

М.Э. АЙКАЗЯН

**ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА ДЛЯ
ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ В ЗАДАЧАХ
АКУСТООПТИКИ**

Рассматриваются вопросы создания методики исследования акустооптических спектров при помощи вейвлет-преобразования для анализа данных, статистической обработки сигналов, предварительной цифровой обработки, а также создания фильтрованных сигналов и вейвлет-домен. Проведен регрессионный анализ данных от воздействия факторов. В вейвлет-домены включены эталонные сигналы, полученные из теоретически обоснованных функций соответствующего процесса.

Ключевые слова: акустооптика, цифровая обработка данных, статистическое исследование параметров сигнала, вейвлет-анализ.

Введение. В настоящее время в технике эксперимента востребованы простые и надежные методы обработки цифровых данных, основанные на математическом аппарате вейвлет-анализа, обладающего преимуществами по сравнению с большинством традиционных схем обработки экспериментальных сигналов. К разделам науки, где успешно применяются методы, основанные на вейвлет-преобразовании, относятся как чисто прикладные задачи (фильтрация сигналов, сжатие информации, распознавание речи, численное решение уравнений в частных производных, анализ сигналов и изображений в медицине, астрономии, сейсмологии, метеорологии, акустике и др.), так и задачи теоретической физики и математики (конформная теория поля, нелинейная динамика хаоса, функциональный анализ). Столь большой спектр приложений математического аппарата вейвлет-анализа объясняется, с одной стороны, его возможностями, с другой - легкостью практического применения [1].

Характерными чертами для современного состояния и развития научных направлений являются углубление и узкая специализация научной методологии и знаний в данной области, в результате чего происходит некоторое обособление и появляется дефицит обмена полезной информацией между этими направлениями. Это в некоторой степени сдерживает и замедляет внедрение новых эффективных методов решения, уже достигнутых в одном из направлений. Но это легко преодолимо, т.к. исследуемые процессы, явления и объекты, в основном, отличаются друг от друга градиентом и видом функциональных связей, которые можно решить применением определенного типа математического моделирования, а в нашем случае – вейвлет-преобразования.

Математический аппарат. С помощью предлагаемого метода во время исследований удалось существенно улучшить качество полученных результатов, применяя лишь программные методы обработки экспериментальных данных. Таким образом, открывается возможность значительного повышения точности измерений на действующих экспериментальных установках без модернизации аппаратной части путем лишь программной обработки получаемых данных с помощью вейвлет-анализа. В то же время предлагаемый алгоритм довольно прост в использовании и имеет наглядную интерпретацию, позволяющую избежать трудностей математического и практического характера для его применения в экспериментальной практике различных направлений.

Наиболее востребованы следующие вейвлет-преобразования: Хаара, Добеши, Гаусса, Мейера, Морле, Пауля, MНat (“мексиканская шляпа”), Р. Койфмана — койфлеты, Шеннона [2].

Достоинства вейвлет-преобразований:

- они обладают всеми достоинствами преобразований Фурье;
- вейвлетные базисы могут быть хорошо локализованными как по частоте, так и по времени. При выделении в сигналах хорошо локализованных разно-масштабных процессов можно рассматривать только те масштабные уровни разложения, которые представляют интерес;
- вейвлетные базисы, в отличие от преобразования Фурье, имеют много разнообразных базовых функций, свойства которых ориентированы на решение различных задач. Они могут реализоваться функциями различной гладкости.

Недостатком вейвлетных преобразований является их относительная сложность.

Сделан шаг к созданию общедоступных алгоритмов математической обработки больших массивов данных, цифровых кривых и изображений, пригодных для их массового применения в естественно-научных и технических приложениях. Стремительное развитие фундаментальных исследований, включающих в себя технику вейвлет-преобразования, показывает перспективность этого направления.

Существуют разные подходы использования анализа к оптическим сигналам. Оптический сигнал является регулярным сигналом, в котором однозначно определяются параметры зубцов сигнала. В [3] представляется алгоритм определения комплексов сигнала и параметров соответствующих зубцов. Быстро распространяемые сигналы “утоплены”, и с помощью вейвлет-преобразований можно определить, существует ли быстрый сигнал и имеется ли возможность локализовать эту информацию для дальнейшей обработки. В распоряжении исследователей имеется значительный арсенал математических методов, с помощью которых сигнал расчлениют на составляющие синусоиды различных частот [4]. Анализ Фурье, как математический метод для преобразований сигнала, основан на времени

и частоте, и каждый спектр Фурье получается из закодированных частей коэффициентов преобразования (небольшой волны). Нескольких из этих коэффициентов достаточно, чтобы закодировать необходимые особенности спектра. Классификация по частотам выполняется на закодированных векторах [5]. Обозначим векторы по n элементов выборки измеряемого сигнала как

$$\bar{f} = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}, \quad \bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}.$$

Если сигналы выразить через векторы, то исследование отношений между ними можно представить как отношения между векторами. Пусть $d(\bar{f}, \bar{x})$ - расстояние между векторами $\bar{f}$ и $\bar{x}$, от которого зависит степень их связи. Величину вектора $\bar{f}$ обозначим как $\|\bar{f}\|$ и назовем нормой вектора $\bar{f}$, а расстояние между векторами $\bar{f}$ и $\bar{x}$ - нормой $\|\bar{f} - \bar{x}\|$. Используя компоненты векторов, расстояние между сигналами можно записать в виде

$$d(\bar{f}, \bar{x}) = \|\bar{f} - \bar{x}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - x_i)^2}.$$

Для выражения связи между векторами используют скалярное произведение $\langle \bar{f}, \bar{x} \rangle$, которое определяется как $\langle \bar{f}, \bar{x} \rangle = \|\bar{f}\| \|\bar{x}\| \cos \theta$. Следовательно,

$$\cos \theta = \langle \bar{f}, \bar{x} \rangle / \|\bar{f}\| \|\bar{x}\| = r,$$

где θ – угол между векторами; r – коэффициент корреляции.

Скалярное произведение вектора $\bar{f}$ на самого себя равно

$$\langle \bar{f}, \bar{f} \rangle = \sum_{i=1}^n t_i^2 = \|\bar{f}\|^2.$$

Подставим полученные результаты в выражение коэффициента корреляции r следующим образом:

$$r = \sum_{i=1}^n x_i \cdot t_i / \left(\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n t_i^2} \right).$$

Коэффициент корреляции r определяет связь расстояния между векторами и степень взаимоотношений сигналов.

Рассмотрим применение вейвлет-преобразований для расшифровки и оценки акустооптических сигналов. Частоты на плоскости спектра представляют последовательность коэффициентов Фурье небольшой волны и показывают точное местоположение неоднородности на изучаемом графике акустооптических сигналов. Главным преимуществом небольших волн является их способность представлять выявленные интервалы. Таким образом, они являются синусоидными сигналами с меньшей неоднородностью [3].

Отличительной особенностью алгоритма является использование вейвлет-преобразования исходного цифрового сигнала, позволяющего обходить сложности, связанные с необходимостью одновременного разрешения сигнала по частоте и времени. Адаптивные базисные функции вейвлет-преобразования, хорошо разрешающие по времени высокочастотные процессы, в то же время позволяют относительно точно работать с частотными характеристиками сигнала на больших временных интервалах. Это свойство метода оказывается весьма удобным во многих практических приложениях. Так, например, при удалении помех из цифровых сигналов оказывается возможным удалить помеху локально, не внося искажений в сигнал вне малой окрестности некоторой точки, вблизи которой убирается помеха. В быстрых преобразованиях Фурье такая возможность отсутствует.

В связи с отсутствием доступного специализированного программного обеспечения, пригодного для качественной автоматической обработки экспериментов по взаимодействию световых и акустических волн, основной целью работы являлось создание надежных и математически обоснованных методов решения задач обработки экспериментальных данных с последующей их программной реализацией. Приведены конкретные задачи, касающиеся разработки, тестирования и их внедрения в экспериментальную практику:

- алгоритмы автоматизированной обработки акустооптических сигналов;
- методы автоматического анализа сигналов со стоп-детектора для временной методики;
- методы автоматического поиска и параметризации источников гауссовой формы, необходимые для обработки акустооптических экспериментов.

Разработан и применен новый метод анализа токовых сигналов, позволяющий проводить надежную обработку зашумленных данных в автоматическом режиме. Предлагаемая методика состоит из двух этапов. На первом этапе исходный сигнал при помощи вейвлет-преобразований подвергается очистке от шумов. Для этого применяется специальный алгоритм разделения сигнала и шума с использованием дискретного вейвлет-преобразования, основанный на частотно-временном анализе сигнала.

Обоснован простой метод выделения полезного сигнала из набора данных на основании теоретически известного спектрального состава сигнала. Предложенная схема фильтрации и приведения к изолинии сигнала, в отличие от методов

Фурье-анализа, практически не искажает полезный сигнал, восстанавливая его с точностью до константы в заданном интервале времени. Для реализации второго этапа предложен алгоритм для автоматического выделения пиков полезного сигнала из зашумленных данных, основанный на применении дискретного вейвлет-преобразования с квадратичным сплайновым вейвлет-анализом в качестве базиса. На основе данного алгоритма создан пакет программ, позволяющий автоматизировать процесс анализа экспериментальных кривых для широкого круга исследований [6,7].

Обоснована методика обработки квазипериодических сигналов, основанная на применении непрерывного вейвлет-преобразования и псевдовейвлета Морле. В частности, методика расширена до применения к осциллирующим сигналам, основная частота которых является функцией времени, и выведены ограничения, в рамках которых схема обработки может успешно применяться. Разработан и применен новый метод обработки спектрометрических сигналов. Для сигналов, имеющих форму нормального распределения, предложена оригинальная методика разложения сигнала на гауссиану и шум, основанная на минимизации нормы разности анализируемой и тестовой функций в вейвлет-домен. Математически обоснована возможность восстановления функции с точностью порядка одного процента по ее вейвлет-преобразованию в узком диапазоне масштабов и параметров сдвига, что определяет практическую ценность данной методики. Схема была успешно применена к анализу спектров в экспериментах по радиационной безопасности.

Предложенные в настоящей работе методы анализа цифровых сигналов применяются в исследованиях по взаимодействию пучков света и звука в синтетических кристаллах. С помощью представленной методики проводилась тестовая обработка экспериментальных данных. Было установлено, что предлагаемые схемы решения задач обработки сигналов и изображений одинаково эффективно работают применительно к весьма широкому спектру прикладных задач. В результате выполненной работы можно сделать вывод о необходимости введения вейвлет-преобразования в повседневную практику физических измерений. Для эффективной обработки экспериментальных сигналов реализованы следующие пункты.

1. Развита методика фильтрации цифровых сигналов на основе дискретного вейвлет-преобразования. Указан выбор вейвлет-коэффициентов, значимых для восстановления сигнала с заданной точностью. Предложенные алгоритмы фильтрации применены для удаления помех. Методика обобщена на случай двумерных сигналов и использована для обработки спектров акустооптических изображений.

2. На основе дискретного вейвлет-преобразования построен алгоритм автоматического анализа цифровых сигналов. Метод позволяет определять характерные параметры цифровой кривой, такие как положение и амплитуды пиков

полезного сигнала, начало фронта нарастания и конец спада сигнала даже в случае присутствия сильных помех различного вида и артефактов [8].

3. Новый метод обработки сигналов со стоп-детектора, основанный на использовании непрерывного вейвлет-преобразования и вейвлета Морле, позволяет отследить изменение основной частоты сигнала в зависимости от времени и восстановить последовательность экстремумов затухающей структуры пучка даже в случае сильных шумов, сравнимых по мощности с полезным сигналом. Предлагаемый метод используется в настоящее время при обработке данных акустооптических процессов.

4. Разработана оригинальная методика обработки сигналов гауссовой формы на базе непрерывного вейвлет-преобразования с вейвлетом "мексиканская шляпа". Метод основан на минимизации нормы разности тестовой и анализируемой функций в вейвлет-домене. Построен новый алгоритм поиска гауссовых источников. Предложенная схема обработки сигналов применяется при автоматическом анализе спектрометрических данных в экспериментах по акустооптическим процессам в синтетических кристаллах.

По аналогии с интервальным преобразованием Фурье вводится непрерывное вейвлет-преобразование, поясняются принципиальные отличия этих двух подходов применительно к задачам частотно-временной локализации сигналов. Построение наиболее интересного с прикладной точки зрения дискретного вейвлет-преобразования существенно отличается от дискретизации преобразования Фурье, требуя введения некоторых дополнительных понятий, таких как фрейм, скейлинг-функция, кратномасштабный анализ. На примере вейвлета Хаара дано наглядное пояснение дискретного вейвлет-разложения. Рассмотрены приложения вейвлет-преобразования для сжатия информации, приведены алгоритмы быстрого вейвлет-преобразования, а также одна из возможных схем для распространения вейвлет-разложения на случай функций двух переменных, необходимая для преобразования изображений.

У небольших волн есть две характеристики представления - масштаб и время. Под характеристикой масштаба подразумевается понятие местной регулярности. В дополнение к спектральному анализу сигнала появляются его новые формы, которые меньше регулярных сигналов, чем обычные. Под характеристикой времени подразумеваются понятия целостности разложения, удаления шумов и сжатия процессов. Эта характеристика дает возможность обнаружить края разрыва на полученных графиках акустооптического сигнала (рис. 2 и 3) и при активных переходных процессах исследовать явления сокращенного времени. Форма небольшой волны ограничена последовательностью, у которой есть среднее число с нулевым значением. По продолжительности эти синусоиды не ограничены, они являются гладкими и предсказуемыми, а небольшие волны имеют

тенденцию быть нерегулярными и асимметричными. При анализе волн необходимо наличие банка эталонных небольших волн.

Аналогичный подход в перемодифицированном варианте используется для обработки акустических сигналов, где выступают 5 убывающих по максимальному значению амплитуд сигнала. Разумеется, что в эталонах небольших волн должно быть 5 групп волн, которые соответствуют зубцам сигнала с определенным коэффициентом. Проводя детальный анализ на ветках сигнала, можно найти амплитудное отклонение наличия небольших волн. Предлагаемый алгоритм учитывает особенности амплитудно-частотных характеристик акустооптических сигналов и состоит из двух этапов [3,8].

Выбор конкретного вида и типа вейвлетов во многом зависит от анализируемых сигналов и задач анализа, при этом немалую роль играют интуиция и опыт исследователя. Для получения оптимальных алгоритмов преобразования разработаны определенные критерии, но их еще нельзя считать окончательными, т.к. они являются внутренними по отношению к самим алгоритмам преобразования и, как правило, не учитывают внешних критериев, связанных с сигналами и целями их преобразований. Отсюда следует, что при практическом использовании вейвлет-преобразований необходимо уделять достаточное внимание проверке их работоспособности и эффективности для поставленных целей по сравнению с известными методами обработки и анализа.

Известно, что для обработки информации физических исследований необходимо с помощью автоматизированных аналитических программ получить промежуточный результат для обработки и получения информации, целью которой является оценка физического явления наблюдаемых акустооптических процессов. Это очень трудоемкий процесс, особенно в случаях, когда нет начальных данных для переноса и копирования в вычислительную среду. Разработанная методика позволяет с помощью математического анализа и статистических методов обработки получить соответствующую систему приема, фильтрации и преобразования данных.

Реализация методики. Существует множество методик обработки данных сигнала, но все они в целом не решают или решают частично эту задачу. Данная методика охватывает двенадцать шагов для распознавания и обработки сигнала.

Предварительным этапом обработки данных является наличие отсканированных фотографических рисунков (негативов) в черно-белом растровом изображении в формате jpg. При помощи программы Image Tools3.0 полученные данные записываем в отдельный txt файл. Из txt файла выбираем 1 и 3 колонки данных для последующего копирования в отдельный файл Microsoft Excel на отдельном листе.

В колонке *A* листа Excel-а помещаем относительные координаты x , а в колонке *B* - относительные координаты y . В колонках *C* и *D* следующие формулы « $=x^2$ » и « $=x*y$ » для составления линии тренда.

Используем метод наименьших квадратов, позволяющий получить регрессионные связи $y = f(x; a_0, a_1, \dots, a_n)$ с помощью нормальных уравнений [3] для прямолинейной связи $y_x = a_0 + a_1 x$:

$$\begin{cases} a_0 * n + a_1 * \sum x_i = \sum y_i, \\ a_0 * \sum x_i + a_1 * \sum x_i^2 = \sum y_i * x_i. \end{cases} \quad (1)$$

Отметим, что система получена из условия $dE/da_0 = 0$, $dE/da_1 = 0$, $dE/da_2 = 0$, $dE/da_3 = 0$, где E - сумма квадратов разностей $e_i = (y_{xi} - y_{xip})^2$ между экспериментальными и расчетными значениями y_{xi} и y_{xip} :

$$E = \sum_i^n e_i^2 = \sum_{j=1}^n (y_{xi} - y_{xip})^2 = \sum [y_{xi} - f(x; a_0, a_1, \dots, a_h)]^2 \Rightarrow \min. \quad (2)$$

Правильный выбор функции имеет важное значение для выполнения дальнейших расчетов и количественной оценки исследуемых акустооптических процессов. В задачах, где имеется априорная информация в виде взаимосвязи между параметрами процесса (например, связь между интенсивностью и координатной линией), применяются конкретные формы регрессионной связи.

В остальных случаях выбор уравнения регрессии выполняются графически, учитывая характер распределения экспериментальных данных в координатной системе (y, x).

В колонке *E* листа Excel-а записываем полученные значения $F(x) = A_0 + A_1 * x$, а в колонке *F* листа Excel-а - полученную изолинию, чтобы значения функции F_0 и F_n совпали со значениями в колонке *B*. Изолиния строится по следующей формуле: $I = Y_0 - A_0 * F_i$ ($i = 0, \dots, n$).

В колонке *F* листа Excel-а выбираем минимальное значение, в колонке *H* высчитываем базовую линию, соответствующую координатам абсцисс (БЛКА).

В колонке *I* листа Excel-а выбираем максимальное значение БЛКА.

В колонках *J*, *K* листа Excel-а формируем буфер 2^n точек для быстрого преобразования Фурье (БПФ).

В колонке *L* листа Excel-а задаем значения $1, \dots, n$ для проведения спектрального анализа (разложения в ряд Фурье).

В колонке *M* листа Excel-а производим вычисление прямого преобразования Фурье для определения амплитуд $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$, используя каталог анализа данных Microsoft Excel, где

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \cos(n\omega_1 t) dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \sin(n\omega_1 t) dt, \quad \varphi_n = \arctg\left(\frac{b_n}{a_n}\right). \quad (3)$$

В колонке N листа Excel-а записываем абсолютное значение комплексного числа определяемой функций МНИМ.АБС() из каталогов функций инженерных расчетов Microsoft Excel.

Из абсолютных значений выбираем последовательно максимумы наиболее встречающихся амплитуд, запоминая соответствующие индексы в колонках O, P, Q на листах Excel-а.

Ранжируя по убыванию, отмечаем только первые двенадцать коэффициентов. Обнуляем соответствующие коэффициенты номера индексов остальных амплитуд и запоминаем их.

В колонке R листа Excel-а записываем отфильтрованные значения первых двенадцати коэффициентов.

В колонке S листа Excel-а производим обратное преобразование Фурье значений из колонки R и экстраполируем значения 256 точек.

В колонке T листа Excel-а записываем реальные значения, полученные из колонки S . Полученный результат представляем в графическом виде, записывая в отдельной диаграмме Excel-а. В колонках W и X параллельно записываются коэффициенты вещественной и мнимой частей комплексного числа, что дает возможность представить функцию в аналитическом виде:

$$y = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos i\omega_1 t + b_i \sin i\omega_1 t). \quad (4)$$

Результаты методики представлены на рис. 1 - 4.

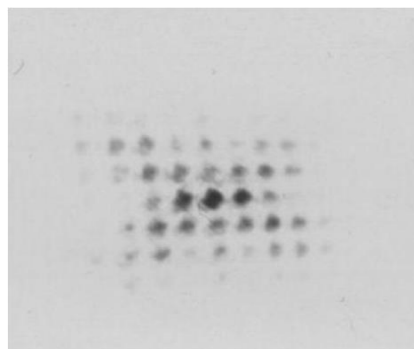


Рис. 1. Фотографическое изображение дифракционного процесса

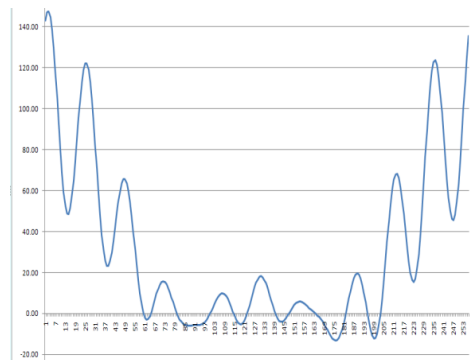


Рис.2. График отфильтрованного сигнала

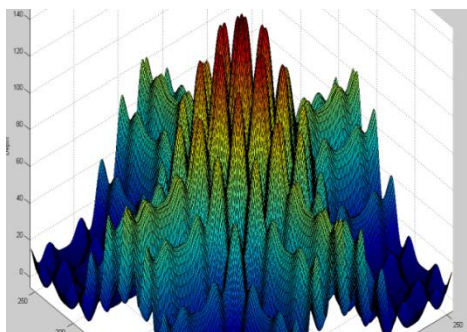


Рис.3. Пространственное представление отфильтрованного сигнала

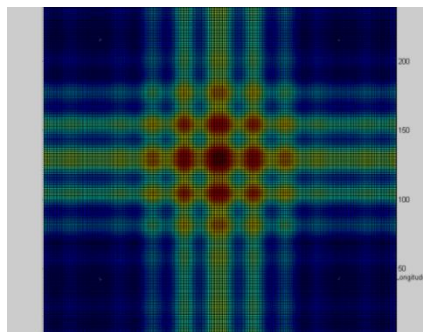


Рис. 4. Поверхностное представление отфильтрованного сигнала

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Балаттер К.** Вейвлет-анализ. Основы теории. – М.: Техносфера, 2004. – 280 с.
2. **Дьяконов В.П.** MATLAB 7/R2006/R2007. - М.: ДМК Пресс, 2010. – 768 с.
3. **Айказян М.Э.** Программное обеспечение результатов акустооптических процессов в кристалле SiO₂// Вестник ИАА. – 2013. – Т.10, № 4. – С. 755-759.
4. **Борисенко Н.А., Орехов С.Б.** Применение вейвлет-преобразования для анализа сигналов ЭКГ и РВГ // Инженерная физика. – 2002. – № 5. – С. 9-12.
5. **Стакян М.Г., Систани Ш.Дж., Айказян М.Э.** Программное обеспечение количественной оценки процесса упрочнения вала// Вестн. ГИУА (Политехник). – Серия “Механика, Машиноведение, Машиностроение”.-2013. - Т.15, №2. – С.49–57.
6. **Стакян М.Г., Систани Ш.Дж., Айказян М.Э.** Математическое моделирование процесса упрочнения рабочих поверхностей// Известия НАН РА и ГИУА. - 2013. - Т.66, №1. - С. 20–27.
7. **Стакян М.Г., Систани Ш.Дж., Айказян М.Э.** Моделирование физико-технического состояния поверхностных слоев деталей при применении упрочняющих технологий // Вестн. ГИУА(Политех). Серия “Механика, Машиноведение, Машиностроение”. 2013. – Т.15, №1. - С. 68–74.
8. **Анютин А.П., Кюркчан А.Г.** Решение задач теории дифракции и антенн с использованием метода продолженных граничных условий и техники вейвлета // Радио и Электроника. – 2004. - Т.49, № 1.– С. 15-23.

Лаборатория мессбауровской спектроскопии ИППФ НАН РА. Материал поступил в редакцию 28.10.2014.

Մ.Է. ՀԱՅԿԱԶՅԱՆ

**ՁԱՅՆԱՕՊՏԻԿԱՅԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐՈՒՄ ՓՈՐՁՆԱԿԱՆ ՏՎՅԱԼՆԵՐԸ ՄՇԱԿԵԼԻՄ
ՎԵՑՎԼԵԹ-ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅԱՆ ՄԵԿ ԿԻՐԱՌՄԱՆ ՄԱՍԻՆ**

Քննարկվում են ձայնաօպտիկական գործընթացների հետազոտման մեթոդների ստեղծման վեյվլեթ ձևափոխություններով ազդանշանի վիճակագրական, նախնական թվային մշակման և ֆիլտրած ազդանշանի հետազոտման հարցերը: Կատարվել են գործոնների ազդեցության առկայությամբ տվյալների ռեգրեսիոն վերլուծությունը և վեյվլեթ դոմենների ձևավորումը: Նմուշային վեյվլեթ դոմենում ընդգրկված են տվյալ գործընթացներին համապատասխան տեսականորեն հիմնավորված ազդանշանների ֆունկցիաները:

Առանցքային բառեր. ձայնաօպտիկա, տվյալների թվային մշակում, ազդանշանի պարամետրերի վիճակագրական հետազոտում, վեյվլեթ – վերլուծություն:

M.E. HAYKAZYAN

**AN APPROACH TO THE USE OF THE WAVELET-ANALYSIS FOR
EXPERIMENTAL DATA PROCESSING IN PROBLEMS OF
ACOUSTOOPTICS**

The issues on creating a research technique of acoustooptical spectra using a wavelet transform for analyzing the data, statistical signal processing, preliminary digital processing, as well as for creating filtered signals and wavelet domains are considered. Regression analysis of the data at the impact of factors is carried out. In wavelet domains, reference signals derived from theoretically substantiated functions of the conformed process are included.

Keywords: acoustooptics, digital processing, statistical research of the signal parameters, wavelet analysis.