

В.С. САФАРЯН, Б.Т. ГНУНИ

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНОЙ ТОЧКИ СИНХРОННОЙ МАШИНЫ С УЧЕТОМ РЕГУЛЯТОРОВ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Приведена математическая модель исследования статической устойчивости стационарной точки синхронной машины с использованием теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению.

Ключевые слова: статическая устойчивость, стационарная точка, математическая модель, матрица Якоби, регулятор возбуждения.

Для исследования переходных процессов в электрических сетях при наличии электрических машин необходимо в математической модели задачи учитывать уравнения электромагнитного и электромеханического переходных процессов, а в случае синхронных машин (СМ)-также и уравнения регуляторов.

Математическая модель переходного процесса электрической машины представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами. Преобразование модели в системе координат d, q позволяет получить математическую модель электрической машины с постоянными коэффициентами [1, 2].

Целью настоящей работы является исследование статической устойчивости СМ с учетом регуляторов возбуждения с применением теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению [3].

Традиционный метод оценки статической устойчивости стационарной точки СМ. Уравнение движения генератора, работающего через трансформатор и линию электропередачи на шину бесконечной мощности, при пренебрежении электромагнитными переходными процессами имеет следующий вид [1, 4]:

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = M_{\text{мех}} - M_{\text{эл}}, \quad (1)$$

где J - момент инерции ротора; $M_{\text{мех}}$ - механический момент; $M_{\text{эл}}$ - электромагнитный момент.

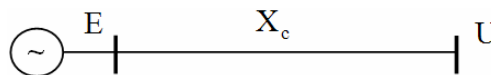


Рис. 1. Схема замещения электропередачи

Электромагнитный момент при стационарном движении и пренебрежении активным сопротивлением имеет вид

$$M_{эл} = \frac{EU}{\omega \cdot X_c} \sin \theta, \quad (2)$$

где X_c – индуктивное сопротивление системы.

С учетом $\theta = (\omega_r - \omega)t + \theta_0$ дифференциальное уравнение второго порядка (1) можно представить как систему уравнений из двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} J \frac{d\omega_r}{dt} = M_{мех} - M_{эл}, \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega_r - \omega. \end{cases} \quad (3)$$

Матрица Якоби [3] для системы уравнений (3) имеет вид

$$Я = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{EU}{X_c \omega} \cos \theta \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Найдем собственные значения данной матрицы:

$$|Я - \lambda E| = \begin{vmatrix} -\lambda & -\frac{EU}{X_c \omega} \cos \theta \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + \frac{EU}{X_c \omega} \cos \theta = 0, \quad (5)$$

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{EU}{X_c \omega} \cos \theta}. \quad (6)$$

Известно [3], что для обеспечения устойчивости стационарной точки СМ реальные части собственных значений матрицы (4) не должны быть положительными, из чего следует, что $-\frac{EU}{X_c \omega} \cos \theta < 0$. В противном случае -собственные

значения матрицы будут действительными, одно из которых получится положительным, другое - отрицательным, что противоречит условию устойчивости стационарной точки СМ. Следовательно, устойчивость стационарной точки СМ сводится к известному условию [4] $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

Математическая модель переходного процесса СМ в системе координат d, q с учетом регуляторов. Для формирования математической модели переходного процесса СМ в системе координат d, q с учетом регуляторов напряжения

необходимо математическую модель СМ дополнить уравнениями регуляторов. Выберем астатический регулятор возбуждения, представленный на рис. 2 [5, 6].

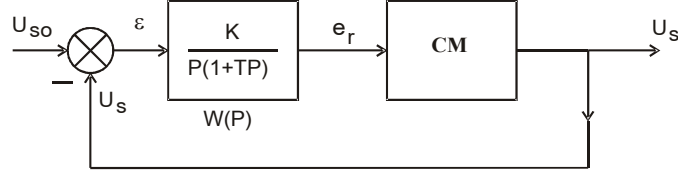


Рис. 2. Астатический регулятор возбуждения

Передаточная функция регулятора имеет следующий вид:

$$W(P) = \frac{e_r}{\varepsilon} = \frac{K}{p(1+Tp)}. \quad (7)$$

Произведя соответствующие преобразования, получим

$$\begin{aligned} \varepsilon K &= pe_r + Tp^2 e_r, \text{ или} \\ \varepsilon K &= pe_r + Tp(pe_r). \end{aligned} \quad (8)$$

Внося обозначение $pe_r = e_{r1}$, дифференциальное уравнение второго порядка (8) представим в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} pe_r = e_{r1}, \\ Tpe_{r1} = K\varepsilon - e_{r1}. \end{cases} \quad (9)$$

Дополняя математическую модель переходного процесса неявнополюсной СМ [2] системой уравнений (9), получим математическую модель переходного процесса СМ с учетом уравнений регулятора:

$$\begin{cases} (\rho + p) \cdot U_d + (1 + s) \cdot U_q + pU_r = e_s \sin \theta, \\ -(1 + s) \cdot U_d + (\rho + p) \cdot U_q - (1 + s) \cdot U_r = -e_s \cos \theta, \\ \mu p U_d + (\rho_r + p) \cdot U_r = \frac{M_d e_r}{L_r}, \\ p\theta - s = 0, \\ J\omega_s^3 ps + 1,5 \frac{U_r U_q}{X} = \omega_s M_m, \\ pe_r = e_{r1}, \\ Tpe_{r1} = K\varepsilon - e_{r1}, \end{cases} \quad (10)$$

где ω_s - синхронная угловая скорость; $p = d/(dt\omega_s)$ - оператор дифференцирования; $\rho = R/X$, $\rho_r = r/X_r$; $R(r)$ - активное сопротивление статорной (роторной) обмотки; X - реактивное сопротивление статора СМ; X_r - реактивное сопротив-

ление ротора; $U_d = X \cdot i_d$, $U_q = X \cdot i_q$; i_d , i_q - проекции тока статора по осям d , q ; i_r - ток ротора; $\mu = 1,5 M_d^2 / (L_d L_r)$ - коэффициент магнитной связи; L_r - индуктивность ротора; M_d - взаимная индуктивность между обмотками статора и ротора (наибольшее значение); e_s - амплитудное значение напряжения статора; e_r - значение напряжения ротора; $U_r = \omega_s M_d i_r$ - напряжение статора в холостом ходе; θ - угол между синхронно вращающейся осью и поперечной осью ротора; $s = (\omega_r - \omega_s) / \omega_s$ - скольжение; ω_r - угловая скорость вращения ротора; M_m - механический момент на вале ротора; J - момент инерции ротора.

Предположим, СМ подключена к шине простейшей электрической сети (рис. 3).

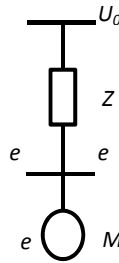


Рис. 3. Простейшая электроэнергетическая система

Для исследования переходных процессов простейшей энергосистемы необходимо учесть также переходный процесс в сети. Так как постоянная времени затухания переходных процессов сети на порядок меньше постоянной времени СМ, то уравнение сети записывается в форме установившегося режима [3]:

$$\dot{e}_s = \dot{U}_0 - Z_n \cdot \dot{I}_s. \quad (11)$$

В итоге получим математическую модель переходного процесса СМ с учетом регулятора возбуждения и состояния сети.

Оценка статической устойчивости стационарной точки СМ с учетом регулятора. В системе уравнений (10), полагая $p = 0$ и $s = 0$, получим математическую модель стационарного движения СМ с учетом регулятора возбуждения:

$$\begin{cases} \rho U_d + U_q = e_s \sin \theta, \\ -U_d + \rho U_q - U_r = -e_s \cos \theta, \\ \rho_r U_r = \frac{M_d e_r}{L_r}, \\ 1,5 \frac{U_r U_q}{X} = \omega_s M_m, \\ e_{r1} = 0, \\ K\varepsilon - e_{r1} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Из шестого уравнения системы уравнений (12) следует, что $K\varepsilon = e_{r1}$, а поскольку $e_{r1} = 0$, следовательно, и $\varepsilon = 0$. Из уравнения $\varepsilon = (e_{s0} - e_s)$ следует, что $e_{s0} = e_s$.

Дополняя систему уравнений (12) уравнением состояния сети (11), получим математическую модель стационарного движения СМ с учетом регулятора возбуждения и состояния сети.

Для формирования матрицы Якоби необходимо систему (10) представить в каноническом виде:

$$\begin{cases} pU_d + pU_r = e_s \sin \theta - (1+s)U_q - \rho U_d, \\ pU_q = -e_s \cos \theta + (1+s)(U_d + U_r) - \rho U_q, \\ \mu pU_d + pU_r = \frac{M_d e_r}{L_r} - \rho_r U_r, \\ p\theta = s, \\ J\omega_s^3 ps = \omega_s M_m - 1.5 \frac{U_r U_q}{X}, \\ pe_r = e_{r1}, \\ pe_{r1} = \frac{K\varepsilon - e_{r1}}{T}. \end{cases} \quad (13)$$

Левую сторону системы уравнений (13) представим как произведение двух матриц:

$$\omega_s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J\omega_s^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} pU_d \\ pU_q \\ pU_r \\ p\theta \\ ps \\ pe_r \\ pe_{r1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pU_d + pU_r \\ pU_q \\ \mu pU_d + pU_r \\ p\theta \\ J\omega_s^3 ps \\ pe_r \\ pe_{r1} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Представим систему дифференциальных уравнений (13) в векторной форме:

$$A \frac{dz}{dt} = f(z), \quad (15)$$

где $z = (U_d, U_q, U_r, \theta, s, e_r, e_{r1})^T$, $A = \omega_s$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J\omega_s^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{cases} f_1 = e_s \sin \theta - (1+s)U_q - \rho U_d, \\ f_2 = -e_s \cos \theta + (1+s)(U_d + U_r) - \rho U_q, \\ f_3 = \frac{M_d e_r}{L_r} - \rho U_r, \\ f_4 = s, \\ f_5 = \omega_s M_m - 1.5 \frac{U_r U_q}{X}, \\ f_6 = e_{r1}, \\ f_7 = \frac{K\varepsilon - e_{r1}}{T}. \end{cases}$$

Матричное уравнение (15) можно представить также в следующем виде:

$$\frac{dz}{dt} = A^{-1} f(z). \quad (16)$$

Составим матрицу Якоби для векторной функции $f(z)$:

$$J = \begin{bmatrix} -\rho & -(1+s) & 0 & e_s \cos \theta & -U_q & 0 & 0 \\ 1+s & -\rho & 1+s & e_s \sin \theta & U_d + U_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho & 0 & 0 & \frac{M_d e_r}{L_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 \frac{U_r}{X} & 1.5 \frac{U_q}{X} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Согласно теореме Ляпунова об устойчивости [3] по первому приближению, стационарная точка СМ устойчива, если все действительные части собственных значений матрицы $A^{-1}J$ отрицательны. А по критерию Рауса–Гурвица, используя коэффициенты характеристического многочлена матрицы, можно определить только знаки собственных значений матрицы Якоби, не определяя величины их корней.

Выводы

1. Традиционные методы оценки устойчивости стационарной точки СМ пренебрегают активным сопротивлением машины и электромагнитными переходными процессами.
2. Приведена математическая модель оценки устойчивости стационарной точки СМ с учетом электромагнитных переходных процессов и регуляторов возбуждения, основанных на теореме Ляпунова об устойчивости по первому приближению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горев А.А. Переходные процессы синхронной машины. - Л.: Наука, 1985. - 502 с.
2. Մաֆարյան Վ.Ս., Գալստյան Գ.Ֆ. Միևրրոն մեքենայի անցումային պրոցեսի մաթեմատիկական մոդելը բնական տեսքով // ՀԳԳԱ և ՀՄՃՀ. - 2010. - № 2:
3. Иванов В.А., Медведев В.С., Чемоданов Б.К., Ющенко А.С. Математические основы теории автоматического управления. Т.1. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. - 552 с.
4. Жданов П.С. Вопросы устойчивости электрических систем. - М.: Энергия, 1979. - 456 с. Андерсон П., Фуад А. Управление энергосистемами и устойчивость. - М.: Энергия, 1980. - 568 с.
5. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления / Пер. с англ. Б.И. Копылова. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. - 832 с.

ЗАО “НИИ Энергетики” РА. Материал поступил в редакцию 11.09.2012.

Վ.Ս. ՍԱՖԱՐՅԱՆ, Բ.Տ. ԳՆՈՒՆԻ

ՄԻՆԵՐՈՆ ՄԵՔԵՆԱՅԻ ՍՏԱՑԻՈՆԱՐ ԿԵՏԻ ՍՏԱՏԻԿ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ՝ ՀԱՇՎԻ ԱՌՆԵԼՈՎ ՆՐԱ ԳՐԳՈՄԱՆ ԿԱՐԳԱՎՈՐՈՒԹՅՆԸ

Ներկայացված է սինխրոն մեքենայի ստացիոնար կետի ստատիկ կայունության հետազոտման մաթեմատիկական մոդելը՝ կայունության մասին Լյապունովի ըստ առաջին մոտարկման թեորեմների օգտագործմամբ:

Առանցքային բառեր. ստատիկ կայունություն, ստացիոնար կետ, մաթեմատիկական մոդել, Յակոբիի մատրից, գրգռման կարգավորիչ:

V.S. SAFARYAN, B.T. GNUNI

INVESTIGATION OF STATIC STABILITY OF THE STATIONARY POINT OF A SYNCHRONOUS MACHINE WITH EXCITATION CONTROLLER

A mathematical model for the investigation of static stability of the stationary point of a synchronous machine using Lyapunov theorems on stability of the first approximation is presented.

Keywords: static stability, stationary point, mathematical model, Jacobian matrix, excitation controller.