

Л.М. БУНИАТЯН

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ИСКУССТВЕННОЙ РУКИ С
УЧЕТОМ ДИНАМИКИ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ**

Выведены линеаризованные уравнения движения искусственной руки (ИР) с учетом динамики исполнительных двигателей постоянного тока с независимым возбуждением. Даны трехмерные графики зависимости элементов матрицы инерции и вектора гравитационных сил нелинейных уравнений движения ИР с шестью степенями свободы от обобщенных координат (углов поворота механических узлов ИР). Предложена методика проектирования и исследования устойчивости системы управления ИР на основе метода характеристических передаточных функций.

Ключевые слова: искусственная рука, система управления, нелинейные уравнения движения, метод характеристических передаточных функций.

Введение. Проблема создания современных протезов верхних конечностей связана с решением целого ряда сложных научно-технических задач [1]. Среди них важное место занимает задача разработки системы управления механическим движением искусственной руки. По существу, механические элементы протезов рук являются сложными устройствами со многими степенями свободы, число которых может достигать 22-х и более [1]. Движение механических узлов искусственной руки (ИР) описывается сложными взаимосвязанными нелинейными уравнениями, которые в общем случае изучаются методами теории роботов-манипуляторов [2]. В настоящей статье дается вывод линеаризованных уравнений движения ИР с n степенями свободы с учетом динамики исполнительных двигателей, в качестве которых приняты двигатели постоянного тока с независимым возбуждением. Предложена методика построения характеристических годографов линеаризованной системы управления движением ИР, не требующая определения передаточной матрицы системы с n входами и n выходами.

Уравнения движения ИР с учетом динамики исполнительных двигателей. Уравнение движения робота-манипулятора в общем виде может быть записано в следующей векторной форме [2]:

$$M(q) \frac{d^2 q}{dt^2} + B \left(q, \frac{dq}{dt} \right) \frac{dq}{dt} + C(q) = \tau, \quad (1)$$

где q - n мерный вектор обобщенных координат (угловых вращений) с компонентами q_i , $i = 1, 2, \dots, n$ (для краткости мы будем опускать зависимость вектора

$q(t)$ от времени t); $M(q)$ - симметричная положительно-определенная матрица моментов инерции, зависящая от вектора q ; $B(q, dq/dt)$ - матрица центробежных и кориолисовых ускорений; $C(q)$ - вектор гравитационных сил; τ - вектор приложенных внешних моментов.

Уравнения движения i -го двигателя постоянного тока с независимым возбуждением с учетом передаточного числа редуктора, если пренебречь электромагнитной постоянной времени цепи якоря, имеют вид [3]

$$I_{Mi} \frac{d\Omega_i}{dt} = c_{Mi} i_i - \frac{1}{k_i} M_{\tau i}, \quad i_i = \frac{1}{r_i} U_i - \frac{c_{ei}}{r_i} \Omega_i, \quad (2)$$

где I_{Mi} - момент инерции ротора двигателя; Ω_i - скорость вращения ротора; $M_{\tau i} = \tau_i$ - момент сопротивления нагрузки; k_i - передаточное число редуктора; r_i - активное сопротивление цепи якоря; i_i - ток цепи якоря; c_{Mi} - коэффициент по моменту; c_{ei} - коэффициент противо-ЭДС; U_i - напряжение, приложенное ко входу двигателя.

На основе уравнений (1) и (2) можно получить после ряда преобразований следующее нелинейное векторное уравнение движения ИР с учетом динамики исполнительных двигателей:

$$M^*(q) \frac{d^2 q}{dt^2} + B^*\left(q, \frac{dq}{dt}\right) \frac{dq}{dt} + C^*(q) = DU, \quad (3)$$

где

$$M^*(q) = \left[\text{diag}\{I_{Mi}\} + \text{diag}\left\{\frac{1}{k_i^2}\right\} M(q) \right], \quad (4)$$

$$B^*\left(q, \frac{dq}{dt}\right) = \left[\text{diag}\left\{\frac{c_{Mi} c_{ei}}{k_i r_i}\right\} + \text{diag}\left\{\frac{1}{k_i^2}\right\} B\left(q, \frac{dq}{dt}\right) \right], \quad (5)$$

$$C^*(q) = \text{diag}\left\{\frac{1}{k_i}\right\} C(q), \quad D = \text{diag}\left\{\frac{c_{Mi}}{r_i k_i}\right\}. \quad (6)$$

В выражениях (4)-(6) через $\text{diag}\{\}$ обозначена диагональная матрица; U - вектор управляющих напряжений U_i на входах двигателей, а также учтено, что $dq_i/dt = \Omega_i/k_i$. Анализ этих выражений позволяет прийти к важному выводу, что увеличение передаточных чисел k_i приводит к существенному уменьшению влияния центробежных и кориолисовых ускорений, а также гравитационных сил на динамику ИР.

Линеаризация уравнений движения ИР. Линеаризация нелинейного уравнения (3) в окрестности произвольной траектории движения $q_0(t)$ может быть осуществлена по методике, данной в [4], что приводит к следующему уравнению в приращениях:

$$\frac{d^2 \Delta q}{dt^2} + A_1 \frac{d \Delta q}{dt} + A_2 \Delta q = K \Delta U, \quad (7)$$

где

$$A_1 = M_0^{*-1}(q) \left[B_0^* \left(q, \frac{dq}{dt} \right) + B_2 \left(q, \frac{dq}{dt} \right) \right], \quad (8)$$

$$A_2 = M_0^{*-1}(q) \left[M_1(q) + B_1 \left(q, \frac{dq}{dt} \right) + C_1(q) \right], \quad (9)$$

$$K = M_0^{*-1}(q) D, \quad (10)$$

$$B_1(q) = \text{diag} \left\{ \frac{1}{k_i^2} \right\} [B_{11}(q) \ B_{12}(q) \ \dots \ B_{1n}(q)]; \ B_{1i}(q) = \frac{\delta B(q)}{\delta q_i} \frac{dq_0}{dt}, \quad (11)$$

$$B_2(q) = \text{diag} \left\{ \frac{1}{k_i^2} \right\} [B_{21}(q) \ B_{22}(q) \ \dots \ B_{2n}(q)]; \ B_{2i}(q) = \frac{\delta B(q)}{\delta (dq_i/dt)} \frac{dq_0}{dt}, \quad (12)$$

$$C_1(q) = \text{diag} \left\{ \frac{1}{k_i^2} \right\} [C_{11}(q) \ C_{12}(q) \ \dots \ C_{1n}(q)]; \ C_{1i}(q) = \frac{\delta C(q)}{\delta q_i}, \quad (13)$$

а нулевой индекс соответствует движению вдоль номинальной (базовой) траектории $q_0(t)$.

Обозначив $x_1 = \Delta q$ и $x_2 = d \Delta q / dt$, приходим на основе (7) к системе $2n$ линейных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -A_2 x_1 - A_1 x_2 + K \Delta U, \end{cases} \quad (14)$$

откуда, вводя обозначения

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -A_2 & -A_1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ K \end{bmatrix}, \quad (15)$$

окончательно получим линеаризованные уравнения движения ИР с n степенями свободы в стандартной форме:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + B\Delta U, \quad (16)$$

$$\Delta q = C_{Out}x, \quad \text{где } C_{Out} = [I_{n \times n} \quad 0_{n \times n}]. \quad (17)$$

Линейные уравнения (16), (17) могут быть использованы при разработке и исследовании систем управления ИР на основе известных методов теории многосвязных систем автоматического регулирования [5, 6].

Применение метода характеристических передаточных функций (ХПФ). Уравнения в пространстве состояний (16), (17) описывают динамику линейной взаимосвязанной системы управления с n входами и n выходами, которая может быть исследована общими методами современной теории многосвязного регулирования и управления [2, 3]. Особенно перспективным и эффективным при этом является применение метода ХПФ [3], который позволяет свести исследование n мерной (т.е. имеющей n входов и n выходов) взаимосвязанной системы управления к исследованию совокупности n изолированных фиктивных систем с одним входом и выходом при помощи обычных методов классической теории автоматического регулирования [4]. Однако применение метода ХПФ в его стандартной форме требует представления уравнений ИР при помощи передаточных матриц, а не в виде уравнений в пространстве состояний (16)-(17). Переход от этих уравнений к соответствующей $n \times n$ передаточной матрице $W(s)$ осуществляется при помощи преобразования Лапласа и приводит к выражению [2]

$$\Delta q(s) = W(s)U(s), \quad (18)$$

где матрица $W(s)$ имеет вид

$$W(s) = C[sI - A]^{-1}B. \quad (19)$$

В терминах теории многосвязного управления матрица $W(s)$ (19) является передаточной матрицей объекта регулирования, связывающей между собой напряжения на входах исполнительных двигателей с углами поворотов отдельных механических узлов ИР (в уравнении (19) через I обозначена единичная матрица). Если обозначить через $K(s)$ передаточную матрицу регулятора, то передаточ-

ные матрицы $P(s)$ и $\Phi(s)$ разомкнутой и замкнутой систем управления ИР примут вид

$$P(s) = W(s)K(s), \quad (20)$$

$$\Phi(s) = [I + P(s)]^{-1} P(s). \quad (21)$$

В соответствии с методом ХПФ [3] передаточные матрицы $P(s)$ (20) и $\Phi(s)$ (21) могут быть представлены при помощи следующих канонических разложений:

$$P(s) = C(s) \text{diag}\{p_i(s)\} C^{-1}(s), \quad (22)$$

$$\Phi(s) = C(s) \text{diag} \left\{ \frac{p_i(s)}{1 + p_i(s)} \right\} C^{-1}(s), \quad (23)$$

где через $p_i(s)$ обозначены ХПФ разомкнутой системы (собственные значения матрицы $P(s)$), которые для простоты предполагаются различными), а модальная матрица $C(s)$ составлена из линейно-независимых собственных векторов матрицы $P(s)$. Устойчивость замкнутой системы управления ИР определяется распределением корней характеристического уравнения

$$\det[I + P(s)] = \prod_{i=1}^n [1 + p_i(s)] = 0, \quad (24)$$

которое, очевидно, эквивалентно следующей системе n уравнений:

$$1 + p_i(s) = 0, \quad (25)$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

Уравнения (25) являются характеристическими уравнениями n изолированных систем с одним входом и выходом (одномерных систем) с передаточными функциями в разомкнутом состоянии $p_i(s)$. Поэтому можно утверждать, что применение метода ХПФ дает возможность свести анализ устойчивости взаимосвязанной системы управления ИР с n степенями свободы к анализу устойчивости n одномерных систем. На практике наиболее удобным при этом является применение обобщенного критерия Найквиста [3], который позволяет судить об устойчивости замкнутой системы управления ИР по расположению на комплексной плоскости характеристических годографов $p_i(j\omega)$ разомкнутой системы относительно критической точки $(-1, j0)$ (характеристические годографы получаются из ХПФ $p_i(s)$ заменой $s = j\omega$ и построением графиков $p_i(j\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до ∞).

При практическом применении описанной процедуры для исследования устойчивости и выбора коррекции системы управления ИР возникает сложная проблема перехода от линейных уравнений в пространстве состояний (14)-(17) к соответствующей передаточной матрице $W(s)$ (19), которая необходима для нахождения ХПФ $p_i(s)$. Дело в том, что практическое применение формулы (19) для определения $W(s)$ эффективно лишь при небольшом числе степеней свободы n (обычно при $n \leq 3$), в то время как современные протезы рук являются сложными механическими устройствами со многими степенями свободы, число которых может достигать 22-х и более (рука человека имеет около 25 степеней свободы) [1]. В этом отношении не очень полезными оказываются и стандартные функции `tf` и `zpk` пакета Control System Toolbox [7], входящего в состав компьютерной системы технических расчетов MATLAB [8], так как применение функций `tf` и `zpk` при переходе от записи в пространстве состояний к передаточным матрицам приводит обычно к повышению общего порядка уравнений системы и появлению новых (не существующих в реальности) нулей в правой полуплоскости.

Чтобы обойти эти препятствия, в работе предлагается воспользоваться следующим подходом, который исключает необходимость определения передаточной матрицы $W(s)$ (19) и дает возможность непосредственного построения характеристических годографов $p_i(j\omega)$ по матрицам A , B и C в уравнениях (16), (17). Для определенности, в дальнейшем воспользуемся концепцией скалярного компенсатора, т.е. примем регулятор $K(s)$ в виде $K(s) = k(s)I$, где $k(s)$ есть обычная скалярная передаточная функция [3]. Передаточная матрица разомкнутой системы $P(s)$ (20) при этом будет равна $k(s)W(s)$, а для ХПФ $p_i(s)$ будем иметь $p_i(s) = k(s)w_i(s)$, где $w_i(s)$ есть ХПФ передаточной матрицы ИР $W(s)$ (19). Суть подхода состоит в том, что вместо определения матриц $W(s)$ и $P(s)$ с последующим вычислением собственных значений $p_i(s)$ матрицы $P(s)$ и подстановкой в них $s = j\omega$ вычисляется для фиксированных значений частоты $\omega = \omega_k$ следующая последовательность числовых матриц (см. (19)):

$$[j\omega_k I - A] \Rightarrow [j\omega_k I - A]^{-1} \Rightarrow C[j\omega_k I - A]^{-1} B = W(j\omega_k). \quad (26)$$

Определив матрицу $W(j\omega_k)$, нетрудно найти её собственные значения $w_i(j\omega_k)$, что дает возможность окончательно получить значения ХПФ $p_i(j\omega_k) = k(j\omega_k)w_i(j\omega_k)$ для выбранной частоты $\omega = \omega_k$. Изменяя частоту ω в интервале от 0 до ∞ , можно построить все семейство n годографов $p_i(j\omega)$ и тем самым исследовать устойчивость, а также осуществить выбор требуемой

коррекции $k(s)$ взаимосвязанной системы управления ИР. Следует особо подчеркнуть, что при использовании описанного подхода исключается необходимость определения передаточной матрицы $W(s)$ (19) в явном виде, и все вычисления осуществляются с квадратными числовыми матрицами с комплексными элементами. Укажем также, что функция `eig` в системе MATLAB позволяет находить собственные значения числовых матриц с комплексными элементами практически любой размерности (порядка нескольких десятков и даже сотен) [8].

Пример 1. В качестве примера рассмотрим математическую модель антропоморфического робота Puma 560 с шестью степенями свободы, уравнения движения и численные значения параметров которого даны в [9]. На рис. 1 и 2 показаны зависимости элемента $m_{11}(q)$ исходной матрицы инерции $M(q)$ и элемента $c_2(q)$ вектора гравитационных сил $C(q)$ от обобщенных координат q_2 и q_3 при изменении последних в диапазоне $\pm\pi$. Эти зависимости были построены при помощи специальной программы, написанной на языке программирования MATLAB. Аналогичные графики получены и для остальных элементов матрицы $M(q)$ и вектора $C(q)$.

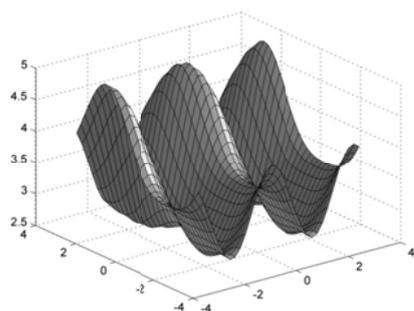


Рис. 1. Зависимость значения элемента $m_{11}(q)$ исходной матрицы инерции $M(q)$ от обобщенных координат q_2 и q_3

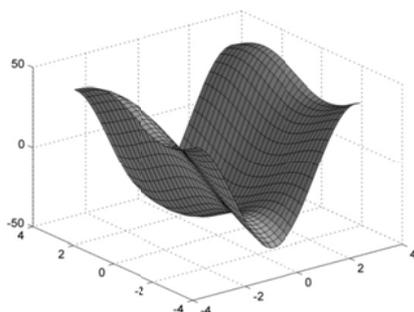


Рис. 2. Зависимость значения элемента $c_2(q)$ исходного вектора гравитационных сил $C(q)$ от обобщенных координат q_2 и q_3

Как видно из трехмерных графиков на рис. 1 и 2, имеется ярко выраженная нелинейная зависимость элементов матрицы $M(q)$ и вектора $C(q)$ от вектора обобщенных координат q . Линеаризация уравнений движений ИР позволяет как бы заменить сложные трехмерные поверхности плоскостями, касательными к исходным поверхностям в рабочих точках.

Пример 2. На рис. 3 показаны характеристические годографы разомкнутой исходной и скорректированной линеаризованной системы управления ИР с шестью степенями свободы на плоскостях Найквиста и Никольса. В качестве скалярного компенсатора выбрана передаточная функция

$$k(s) = \frac{5s + 1}{0,000067s^2 + 0,0167s + 1} \quad (27)$$

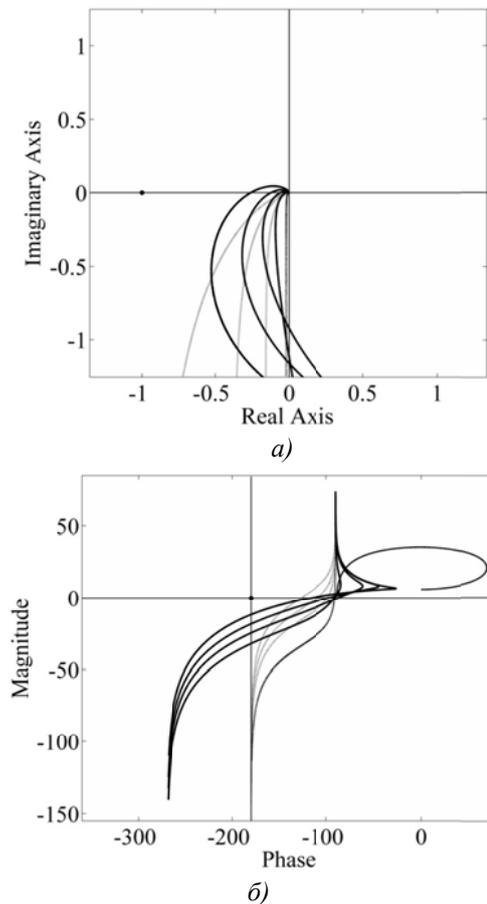


Рис. 3. Характеристические годографы системы управления ИР при $n = 6$:
 а - диаграммы Найквиста; б - диаграммы Никольса

По сути дела, выбор скалярного компенсатора $k(s)$ (27) осуществлялся на основе линеаризации нелинейных уравнений движения в различных точках пространства состояний системы и выбора “наихудших” рабочих точек. В этом смысле скалярный компенсатор гарантирует удовлетворение требуемых частотных критериев качества системы на всем пространстве состояний. Это позволяет существенно упростить процедуру практической реализации системы, так как здесь отсутствует необходимость применения так называемого метода планирования коэффициентов усиления (gain scheduling) [2].

Выводы

1. Выведены линеаризованные уравнения движения ИР с n степенями свободы с учетом динамики исполнительных двигателей постоянного тока с независимым возбуждением и передаточных чисел редукторов.

2. Предложена методика построения характеристических годографов системы управления ИР, не требующая определения передаточной матрицы системы и основанная на представлении системы в пространстве состояний.

3. Приведены примеры исследования инерционных свойств, а также анализа устойчивости и выбора скалярного компенсатора для антропоморфического робота с шестью степенями свободы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Pike R.A., Alvin V.** The New High Tech Prostheses // In Motion Magazine.- May/June 1999.- 9(3).
2. **Spong M., Hutchinson S., Vidyasagar M.** Robot Modeling and Control. - Wiley, Hoboken, NJ, 2006. - 419 p.
3. **Бесекерский В.А., Попов Е.П.** Теория систем автоматического регулирования. - М.: Наука, 2003. - 560 с.
4. **Медведев В.С., Лесков А.Г., Ющенко А.С.** Системы управления манипуляционных роботов. - М.: Наука, 1978. - 416 с.
5. **Skogestad S. and Postlethwaite I.** Multivariable Feedback Control. Analysis and Design. - John Wiley and Sons Ltd., Chichester, Sussex, UK, 2005. - 595 p.
6. **Gasparyan O.N.** Linear and Nonlinear Multivariable Feedback Control: A Classical Approach. - John Wiley & Sons, UK, 2008. - 356 p.
7. Control System Toolbox User's Guide, The MathWorks, Inc., 2011. - 410 p.
8. Using MATLAB. The MathWorks, Inc., 2010. - 874 p.
9. **Armstrong B., Khatib O. and Burdick J.** The explicit dynamic model and inertial parameters of the PUMA 560 arm // Proc. 1986 IEEE Conf. Robot. Autom. - San Francisco, Apr. 7–10, 1986. – P. 510–518.

ГИУА (ПОЛИТЕХНИК). Материал поступил в редакцию 10.09.2012.

Լ.Ս. ԲՈՒՆԻԱԹՅԱՆ

ԱՐՀԵՍՏԱԿԱՆ ՁԵՌՔԻ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄԸ՝ ՀԱՇՎԻ
ԱՌՆԵԼՈՎ ԿԱՏԱՐՈՂԱԿԱՆ ՇԱՐԺԻՉՆԵՐԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱՆ

Դուրս են բերվել արհեստական ձեռքի (ԱՁ) շարժման գծայնացված հավասարումները՝ հաշվի առնելով անկախ գրգռումով հաստատուն հոսանքի շարժիչների դինամիկան: Բերված են վեց ազատության աստիճանով ԱՁ - ի շարժման ոչ գծային հավասարումների գրավիտացիոն ուժի վեկտորի և իներցիայի մատրիցի տարրերի ընդհանրացված կոորդինատներից (ԱՁ-ի մեխանիկական հանգույցների պտտման անկյուններ) կախվածության եռաչափ գրաֆիկները: Առաջարկվել է արհեստական ձեռքի կառավարման համակարգի կայունության հետազոտման և նախագծման մոտեցում՝ բնութագրիչ փոխանցման ֆունկցիաների մեթոդով:

Առանցքային բառեր. արհեստական ձեռք, կառավարման համակարգ, շարժման ոչ գծային հավասարումներ, բնութագրիչ փոխանցման ֆունկցիաների մեթոդ:

L.M. BUNIATYAN

DESIGN OF A CONTROL SYSTEM FOR AN ARTIFICIAL HAND TAKING
INTO ACCOUNT THE DYNAMICS OF THE ACTUATING MOTORS

Linearized equations of motion of an artificial hand (AH) considering the dynamics of DC actuating motors with independent excitation are derived. Three-dimensional graphs showing dependencies on the generalized coordinates (rotation angles of the mechanical parts of AH) elements of the inertia matrix and the vector of gravitational forces of nonlinear equations of an AH with six degrees of freedom are presented. A method of design and stability investigation of the control system of AH on the basis of characteristic transfer functions method is proposed.

Keywords: artificial hand, control system, nonlinear equations of motion, characteristic transfer functions method.