$$

Пусковые условия делителя получены на основе (18) из неравенства

$$-c(ax^2 + 2dx + f) > 0.$$

Решая (19) относительно параметра Z , можно определить пусковое значение $Z=Z_{\text{пуск}}$.

Устойчивую полосу частот деления ППДЧ можно определить из соотношений

$$X_{1,2} = X_0 \pm \sqrt{(be - dc)^2 + \delta \frac{b^2(e^2 - cf) - 4(be + dc)^2}{3\delta + ac}}, \quad (20)$$

$$Y_{1,2} = Y_0 \pm \sqrt{(bd - ac)^2 + \delta \frac{b^2(d^2 - af) - 4(bd + ac)^2}{3\delta + ac}}, \quad (21)$$

где X_0, Y_0 и δ описываются уравнениями (16) и (15) соответственно.

Определим области существования устойчивых режимов работы ППДЧ. Исследуем $\delta = f(a_n; b_3/c_3)$, для этого построим функцию $b_3/c_3 = f(a_n)$ при условии $\delta = 0$ и найдем области, где $\delta = 0, \delta > 0, \delta < 0$. Обозначив $b_3/c_3 = \mu$, получим параметрическую зависимость для расстройки контура, четко определяющую границы областей существования гиперболы, эллипса и параболы;

$$\delta = a_n^2 + 1 - \frac{[2(a_n^2 + a_n + 1) - \mu(a_n + 1)]^2}{4(a_n^2 + 1) - 4a_n\mu + \mu^2}. \quad (22)$$

График зависимости $\mu = f(a_n)$ представлен на рис.2.

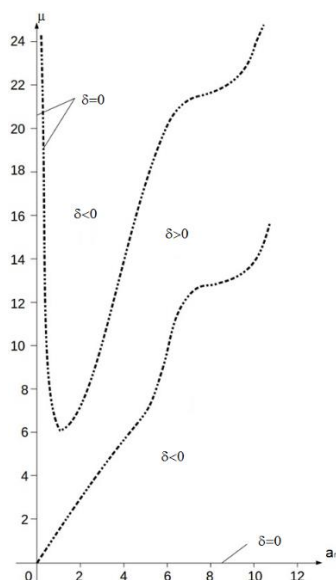


Рис. 2. Зависимость функции $\mu = f(a_n)$

Выводы. Установлено, что АЧХ ППДЧ в зависимости от накачки Z может быть в виде параболы, эллипса или гиперболы, что достигается сопоставлением полученного результата выходного сигнала (13) с уравнением кривой второго порядка. В результате исследования поведения инвариантов Δ, δ, s (15) определена функциональная зависимость $\mu = f(a_n)$, то есть области получения амплитудно-частотных характеристик ППДЧ в виде параболы, эллипса или гиперболы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мигулин В.В., Ильиновна Т.М. // Вестник МГУ. Серия физ-астрон. -1962.—№1.- С.55.
2. Басик И.В. Метод определения компонент тока при воздействии на нелинейную систему суммы синусоидальных напряжений //Сборник научных трудов ЦНИИС.- 1948.- С. 70-76.
3. Малышев В.А., Толоманенко А.Ф. Анализ параметрических устройств на нелинейной емкости с произвольной вольткулоновой характеристикой //Радиотехника. – 1975.-№7.-С.43-47.
4. Азоян М.С., Азоян Т.М. Анализ многочастотного воздействия сигнала на комплексную нелинейную проводимость контакта // Вестник ГИУА (Политехник). Серия “Информационные технологии, электроника, радиотехника”. -2014.- Вып. 17, №1.- С.87-91.
5. Андре Анго. Математика для электро- и радиоинженеров.- М.: Наука,1964.- 772 с.

Национальный политехнический университет Армении. Материал поступил в редакцию 02.02.2015.

Մ.Ս. ԱԶՈՅԱՆ

ԳԵՂԲԱՐԶՐ ՀԱՃԱԽՈՒԹՅԱՄԲ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԱՅԻՆ ՊԱՐԱՄԵՏՐԻԿ ԲԱԺԱՆԻԶԻ ԱՄՊԼԻՏՈՒԴԱ-ՀԱՃԱԽԱՅԻՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ

Հաճախության կիսահաղորդչային բաժանարարի ուսումնասիրումը հիմնվում է դիոդի ոչ գծային ունակության և հաղորդականության կախվածության վրա՝ ըստ լարման վերջնական աստիճանային շարքերի պատկերման տեսքով: Առավել ընդհանուր մոտեցմամբ այդ կախվածությունները հանդես են գալիս անկախ ֆունկցիաների տեսքով, որոնք կարող են առաջադրվել փորձնական բնութագրերով: Այդ պատկերացման հիման վրա ներկայացված է գերբարձր հաճախությամբ կիսահաղորդչային պարամետրիկ բաժանարարի (ՀԿՊԲ) ամպլիտուդա – հաճախային վերլուծությունը (ԱՀՎ):

Առանցքային բառեր. ապրոքսիմացիա, պարամետրիկ բաժանարար, ենթահարմոնիկ, վոլտամպերային, վոլտ – կուլոնային, ամպլիտուդա – հաճախային բնութագրեր:

M.S.AZOYAN

**ANALYSIS OF THE AMPLITUDE-FREQUENCY CHARACTERISTICS OF
SEMICONDUCTOR PARAMETRIC DIVIDER OF A MICROWAVE**

Semiconductor frequency dividers based on the representation of non-linear dependences of the diode capacitance and conductance in the form of finite power series in voltage are investigated. A more general approach is to view these dependences in the form of arbitrary functions that can be set by experimental schedules. Based on this representation the analysis results of the amplitude-frequency characteristics (AFC) of semiconductor-parametric frequency dividers (PPDCH) are introduced.

Keywords: approximation, parametric dividers subharmonic, volt-ampere, volt-coulomb, amplitude-frequency characteristics.