

С.О. СИМОНЯН

ДЕКОМПОЗИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ
ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ОБОБЩЕННЫХ ОБРАТНЫХ МАТРИЦ (I)

Предложены конструктивные аналитические и численно-аналитические матрично-векторные методы определения комплексных однопараметрических обобщенных обратных матриц Мура-Пенроуза, основанные на дифференциальных преобразованиях Пухова. Приведены результаты решения одного модельного примера.

Ключевые слова: комплексные однопараметрические матрицы, обобщенные обратные матрицы, декомпозиция, дифференциальные преобразования, конструктивные матрично-векторные методы.

Введение. Однопараметрические матрицы и их обобщенные обратные матрицы достаточно часто встречаются при решении различных задач систем управления [1], сингулярных систем дифференциальных уравнений [2], обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами [3], задач с полиномиальными матрицами [4], в марковских цепях [5] и многих других. Однако прямое применение известных вычислительных методов численной алгебры для решения этих задач принципиально невозможно из-за функциональности соответствующих матриц, что диктует необходимость использования альтернативных подходов разрешения этой проблемы.

Как показывают исследования, для решения рассматриваемой проблемы весьма эффективным средством оказываются дифференциальные преобразования Пухова [6], на основе которых в настоящей работе предлагаются конструктивные аналитические и численно-аналитические декомпозиционные методы определения комплексных однопараметрических обобщенных обратных матриц Мура-Пенроуза.

Математический аппарат. Представим аналитические и численно-аналитические методы решения рассматриваемой задачи, воспользовавшись подходом, предложенном в [7], а также имея в виду результаты, полученные в [8-15].

Сначала заметим, что при параметрических матрицах $A(t)$ и $X(t) = A^+(t)$ по аналогии с условиями для числовых матриц [16] должны иметь место следующие условия Мура-Пенроуза:

$$A(t) \cdot X(t) \cdot A(t) = A(t), \quad (1)$$

$$X(t) \cdot A(t) \cdot X(t) = X(t), \quad (2)$$

$$[A(t) \cdot X(t)]^* = A(t) \cdot X(t), \quad (3)$$

$$[X(t) \cdot A(t)]^* = X(t) \cdot A(t), \quad (4)$$

где параметр t может быть временем, оператором Лапласа или другим параметром, а символ $*$ - знак комплексного сопряжения. Заметим также, что соотношения (1)-(4) имеют место всегда, вне зависимости от выполнения следующих возможных двойных условий:

$$A(t) \cdot X(t) = E_{mxm}, X(t) \cdot A(t) = E_{nzn}; \quad (5)$$

$$A(t) \cdot X(t) = E_{mxm}, X(t) \cdot A(t) \neq E_{nzn}; \quad (6)$$

$$A(t) \cdot X(t) \neq E_{mxm}, X(t) \cdot A(t) = E_{nzn}; \quad (7)$$

$$A(t) \cdot X(t) \neq E_{mxm}, X(t) \cdot A(t) \neq E_{nzn}. \quad (8)$$

Далее, представив исходную матрицу в виде

$$A(t)_{mxn} = B(t)_{mxn} + j \cdot C(t)_{mxn}, \quad (9)$$

а обобщенную обратную ей – в виде

$$X(t)_{nzm} = G(t)_{nzm} + j \cdot H(t)_{nzm}, \quad (10)$$

в которых $B(t)$, $G(t)$ и $C(t)$, $H(t)$ - соответственно матрицы действительных и мнимых частей (9) и (10), будем оперировать условием Мура-Пенроуза (1), при котором

$$\begin{aligned} A(t) &= B(t) + j \cdot C(t) = A(t) \cdot X(t) \cdot A(t) = \\ &= [B(t) + j \cdot C(t)] \cdot [G(t) + j \cdot H(t)] \cdot [B(t) + j \cdot C(t)] = \\ &= [B(t) \cdot G(t) \cdot B(t) - C(t) \cdot H(t) \cdot B(t) - B(t) \cdot H(t) \cdot C(t) - C(t) \cdot G(t) \cdot C(t)] + \\ &+ j \cdot [B(t) \cdot H(t) \cdot B(t) + C(t) \cdot G(t) \cdot B(t) + B(t) \cdot G(t) \cdot C(t) - C(t) \cdot H(t) \cdot C(t)]. \end{aligned} \quad (11)$$

Отсюда имеем следующую систему матричных уравнений второго порядка с неизвестными матрицами $G(t)$ и $H(t)$:

$$\begin{cases} B(t) = B(t) \cdot G(t) \cdot B(t) - C(t) \cdot H(t) \cdot B(t) - B(t) \cdot H(t) \cdot C(t) - C(t) \cdot G(t) \cdot C(t), \\ C(t) = B(t) \cdot H(t) \cdot B(t) + C(t) \cdot G(t) \cdot B(t) + B(t) \cdot G(t) \cdot C(t) - C(t) \cdot H(t) \cdot C(t), \end{cases} \quad (12)$$

порожденную приравнованием действительных и мнимых слагаемых в левой и правой частях соотношения (11).

Аналитическое решение (1-й вариант). Нетрудно убедиться, что систему матричных уравнений (12) можно представить и в виде следующего матрично-блочного эквивалента

$$\begin{bmatrix} [B(t) \cdot G(t) - C(t) \cdot H(t)] & [-B(t) \cdot H(t) - C(t) \cdot G(t)] \\ [B(t) \cdot H(t) + C(t) \cdot G(t)] & [B(t) \cdot G(t) - C(t) \cdot H(t)] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B(t) \\ C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B(t) \\ C(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

или, что одно и то же, эквивалента

$$\begin{bmatrix} B(t) & -C(t) \\ C(t) & B(t) \end{bmatrix}_{2mx2n} \cdot \begin{bmatrix} G(t) & -H(t) \\ H(t) & G(t) \end{bmatrix}_{2nx2m} \cdot \begin{bmatrix} B(t) \\ C(t) \end{bmatrix}_{2mxn} = \begin{bmatrix} B(t) \\ C(t) \end{bmatrix}_{2mxn}. \quad (14)$$

Из представления (14) следует, что

$$\begin{bmatrix} B(t) & -C(t) \\ C(t) & B(t) \end{bmatrix}_{2mx2n} \cdot \begin{bmatrix} G(t) & -H(t) \\ H(t) & G(t) \end{bmatrix}_{2nx2m} = E_{2mx2m}, \quad (15)$$

где E - единичная матрица порядка $2m$. Тогда аналитическое решение матрично-блочного уравнения (15) примет вид

$$\begin{bmatrix} G(t) & -H(t) \\ H(t) & G(t) \end{bmatrix}_{2nx2m} = \begin{bmatrix} B(t) & -C(t) \\ C(t) & B(t) \end{bmatrix}_{2nx2m}^+, \quad (16)$$

где символ $+$ - знак обобщенной обратной матрицы. Далее, имея матричные блоки $G(t)$ и $H(t)$ в соответствии с (16), можно получить окончательное решение исходной задачи в виде соотношения (10).

Аналитическое решение (2-й вариант). Систему матричных уравнений (12) можно представить и в виде следующего матрично-блочного-строчного эквивалента:

$$\begin{bmatrix} B(t) & C(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G(t) \cdot B(t) - H(t) \cdot C(t) & H(t) \cdot B(t) + G(t) \cdot C(t) \\ -H(t) \cdot B(t) - G(t) \cdot C(t) & G(t) \cdot B(t) - H(t) \cdot C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B(t) & C(t) \end{bmatrix} \quad (17)$$

или, что одно и то же, эквивалента

$$\begin{bmatrix} B(t) & C(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G(t) & H(t) \\ -H(t) & G(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B(t) & C(t) \\ -C(t) & B(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B(t) & C(t) \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Из представления (18) следует аналогичное (15) условие

$$\begin{bmatrix} G(t) & H(t) \\ -H(t) & G(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B(t) & C(t) \\ -C(t) & B(t) \end{bmatrix} = E_{2nx2n} \quad (19)$$

где E - единичная матрица порядка $2n$. При этом аналитическое решение матрично-блочного уравнения (19) выглядит так:

$$\begin{bmatrix} G(t) & H(t) \\ -H(t) & G(t) \end{bmatrix}_{2nx2m} = \begin{bmatrix} B(t) & C(t) \\ -C(t) & B(t) \end{bmatrix}_{2nx2m}^+, \quad (20)$$

которое, очевидно, полностью совпадает с решением (16). Дальнейшие операции, естественно, должны повторять вышеприведенные.

Замечание 1. Аналитические решения (16) и (20), очевидно, могут быть эффективно использованы лишь при малых m и n и простых элементах матриц $B(t)$ и $C(t)$. В общем случае для практических целей могут быть использованы

численно-аналитические методы решения, к рассмотрению которых и перейдем далее.

Теперь, в отличие от работы [7], где были непосредственно использованы матрицы $A(t)$ и $X(t)$, точнее, матричные дискреты $A(K)$, $X(K)$; $K = \overline{0, \infty}$, здесь воспользуемся декомпозиционным подходом, т.е. матрицами $B(t)$, $C(t)$ и $G(t)$, $H(t)$, точнее, их матричными дискретами $B(K)$, $C(K)$ и $G(K)$, $H(K)$; $K = \overline{0, \infty}$. При этом должны предполагать, что для матриц $B(t)$, $C(t)$ и $G(t)$, $H(t)$ с аналитическими элементами имеют место матричные дифференциальные преобразования, задаваемые соотношениями

$$A(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{\partial^K A(t)}{\partial t^K} \Big|_{t=t_v}, K = \overline{0, \infty} \mp A(t) = \aleph_1(t, t_v, H, A(K), K = \overline{0, \infty}), \quad (21)$$

$$B(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{\partial^K B(t)}{\partial t^K} \Big|_{t=t_v}, K = \overline{0, \infty} \mp B(t) = \aleph_2(t, t_v, H, B(K), K = \overline{0, \infty}), \quad (22)$$

$$C(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{\partial^K C(t)}{\partial t^K} \Big|_{t=t_v}, K = \overline{0, \infty} \mp C(t) = \aleph_3(t, t_v, H, C(K), K = \overline{0, \infty}), \quad (23)$$

$$X(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{\partial^K X(t)}{\partial t^K} \Big|_{t=t_v}, K = \overline{0, \infty} \mp X(t) = \aleph_4(t, t_v, H, X(K), K = \overline{0, \infty}), \quad (24)$$

$$G(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{\partial^K G(t)}{\partial t^K} \Big|_{t=t_v}, K = \overline{0, \infty} \mp G(t) = \aleph_5(t, t_v, H, G(K), K = \overline{0, \infty}), \quad (25)$$

$$H(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{\partial^K H(t)}{\partial t^K} \Big|_{t=t_v}, K = \overline{0, \infty} \mp H(t) = \aleph_6(t, t_v, H, H(K), K = \overline{0, \infty}), \quad (26)$$

где $A(K)$, $B(K)$, $C(K)$ и $X(K)$, $G(K)$, $H(K)$ - матричные изображения (дискреты) матричных функций $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ и $X(t)$, $G(t)$, $H(t)$ (оригиналов); $K = \overline{0, \infty}$ - целочисленный аргумент; H - масштабный коэффициент; t_v - центр аппроксимации; $\mp$ - знак перехода из области оригиналов в область изображений (прямое преобразование) и из области изображений в область оригиналов (обратное преобразование); $\aleph_1(\cdot) \dots \aleph_6(\cdot)$ - некоторые аппроксимирующие функции, восстанавливающие оригиналы-матрицы $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ и $X(t)$, $G(t)$, $H(t)$ соответственно.

Теперь с учетом (21)-(26) представим декомпозиционные численно-аналитические методы решения рассматриваемой задачи.

Численно-аналитическое решение (1-й вариант). В соответствии с матричными дифференциальными изображениями оригиналов-произведений, состоящих из двух матриц-сомножителей (см. [6], стр. 71), с учетом матрично-блочного-столбцевого эквивалента (14) и результатов, полученных в [7], будем иметь

$$\sum_{l=0}^K \begin{bmatrix} B(l) & -C(l) \\ C(l) & B(l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G(K-l) & -H(K-l) \\ H(K-l) & G(K-l) \end{bmatrix} = E \cdot \delta(K), K = \overline{0, \infty} \quad (27)$$

где $\delta(K)$, $K = \overline{0, \infty}$ - тейлоровская единица [6] ($\delta(K) = 1$, если $K = 0$; $\delta(K) = 0$, $\forall K \geq 1$).

Оперируя матричным соотношением (27), получим:

при $K = 0$:

$$\begin{bmatrix} B(0) & -C(0) \\ C(0) & B(0) \end{bmatrix}_{2m \times 2n} \cdot \begin{bmatrix} G(0) & -H(0) \\ H(0) & G(0) \end{bmatrix}_{2n \times 2m} = E_{2m \times 2m},$$

откуда

$$\begin{bmatrix} G(0) & -H(0) \\ H(0) & G(0) \end{bmatrix}_{2n \times 2m} = \begin{bmatrix} B(0) & -C(0) \\ C(0) & B(0) \end{bmatrix}_{2n \times 2m}^+; \quad (28)$$

при $K = 1$:

$$\begin{bmatrix} B(0) & -C(0) \\ C(0) & B(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G(1) & -H(1) \\ H(1) & G(1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B(1) & -C(1) \\ C(1) & B(1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G(0) & -H(0) \\ H(0) & G(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

откуда

$$\begin{bmatrix} G(1) & -H(1) \\ H(1) & G(1) \end{bmatrix}_{2n \times 2m} = - \begin{bmatrix} B(0) & -C(0) \\ C(0) & B(0) \end{bmatrix}_{2n \times 2m}^+ \cdot \begin{bmatrix} B(1) & -C(1) \\ C(1) & B(1) \end{bmatrix}_{2m \times 2n} \cdot \begin{bmatrix} G(0) & -H(0) \\ H(0) & G(0) \end{bmatrix}_{2n \times 2m}; \quad (29)$$

при $K = 2$:

$$\begin{bmatrix} B(0) & -C(0) \\ C(0) & B(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G(2) & -H(2) \\ H(2) & G(2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B(1) & -C(1) \\ C(1) & B(1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G(1) & -H(1) \\ H(1) & G(1) \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} B(2) & -C(2) \\ C(2) & B(2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G(0) & -H(0) \\ H(0) & G(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

откуда

$$\begin{bmatrix} G(2) & -H(2) \\ H(2) & G(2) \end{bmatrix}_{2n \times 2m} = - \begin{bmatrix} B(0) & -C(0) \\ C(0) & B(0) \end{bmatrix}_{2n \times 2m}^+ \cdot \begin{bmatrix} B(1) & -C(1) \\ C(1) & B(1) \end{bmatrix}_{2m \times 2n} \cdot \begin{bmatrix} G(1) & -H(1) \\ H(1) & G(1) \end{bmatrix}_{2n \times 2m} + \\ + \begin{bmatrix} B(2) & -C(2) \\ C(2) & B(2) \end{bmatrix}_{2m \times 2n} \cdot \begin{bmatrix} G(0) & -H(0) \\ H(0) & G(0) \end{bmatrix}_{2n \times 2m}; \quad (30)$$

при $K = K$:

$$\begin{bmatrix} G(K) & -H(K) \\ H(K) & G(K) \end{bmatrix}_{2n \times 2m} = - \begin{bmatrix} B(0) & -C(0) \\ C(0) & B(0) \end{bmatrix}_{2n \times 2m}^+ \left[\sum_{l=1}^K \begin{bmatrix} B(l) & -C(l) \\ C(l) & B(l) \end{bmatrix}_{2n \times 2m} \times \right. \\ \left. \times \begin{bmatrix} G(K-l) & -H(K-l) \\ H(K-l) & G(K-l) \end{bmatrix}_{2n \times 2m} \right] \quad (31)$$

Численно-аналитическое решение (2-й вариант). С учетом матрично-блочного-строчного эквивалента (18) и результатов, полученных в [7], будем иметь

$$\sum_{l=0}^K \begin{bmatrix} G(l) & H(l) \\ -H(l) & G(l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B(K-l) & C(K-l) \\ -C(K-l) & B(K-l) \end{bmatrix} = E \cdot \delta(K), \quad K = \overline{0, \infty}. \quad (32)$$

Теперь, оперируя матричным соотношением (32), получим:

при $K = 0$:

$$\begin{bmatrix} G(0) & H(0) \\ -H(0) & G(0) \end{bmatrix}_{2nx2m} \cdot \begin{bmatrix} B(0) & C(0) \\ -C(0) & B(0) \end{bmatrix}_{2mx2n} = E_{2nx2n},$$

откуда

$$\begin{bmatrix} G(0) & H(0) \\ -H(0) & G(0) \end{bmatrix}_{2nx2m} = \begin{bmatrix} B(0) & C(0) \\ -C(0) & B(0) \end{bmatrix}_{2nx2m}^+; \quad (33)$$

при $K = 1$:

$$\begin{bmatrix} G(0) & H(0) \\ -H(0) & G(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B(1) & C(1) \\ -C(1) & B(1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G(1) & H(1) \\ -H(1) & G(1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B(0) & C(0) \\ -C(0) & B(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

откуда

$$\begin{bmatrix} G(1) & H(1) \\ -H(1) & G(1) \end{bmatrix}_{2nx2m} = - \begin{bmatrix} G(0) & H(0) \\ -H(0) & G(0) \end{bmatrix}_{2nx2m} \cdot \begin{bmatrix} B(1) & C(1) \\ -C(1) & B(1) \end{bmatrix}_{2mx2n} \times \\ \times \begin{bmatrix} B(0) & C(0) \\ -C(0) & B(0) \end{bmatrix}_{2nx2m}^+; \quad (34)$$

при $K = 2$:

$$\begin{bmatrix} G(0) & H(0) \\ -H(0) & G(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B(2) & C(2) \\ -C(2) & B(2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G(1) & H(1) \\ -H(1) & G(1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B(1) & C(1) \\ -C(1) & B(1) \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} G(2) & H(2) \\ -H(2) & G(2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B(0) & C(0) \\ -C(0) & B(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

откуда

$$\begin{bmatrix} G(2) & H(2) \\ -H(2) & G(2) \end{bmatrix}_{2nx2m} = - \begin{bmatrix} B(0) & C(0) \\ -C(0) & B(0) \end{bmatrix}_{2nx2m}^+ \cdot \begin{bmatrix} G(0) & H(0) \\ -H(0) & G(0) \end{bmatrix}_{2nx2m} \cdot \begin{bmatrix} B(2) & C(2) \\ -C(2) & B(2) \end{bmatrix}_{2mx2n} + \\ + \begin{bmatrix} G(1) & H(1) \\ -H(1) & G(1) \end{bmatrix}_{2nx2m} \cdot \begin{bmatrix} B(1) & C(1) \\ -C(1) & B(1) \end{bmatrix}_{2mx2n}; \quad (35)$$

...

при $K = K$:

$$\begin{bmatrix} B(0) & C(0) \\ -C(0) & B(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G(K) & H(K) \\ -H(K) & G(K) \end{bmatrix} = - \sum_{l=0}^{K-1} \begin{bmatrix} G(l) & H(l) \\ -H(l) & G(l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B(K-l) & C(K-l) \\ -C(K-l) & B(K-l) \end{bmatrix},$$

откуда

$$\begin{bmatrix} G(K) & H(K) \\ -H(K) & G(K) \end{bmatrix}_{2n \times 2m} = - \begin{bmatrix} B(0) & C(0) \\ -C(0) & B(0) \end{bmatrix}_{2n \times 2m}^+ \left[\sum_{l=0}^{K-1} \begin{bmatrix} G(l) & H(l) \\ -H(l) & G(l) \end{bmatrix}_{2n \times 2m} \times \right. \\ \left. \times \begin{bmatrix} B(K-l) & C(K-l) \\ -C(K-l) & B(K-l) \end{bmatrix}_{2n \times 2m} \right] \quad (36)$$

Замечание 2. Декомпозиционные рекуррентные вычислительные схемы (28)-(31) и (32)-(36), очевидно, обладают 100% -й избыточностью из-за неизвестных блочных матричных дискрет $G(K)$, $H(K)$; $K = \overline{0, \infty}$, дважды входящих в левые части этих схем и подлежащих определению. Это обстоятельство, естественно, обуславливает необходимость использования двойного объема памяти при программировании этих вычислительных схем, что, конечно, является их очевидным недостатком. Однако, с другой стороны, это обстоятельство является эффективным контрольным условием для того, чтобы с большой уверенностью удостовериться в правильности и точности проведенных матричных вычислительных процедур по определению неизвестных блочных матричных дискрет $G(K)$, $H(K)$; $K = \overline{0, \infty}$ и, следовательно, неизвестной обобщенной обратной матрицы $X(t)$ в соответствии с (10), (24)-(26).

Замечание 3. В работе [15] предложены другие декомпозиционные аналитические и численно-аналитические методы (последние также основаны на дифференциальных преобразованиях). Эти методы лишены как недостатков, так и достоинств предложенных в настоящей работе методов, отмеченных выше (в замечании 2). Кроме того, предложенным в [15] декомпозиционным матрично-блочным-столбцевым численно-аналитическим методом решен следующий модельный пример с размерами 2×3 :

$$A(t) = \begin{bmatrix} (t-1) + j \cdot (t^2 + 1) & t^2 & (-5t) + j \cdot (3t - 2) \\ j \cdot t & (t+1) + j \cdot 5 & -j \cdot 2t \end{bmatrix}.$$

Этот пример решен и декомпозиционным матрично-блочным-столбцевым численно-аналитическим методом, предложенным в настоящей работе, а также D-аналогом простейшего метода, предложенным в работе [7] и непосредственно оперирующим матричными дискретами $A(K)$, $X(K)$; $K = \overline{0, \infty}$. Как показали вычисления, во всех трех случаях решения, восстановленные обратными дифференциальными преобразованиями Маклорена, полностью совпали друг с другом и при $K = \overline{0, 2}$ имеют вид

$$X(t) = \begin{bmatrix} (1.101 \cdot t^2 + 0.111 \cdot t - 0.167) + j \cdot (-0.38 \cdot t^2 - 0.5 \cdot t - 0.167) \\ (-0.338 \cdot t^2) + j \cdot (0.188 \cdot t^2 + 0.167 \cdot t) \\ (-1.481 \cdot t^2 - 0.611 \cdot t) + j \cdot (-0.722 \cdot t^2 + 0.389 \cdot t + 0.333) \\ (0.038 \cdot t^2) + j \cdot (-0.26 \cdot t^2) \\ (-0.004 \cdot t^2 + 0.035 \cdot t + 0.038) + j \cdot (0.006 \cdot t^2 + 0.014 \cdot t - 0.192) \\ (-0.064 \cdot t^2) + j \cdot (-0.012 \cdot t^2) \end{bmatrix}.$$

Замечание 4. Несмотря на использование в настоящей работе подхода, предложенного в [7], при выполнении или невыполнении при решении конкретных задач гиперусловий (15) и (19) (аналогичным условиям (5), если они выполняются одновременно; первому условию в (6), если выполняется лишь (15); второму условию в (7), если выполняется лишь (19); или обоим условиям в (8), если не выполняются ни (15) и ни (19)) условия (1)-(4) должны выполняться всегда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Симонян С.О., Аветисян А.Г.** Прикладная теория дифференциальных преобразований. – Ереван: Изд-во ГИУА. “Чартарагер”, 2010. - 360 с.
2. **Campbell S.L.** Singular Systems of Differential Equation. –Volume 61 of Research Notes in Mathematics. - Pitman, London, 1982. - 200 p.
3. **Demmel J. W.** Applied Numerical Linear Algebra. - SIAM, Philadelphia, 1997. - 431 p.
4. **Choberg I., Lancaster P., Rodman L.** Matrix Polynomials // SIREV. -1983. -Vol. 25, N4. - P. 591-592.
5. **Haviv M., Ritov Y.** On Series Expansions and Stochastic Matrices // SIAM J. Matrix Anal. Appl. -1993. –Vol.14, N3. – P. 670-676.
6. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные преобразования функций и уравнений. - Киев: Наукова думка, 1984. - 420 с.
7. **Симонян С.О., Аветисян А.Г., Симонян А.С.** Метод определения параметрических обобщенно-обратных матриц, основанный на дифференциальных преобразованиях // Вестник ГИУА. Сер. “Моделирование, оптимизация, управление”. -2008. -Вып.11, том 1. – С. 78-85.
8. **Симонян С.О., Аветисян А.Г., Симонян А.С.** Метод определения параметрических обобщенных обратных матриц (I) // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2008. - Т. LXI, N3. – С. 452-463.
9. **Симонян С.О., Аветисян А.Г., Симонян А.С.** Метод определения параметрических обобщенных обратных матриц (II) // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2008. - Т. LXI, N4. – С. 584-591.
10. **Симонян С.О., Аветисян А.Г., Симонян А.С., Авиный А.Р.** Универсальный метод определения параметрических обобщенных обратных матриц // Вестник ГИУА. Сер. “Информационные технологии, электроника, радиотехника”. - 2012. – Вып.15, N2. - С. 9-19.

11. **Симонян С.О., Адамян Г.В., Симонян А.С.** Об одном способе определения квадратных параметрических обобщенных обратных матриц // Вестник ГИУА. Сер. “Информационные технологии, электроника, радиотехника”. - 2013. – Вып.16, том 1. – С. 35-46.
12. **Симонян С.О.** Матрично-векторные представления некоторых вычислительных методов определения параметрических обобщенных обратных матриц // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. – 2013. -Т. LXVI, N4. –С. 452-463.
13. **Симонян С.О.** Определение квадратных параметрических обобщенных обратных матриц Мура-Пенроуза применением дифференциальных преобразований Пухова // Известия ТПУ. 2013, т. 323, N2. –С. 6-10.
14. **Симонян С.О.** Параллельные вычислительные методы параметрических обобщенных обратных матриц // Известия ТПУ. - 2013, -Т. 323, N5. – С. 10-15.
15. **Симонян С.О., Адамян Г.В., Симонян А.С., Празян Л.В.** Методы определения комплексных однопараметрических обобщенных обратных матриц Мура-Пенроуза // Вестник ГИУА. Сер. “Информационные технологии, электроника, радиотехника”. - 2014. - Вып.17, N1. - С. 23-31.
16. **Гантмахер Ф. Р.** Теория матриц. – М.: Физматлит, 2010. - 560 с.

ГИУА (ПОЛИТЕХНИК). Материал поступил в редакцию 19.02.2014.

Մ.Հ. ՄԻՄՈՆՅԱՆ

ԿՈՄՊԼԵՔՍ ՄԻԱՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՎԱԾ ՀԱԿԱՂԱՐԶ ՄԱՏՐԻՑՆԵՐԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ԴԵԿՈՄՊՈԶԻՑԻՈՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐ

Առաջարկվել են Մուր-Պենրոուզի կոմպլեքս միապարամետրական ընդհանրացված հակադարձ մատրիցների որոշման կոնստրուկտիվ անալիտիկ և թվա-անալիտիկ դեկոմպոզիցիոն մեթոդներ՝ հիմնված Պոլսովի դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա: Բերվել են մեկ մոդելային օրինակի լուծման արդյունքները:

Առանցքային բառեր. կոմպլեքս միապարամետրական մատրիցներ, ընդհանրացված հակադարձ մատրիցներ, դեկոմպոզիցիա, դիֆերենցիալ ձևափոխություններ, կոնստրուկտիվ մատրիցա-վեկտորային մեթոդներ:

S.H. SIMONYAN

DECOMPOSITION METHODS FOR DETERMINING COMPLEX ONE-PARAMETRIC GENERALIZED INVERSE MATRICES

Constructive analytic and numerical-analytic matrix-vector methods for determining the Mur-Penrou complex one-parametric generalized inverse matrices are proposed. These methods are based on differential transforms of Pukhov. The results of solving one model example are given.

Keywords: complex one-parametric matrices, generalized inverse matrices, decomposition, differential transforms, constructive matrix-vector methods.