

Վ.Հ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ, Օ.Ն. ԳԱՄՊԱՐՅԱՆ

ՑԻԴԿՈՒԼՅԱՆ ԱՎՏՈՄԱՏ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ
ՆԱԽԱԳԾՈՒՄԸ ԴԱՄԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐՈՎ

Առաջարկվում է մի մոտեցում ցիբկուլյանտ ավտոմատ կառավարման համակարգերի կարգավորիչների ընտրության համար, որը հնարավորություն է տալիս նախագծել այդ համակարգերը կառավարման տեսության դասական մեթոդների կիրառմամբ: Արտածվել են համարժեք միաչափ համակարգերի փոխանցման ֆունկցիաների հաշվարկման բանաձևեր: Կատարվել է մոդելային համակարգի կայունության վերլուծություն՝ Նայքվիստի չափանիշի հիման վրա:

Առանցքային բառեր. բազմաչափ կառավարման համակարգ, ցիբկուլյանտ կարգավորիչ, բնութագրիչ փոխանցման ֆունկցիա, Նայքվիստի չափանիշ:

Բազմաչափ ավտոմատ կառավարման համակարգերի (ԲԱԿՀ) կարևոր դաս են կազմում, այսպես կոչված, նորմալ համակարգերը, որոնք շատ տարածված են, և որոնց կանոնական բազիսները օրթոգոնալ են: Նորմալ ԲԱԿՀ-երի դասում կարելի է առանձնացնել երկու ենթադասեր՝ ցիբկուլյանտ և հակացիբկուլյանտ ԲԱԿՀ-երը, որոնց բնորոշ հատկանիշն այն է, որ դրանց կանոնական բազիսները կախված չեն s կոմպլեքս փոփոխականից:

Ցիբկուլյանտ ավտոմատ կառավարման համակարգերի $W(s)$ փոխանցման մատրիցը ներկայացնում է ցիբկուլյանտ մատրից, այսինքն՝ այնպիսի մատրից, որի յուրաքանչյուր հաջորդ տող ստացվում է նախորդից՝ տարրերը մեկ դիրքով աջ տեղաշարժելով (բացի N -րդից), իսկ նախորդ տողի N -րդ տարրը դառնում է հաջորդ տողի առաջին տարր:

$$W(s) = \begin{pmatrix} w_0(s) & w_1(s) & w_2(s) & \dots & w_{N-1}(s) \\ w_{N-1}(s) & w_0(s) & w_1(s) & \dots & w_{N-2}(s) \\ w_{N-2}(s) & w_{N-1}(s) & w_0(s) & \dots & w_{N-3}(s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_1(s) & w_2(s) & w_3(s) & \dots & w_0(s) \end{pmatrix} : \quad (1)$$

ԲԱԿՀ-երը, որոնք նկարագրվում են ցիբկուլյանտ մատրիցներով, կազմում են բազմաչափ համակարգերի կարևոր ենթադաս, որոնք հատկապես լայն տարածում ունեն տարբեր տեխնոլոգիական պրոցեսներում: Որպես այդպիսի ԲԱԿՀ-երի օրինակներ կարելի է նշել թղթի պատրաստման մեքենաների՝ ըստ լայնական հատույթի

կառավարման համակարգերը, վառարաններում բյուրեղների աճեցման կառավարման համակարգերը, պլաստմասսե թաղանթների ներկման համակարգերը, եռառանցք հոլակային հարթակների ավտոմատ կառավարման որոշ համակարգեր և այլն:

Ցիրկուլյանտ ԲԱԿՀ-երի նախագծման դեպքում, երբ կառավարվող օբյեկտը բնութագրվում է ցիրկուլյանտ (1) մատրիցով, նպատակահարմար է օգտագործել կարգավորիչ, որի $K(s)$ փոխանցման մատրիցը նույնպես ցիրկուլյանտ է [1] և ներկայացվում է

$$K(s) = k_0(s)I + \sum_{n=1}^{N-1} k_n(s)U^n = C \text{diag}\{p_i(s)\}C^{-1} \quad (2)$$

տեսքով, որտեղ $k_n(s)$ ($n=0,1,2,\dots,N-1$) հանդիսանում են ցիրկուլյանտ $K(s)$ մատրիցի առաջին տողի տարրերը, U -ն՝ օրթոգոնալ տեղափոխությունների մատրիցը [2], իսկ C -ն՝ $K(s)$ մատրիցի նորմավորված սեփական վեկտորներից կազմված մոդալ մատրիցը, որը համընկնում է տեղափոխությունների մատրիցի մոդալ մատրիցի հետ [2]:

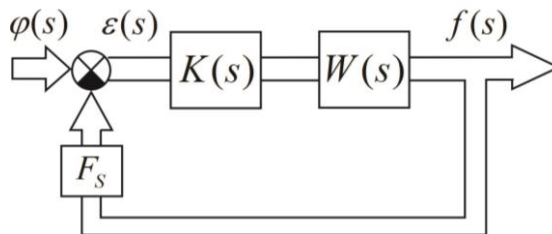
Կարգավորող $K(s)$ մատրիցի $p_i(s)$ բնութագրիչ փոխանցման ֆունկցիաները (ԲՓՖ) որոշվում են հետևյալ բանաձևով.

$$p_i(s) = k_0(s) + \sum_{n=1}^{N-1} k_n(s) \exp\left\{j \frac{2\pi(i-1)}{N} n\right\}, \quad i=1, 2, \dots, N: \quad (3)$$

Դիտարկենք N -չափանի $W(s)$ (1) ցիրկուլյանտ մատրիցով փակ համակարգը, որի

$$K(s) = \begin{pmatrix} k_0(s) & k_1(s) & k_2(s) & \dots & k_{N-1}(s) \\ k_{N-1}(s) & k_0(s) & k_1(s) & \dots & k_{N-2}(s) \\ k_{N-2}(s) & k_{N-1}(s) & k_0(s) & \dots & k_{N-3}(s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_1(s) & k_2(s) & k_3(s) & \dots & k_0(s) \end{pmatrix} \quad (4)$$

կարգավորիչը նույնպես ցիրկուլյանտ է (նկ. 1):



Նկ. 1. Ցիրկուլյանտ ԲԱԿՀ-ի մատրիցային կառուցվածքային սխեման

Հողվածներ [3,4]-ում առաջարկվել է դասական միաչափ համակարգերի կիրառմամբ, համապատասխանաբար, ընդհանուր տեսքի և միատիպ ԲԱԿՀ-երի նախագծման մի մոտեցում, որի էությունը հետևյալն է. որևէ մուտքից մեկ այլ ելք գնացող կապը խզելու և առանձնացնելու միջոցով ԲԱԿՀ-ի նախագծումը հանգեցվում է միաչափ համակարգի նախագծման: Ընդ որում, N -չափանի քառակուսային համակարգի համար ունենում ենք N^2 տարբեր տարբեր ընտրելու հնարավորություն: Այդ մոտեցումը կարելի է կիրառել նաև ցիրկուլյանտ համակարգերի համար, սակայն այն նույնությամբ կիրառելու դեպքում կխախտվի համակարգի կառուցվածքը. ստացվող համարժեք համակարգը կվերածվի ընդհանուր տեսքի: Քանի որ ցանկանում ենք կիրառել այդ մոտեցումը՝ պահպանելով համակարգի կառուցվածքը (ցիրկուլյանտությունը), ուստի սույն հոդվածում առաջարկվում է այդ մոտեցման մոդիֆիկացված տարբերակ, որը հիմնվում է $K(s)$ կարգավորիչի (2) ներկայացման վրա: Այս դեպքում ունենք ընտրության N հնարավորություն՝ $k_0(s), k_1(s), \dots, k_{N-1}(s)$ փոխանցման ֆունկցիաներից որևէ մեկը:

Ենթադրենք՝ ցանկանում ենք ապահովել ցիրկուլյանտ համակարգի կայունության պաշարը (գուցե նաև համակարգի վարքը բնութագրող այլ ցուցանիշներ ևս)՝ $K(s)$ ցիրկուլյանտ կարգավորիչի մեջ ընտրելով և փոփոխելով միայն մեկ, օրինակ, m -րդ ($m=0, 1, \dots, N-1$) $k_m(s)$ փոխանցման ֆունկցիան: Սա, փաստորեն, նշանակում է, որ $K(s)$ կարգավորիչի բոլոր տարրերը, որոնք (2) բանաձևում համապատասխանում են m -րդ աստիճանի U^m -ին, փոփոխվում են միաժամանակ և նույն կերպ: Յուրաքանչյուր ընտրված m -ին համապատասխանում է ոչ թե մեկ համարժեք միաչափ համակարգ, այլ N համակարգեր:

Կարգավորիչի $K(s)$ փոխանցման մատրիցը կարող է գրվել հետևյալ տեսքով՝

$$K(s) = k_0(s)I + \left[\sum_{n=1}^{N-1} k_n(s)U^n \right], \quad m=0 \text{ դեպքում}, \quad (5)$$

$$K(s) = k_m(s)U^m + \left[\sum_{\substack{n=0 \\ n \neq m}}^{N-1} k_n(s)U^n \right], \quad m>0 \text{ դեպքում}, \quad (6)$$

իսկ $K(s)$ փոխանցման մատրիցի

$$p_i(s) = k_0(s) + \sum_{n=1}^{N-1} k_n(s) \exp \left\{ j \frac{2\pi(i-1)}{N} n \right\}, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (7)$$

ԲՓՖ-ները $m=0$ դեպքում կներկայացվեն

$$p_i(s) = k_0(s) + K_{\Sigma}^0(s), \quad i=1, 2, \dots, N, \quad (8)$$

իսկ $m > 0$ դեպքում՝

$$p_i(s) = k_m(s) \exp\left\{j \frac{2\pi(i-1)}{N} m\right\} + K_\Sigma^m(s), \quad i=1, 2, \dots, N \quad (9)$$

տեսքով, որտեղ

$$K_\Sigma^0(s) = \sum_{n=1}^{N-1} k_n(s), \quad K_\Sigma^m(s) = k_0(s) + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{N-1} k_n(s) \exp\left\{j \frac{2\pi(i-1)}{N} n\right\}, \quad m > 0: \quad (10)$$

Ընդ որում, $K(s)$ կարգավորիչում ինդեքսի $m=0$ ընտրության դեպքում կստանանք, այսպես կոչված, սկալյար կարգավորիչ [2], այսինքն՝ ընտրվում են կարգավորիչի անկյունագծային տարրերը, իսկ $m > 0$ դեպքում՝ m ինդեքսին համապատասխանող փոխադարձ կապերը:

(8) և (9) բանաձևերը կարելի է ներկայացնել հետևյալ ընդհանուր տեսքով.

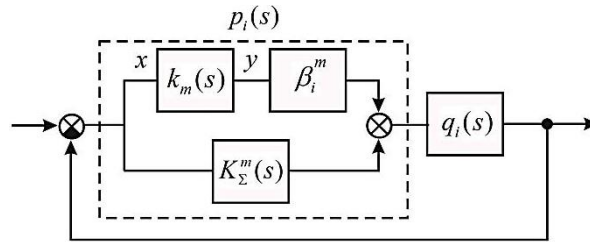
$$p_i(s) = k_m(s) \beta_i^m + K_\Sigma^m(s), \quad i=1, 2, \dots, N, \quad m=0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (11)$$

որտեղ

$$\beta_i = \exp\left\{j \frac{2\pi(i-1)}{N}\right\}, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (12)$$

U մատրիցի սեփական արժեքներն են:

Հաշվի առնելով (10) և (11) բանաձևերը, նկ.1-ի ցիրկուլյանտ համակարգի փակ բնութագրիչ համակարգերը կարող են ներկայացվել նկ. 2-ում պատկերված տեսքով:

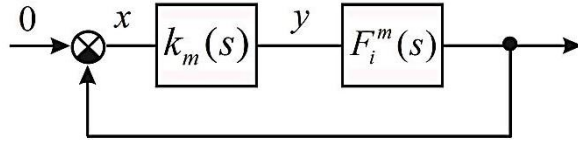


Նկ. 2. Ցիրկուլյանտ համակարգի փակ բնութագրիչ համակարգերը ($i=1, 2, \dots, N$)

Նկ. 2-ի սխեմայում x և y ազդանշանների կապն արտահայտվում է

$$x = -\beta_i^m \frac{q_i(s)}{1 + q_i(s) K_\Sigma^m(s)} y, \quad y = k_m(s) x, \quad i=1, 2, \dots, N, \quad m=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (13)$$

բանաձևերով, իսկ այդ սխեման կարելի է ներկայացնել նրան համարժեք N հատ միաշափ փակ բնութագրիչ համակարգերի տեսքով (նկ. 3):



Նկ. 3 Զիրկույանտ համակարգի N հատ միաշափ փակ բնութագրիչ համակարգերը
($i = 1, 2, \dots, N$)

Այստեղ $F_i^m(s)$ փոխանցման ֆունկցիաները հավասար են՝

$$F_i^m(s) = \beta_i^m \frac{q_i(s)}{1 + q_i(s)K_\Sigma^m(s)} : \quad (14)$$

Եթե նշանակենք

$$Q_i^m(s) = F_i^m(s)k_m(s), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (15)$$

ապա այն կլինի նկ. 3-ի N հատ բաց միաշափ համակարգերի փոխանցման ֆունկցիան:

Քանի որ նկ. 3-ի միաշափ համակարգերը և նկ. 2-ի համակարգերը համարժեք են, ուստի $K(s)$ կարգավորիչ մատրիցով սկզբնական ցիրկույանտ համակարգի կայունությունը կարող է հետազոտվել նկ. 3-ի N միաշափ համակարգերի միջոցով:

Քանի որ $K(s)$ ցիրկույանտ մատրիցային կարգավորիչը կախված է N հատ սկալյար $k_0(s)$, $k_1(s)$, ..., $k_{N-1}(s)$ փոխանցման ֆունկցիաներից, ուստի ունենք N այլընտրանքային համարժեք տարբերակներ՝ դրանցից որևէ մեկի ընտրության և փոփոխման միջոցով $K(s)$ կարգավորիչի նախագծման համար:

Հարկ է նշել, որ m ինդեքսի ընտրությունը կախված է տարբեր գործոններից, որոնց թվում մեծ դեր են խաղում նաև նախագծողի փորձն ու նախասիրությունները:

Օրինակ. Դիտարկենք հետևյալ երկշափ ցիրկույանտ համակարգը, որի կառավարվող օբյեկտն ունի հետևյալ փոխանցման մատրիցը.

$$W(s) = \begin{bmatrix} \frac{50}{s(s+1.3)} & \frac{150}{s(s+1.3)(s+5)} \\ \frac{150}{s(s+1.3)(s+5)} & \frac{50}{s(s+1.3)} \end{bmatrix} : \quad (16)$$

Փոխանցման (16) մատրիցով համակարգի $q_1(s)$ և $q_2(s)$ բնութագրիչ ֆունկցիաներն ըստ

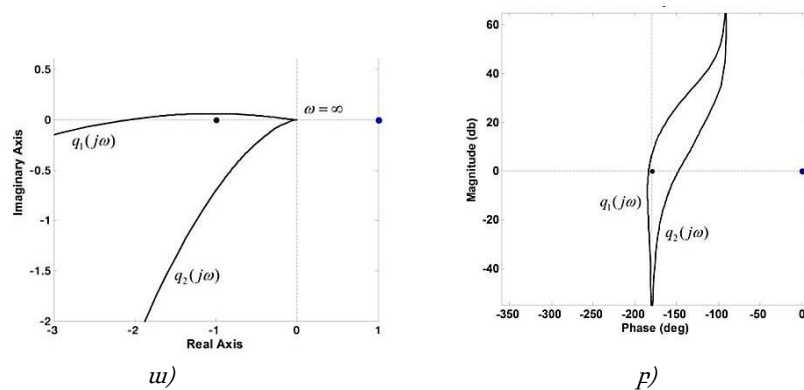
$$q_i(s) = w_0(s) + \sum_{n=1}^{N-1} w_n(s) \exp \left\{ j \frac{2\pi(i-1)}{N} n \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (17)$$

բանաձևի [2] կլինեն.

$$q_1(s) = w_0(s) + w_1(s) = \frac{50}{s(s+1.3)} + \frac{150}{s(s+1.3)(s+5)} = \frac{50(s+8)}{s(s+1.3)(s+5)}, \quad (18)$$

$$q_2(s) = w_0(s) - w_1(s) = \frac{50}{s(s+1.3)} - \frac{150}{s(s+1.3)(s+5)} = \frac{50(s+2)}{s(s+1.3)(s+5)} : \quad (19)$$

Ցիրկուլանտ $W(s)$ (16) օբյեկտի հաճախային բնութագրերը բերված են նկ. 4 (ա, բ)-ում, որտեղից երևում է, որ համակարգն անկայուն է:



Նկ. 4. Փոխանցման $W(s)$ (16) մատրիցով համակարգի հաճախային բնութագրերը՝
(ա) Նայքվիստի, (բ) Նիքոլսի

Դիցուք $K(s)$ կարգավորիչն ունի հետևյալ տեսքը.

$$K(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.8624(s+2)}{s+4} & \frac{0.5638(s+2)}{s+4} \\ \frac{0.5638(s+2)}{s+4} & \frac{0.8624(s+2)}{s+4} \end{bmatrix} = \frac{s+2}{s+4} \begin{bmatrix} 0.8624 & 0.5638 \\ 0.5638 & 0.8624 \end{bmatrix} : \quad (20)$$

Ճշգրտված՝ $G(s) = W(s)K(s)$ ցիրկուլանտ համակարգի փոխանցման մատրիցը կլինի՝

$$G(s) = \frac{s+2}{s(s+1.3)(s+4)(s+5)} \begin{bmatrix} 43.12(s+6.961) & 28.19(s+9.589) \\ 28.19(s+9.589) & 43.12(s+6.961) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

իսկ ԲՓՖ-ների հաճախային բնութագրերը կունենան նկ.5(ա,բ)-ում պատկերված տեսքերը, որտեղից երևում է, որ համակարգը կայուն է, սակայն ունի կայունության փոքր պաշար. տատանողականության M ցուցանիշը հավասար է 7.9:

Փորձելով m ինդեքսի 0 և 1 արժեքները, տեսնում ենք, որ $m=1$ դեպքում համակարգի կայունության պաշարի պահանջվող ցուցանիշին ավելի հեշտ ենք հասնում: Այդ դեպքում կստանանք.

$$K_{\Sigma}^m(s) = K_{\Sigma}^1(s) = k_0(s), \quad (22)$$

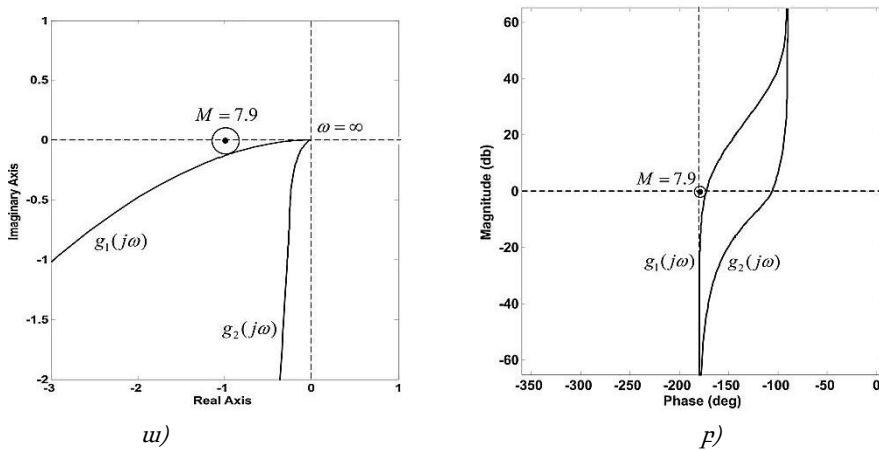
$$F_1^1(s) = \beta_1 \frac{q_1(s)}{1 + q_1(s)k_0(s)} = \frac{50s^2 + 600s + 1600}{s^4 + 10.3s^3 + 74.82s^2 + 475.2s + 689.92}, \quad (23)$$

$$F_2^1(s) = \beta_2 \frac{q_2(s)}{1 + q_2(s)k_0(s)} = -\frac{50s^2 + 300s + 400}{s^4 + 10.3s^3 + 74.82s^2 + 198.48s + 172.48}, \quad (24)$$

և (15)-ում $k_m(s)$ փոխանցման ֆունկցիան հավասար կլինի՝

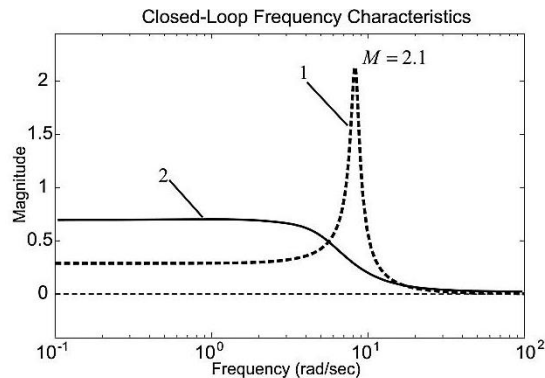
$$k_1(s) = \alpha \frac{0.5638(s+2)}{s+4}, \quad (25)$$

որտեղ α -ն իրական սկալյար գործակից է, որը պետք է որոշվի այնպես, որ ապահովվի համակարգի կայունությունը, և տատանողականության M ցուցանիշը չգերազանցի 2.1-ը:



Նկ. 5. Ճշգրտված $G(s) = W(s)K(s)$ փոխանցման մատրիցով համակարգի հաճախային բնութագրերը՝ (ա) Նայվիստի, (բ) Նիքոլսի

Փոփոխելով α -ի արժեքը, գտնում ենք, որ $\alpha=0.62$ դեպքում ստացվում է կայուն համակարգ՝ պահանջվող $M=2.1$ տատանողականության ցուցանիշով: $Q_i^m(s) = F_i^m(s)k_m(s)$, $i=1,2$ փոխանցման ֆունկցիաներով բաց համակարգին համապատասխանող նկ. 3-ի միաչափ փակ համակարգի ամպլիտուդա-հաճախային բնութագրերը բերված են նկ. 6-ում:



Նկ. 6. Նկ. 3-ի միաչափ փակ համակարգի ամպլիտուդահաճախային բնութագրերը

Պետք է նշել, որ առաջարկվող ցիրկուլյանտ կարգավորիչների նախագծման մեթոդը կիրառելի է նաև հակացիրկուլյանտ կարգավորիչների նախագծման դեպքում՝ միայն որոշակի շտկումներով՝ պայմանավորված ցիրկուլյանտ տեղափոխությունների U և հակացիրկուլյանտ տեղափոխությունների U – մատրիցների տարբերություններով [2]:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Егизарян Г.Г., Уликян А.Т., Манукян В.Г.** Проектирование многомерных циркулянтных систем автоматического регулирования // Тезисы докладов VIII Международной научно-практической конференции «Наука и образование без границ–2012», 07-15.12, Sp. zo.o. “Nauka I studia”.- Przemysl, Польша, 2012.-С. 29-32.
2. **Gasparyan O.N.** Linear and Nonlinear Multivariable Feedback Control: A Classical Approach.- John Wiley and Sons, West Sussex, Chichester, UK, 2008. - 354 p.
3. **Մանուկյան Վ.Հ.** Բազմաչափ ավտոմատ կառավարման համակարգերի կարգավորիչների ընտրությունը կառավարման դասական մեթոդների կիրառմամբ // ՀՊՀՀ Լրաբեր. Գիտական և մեթոդական հոդվածների ժողովածու. - Երևան, 2014. – Մաս 1.- էջ 134-139.
4. **Манукян В.Г.** Проектирование однотипных многомерных систем автоматического регулирования с помощью скалярных критериев // XV Международная научная конференция “Актуальные вопросы современной техники и технологии”, 24 апреля 2014 г., Россия.- Липецк, 2014.-С. 28-33.

Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարան: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 15.10.2015:

В.Г. МАНУКЯН, О.Н. ГАСПАРЯН

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИРКУЛЯНТНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО
РЕГУЛИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ КЛАССИЧЕСКИХ МЕТОДОВ**

Предлагается подход для выбора регуляторов циркулянтных многомерных систем автоматического регулирования, который позволяет проектировать подобные системы с помощью классических методов теории систем автоматического регулирования. Выведены аналитические формулы для вычисления передаточных функций эквивалентных одномерных систем. С помощью критерия Найквиста проведен анализ устойчивости конкретной двумерной системы.

Ключевые слова: многомерная система автоматического регулирования, циркулянтный регулятор, характеристическая передаточная функция, критерий Найквиста.

V.H. MANUKYAN, O.N. GASPARYAN

DESIGN OF CIRCULANT CONTROL SYSTEMS BY CLASSICAL METHODS

An approach to choosing matrix regulators for circulant automatic control systems is proposed allowing to design such systems by the classical methods of the automatic control system theory. Analytical formulae for calculating the transfer functions of the equivalent one-dimensional systems are derived. Stability analysis of a two-dimensional circulant system is performed by the Nyquist criterion.

Keywords: multivariable feedback control system, circulant regulator, characteristic transfer function, Nyquist criterion.