ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2012. Т. LXV, № 1.

УДК 532.542 ГИДРАВЛИКА И ГИДРОТЕХНИЧЕСКИЕ СООРУЖЕНИЯ

Э.П. АЩИЯНЦ

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ СКОРОСТНОГО НАПОРА И ПЛОТНОСТИ ЖИДКОСТИ НА НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В НАПОРНЫХ ТРУБОПРОВОДАХ И ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ

Исследуется влияние на нестационарный процесс некоторых слагаемых, входящих в систему дифференциальных уравнений гидравлического удара и Сен-Венана.

Ключевые слова: система уравнений, напорный водовод, открытое русло, скоростной напор, вынуждающая сила.

При практических расчетах нестационарных процессов, возникающих в напорных водоводах, используется система дифференциальных уравнений, которая для одномерной модели в случае горизонтального водовода имеет вид [1- 3]

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + rv^2 + g\frac{\partial h}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial h}{\partial t} + v\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{a^2}{g}\frac{\partial v}{\partial x} = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $v(x,t)$ – средняя скорость течения жидкости; $h(x,t)$ - напор в водоводе; r – коэффициент гидравлических сопротивлений; a – скорость распространения волны гидравлического удара; g – ускорение силы тяжести.

При интегрировании системы (1) используются различные методы (аналитические, графо-аналитические, численные). Наибольшее распространение имеет метод характеристик [2]. В систему (1) входят нелинейные слагаемые: $v\frac{\partial v}{\partial x}$ - скоростной напор; rv^2 - слагаемое, учитывающее влияние гидравлических сопротивлений, и член $v\frac{\partial h}{\partial x}$, которые создают значительные трудности при интегрировании этой системы аналитическими методами. Для устранения этих трудностей при решении практических задач рекомендуется слагаемое rv^2 линеаризировать [1], а слагаемыми $v\frac{\partial v}{\partial x}$ и $v\frac{\partial h}{\partial x}$ пренебречь [3] ввиду их несущественного влияния на нестационарный процесс. При этом не устанавливается степень допускаемой погрешности.

С учетом современного уровня исследований нестационарных процессов с такими утверждениями нельзя согласиться, в особенности, когда речь идет о пренебрежении влиянием скоростного напора. Конечно, существует множество задач, в которых влиянием этого слагаемого без существенной погрешности можно пренебречь. Однако в общем случае этого утверждать нельзя.

Целью настоящей работы является установление степени влияния слагаемых $v\frac{\partial v}{\partial x}$ и $v\frac{\partial h}{\partial x}$ на параметры рассматриваемых нестационарных процессов. Поэтому не учитывается влияние слагаемого rv^2.

Для оценки степени влияния в уравнении движения системы (1) скоростного напора это слагаемое линеаризуется и представляется в виде 2кv, где $2к = \frac{\partial v}{\partial x}$.

Слагаемое $v\frac{\partial h}{\partial x}$, входящее в уравнение неразрывности системы (1), видоизменяется с учетом того, что при прямом гидравлическом ударе $\partial h = \frac{a}{g}\partial v$. В этом случае выражение $v\frac{\partial h}{\partial x}$ можно представить в виде $v\frac{a}{g}\frac{\partial v}{\partial x} = v\frac{a}{g}2к$.

В результате указанных преобразований система (1) примет вид

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} + 2кv + g\frac{\partial h}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial h}{\partial t} + 2к\frac{a}{g}v + \frac{a^2}{g}\frac{\partial v}{\partial x} = 0. \end{cases} \tag{2}$$

Дифференцируя первое уравнение системы (2) по “t”, а второе уравнение - по “x”, получим

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2к\frac{\partial v}{\partial t} + g\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} = 0, \\ \frac{a}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 4к^2\frac{a}{g} + \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Умножая второе уравнение системы (3) на “g”, из этой системы исключаем напор h(x,t). В результате для v(x,t) получим дифференциальное уравнение вида

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2к\frac{\partial v}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + 4к^2 a. \tag{4}$$

Уравнение (4) описывает вынужденные колебания жидкости в среде с сопротивлением под действием постоянной вынуждающей силы. Роль сопротивлений выполняет скоростной напор $v\frac{\partial v}{\partial x}$, а роль вынуждающей силы - слагаемое $v\frac{\partial h}{\partial x}$. Из (4) также видно, что при неучете влияния слагаемого $v\frac{\partial v}{\partial x}$ нестационарный процесс становится незатухающим.

Значение коэффициента “к” зависит от характера переходного процесса. Например, в работе [4] показано, что при упругом гидравлическом ударе этот коэффициент имеет величину порядка $V_0/2\ell$, где V_0 – скорость стационарного течения жидкости, ℓ – длина водовода. При “жестком” гидравлическом ударе, где влияние скоростного напора учитывается без искажения [5], значение этого коэффициента в два раза больше. В [4] также отмечается, что при неучете влияния скоростного напора общее решение задачи разгона жидкости в трубопроводе невозможно.

Что касается последнего слагаемого в уравнении (4), то действительно, в напорных водоводах влияние его на нестационарный процесс несущественно. Например, при интегрировании уравнения (4) методом Фурье получим зависимость для скорости v(x,t), в которой влияние слагаемого $4к^2 a$ выражается рядом вида

$$\frac{16к^2\ell^2}{a\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^3}\sin\frac{n\pi x}{\ell}. \qquad (5)$$

Максимальное значение ряда (5) получим при $x=\ell/2$. При этом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^3}\sin\frac{n\pi}{2}=\frac{\pi^3}{32}$, и, следовательно, максимальное значение (5) будет равно $V_0^2/8a$.

Рассмотрим теперь нестационарный процесс в открытом призматическом русле при незначительном колебании уровня свободной поверхности жидкости относительно статического уровня, отвечающего глубине h_0.

Для русла прямоугольного поперечного сечения система дифференциальных уравнений Сен-Венана [3, 6] имеет вид

$$\begin{cases}\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}+g\frac{\partial h}{\partial x}=0,\\ \frac{\partial h}{\partial t}+v\frac{\partial h}{\partial x}+h_0\frac{\partial v}{\partial x}=0.\end{cases} \qquad (6)$$

Для оценки степени влияния на нестационарный процесс слагаемого $v\frac{\partial h}{\partial x}$, входящего в систему (6), исходим из следующих соображений. При незначительном колебании уровня свободной поверхности жидкости относительно статического уровня h_0 значение ∂h можно принять равным 0,1 h_0 и отношение $\frac{\partial h}{\partial x}$ представить в виде $\frac{0{,}1h_0}{\ell_1} = к_1$ где ℓ_1 - длина русла. В этом случае систему (6) можно представить в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} + 2кv + g\frac{\partial h}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial h}{\partial t} + к_1 v + h_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \end{cases} \tag{7}$$

Исключая из (7) напор для скорости $V(x,t)$, получим дифференциальное уравнение вида

$$\frac{\partial v}{\partial t^2} + 2к\frac{\partial v}{\partial t} = gh_0 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2кк_1 g, \tag{8}$$

где $gh_0 = c^2$. Из этого равенства получим $c = \sqrt{gh_0}$, где С называется скоростью перемещения гравитационной волны малой амплитуды в неподвижной жидкости.

Если принять, что $A = 2кк_1 g$, то для рассматриваемого случая выражение (5) будет иметь вид

$$\frac{4A\ell_1^2}{c^2\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^3}\sin(2н-1)\frac{\pi x}{\ell}. \tag{9}$$

Максимальное значение суммы (9) равно $\frac{A\ell_1^2}{8c^2}$. Подставив значение $A = 2кк_1 g$ и $c = \sqrt{gh_0}$, получим $\frac{A\ell_1^2}{8c^2} = 0{,}025V_0$.

Таким образом, можно утверждать, что в открытых руслах влияние слагаемого $v\frac{\partial h}{\partial x}$, входящего в уравнение неразрывности системы (6), значительно существеннее, чем в напорных водоводах.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Исследования системы дифференциальных уравнений гидравлического удара и Сен-Венана показывают, что нестационарные процессы, возникающие в напорных водоводах и открытых призматических руслах, в случае идеальной жидкости являются затухающими. При этом роль сил сопротивления выполняет конвективный член $v\frac{\partial v}{\partial x}$.

2. При решении некоторых задач неучет влияния скоростного напора при исследовании нестационарного процесса может привести к грубым ошибкам.
3. Дана оценка степени влияния слагаемого $v\frac{\partial h}{\partial x}$, входящего в уравнение наразрывности системы уравнений гидравлического удара и Сен-Венана. Установлено, что при нестационарных процессах в открытых призматических руслах его влияние значительно сильнее, чем в напорных водоводах, где его влиянием можно пренебречь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Чарный И.А.** Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. – М.: Наука, 1975. – 286 с.
2. **Фокс Д.А.** Гидравлический анализ неустановившегося течения в трубах. – М.: Энергия, 1981. – 271 с.
3. **Гиргидов А.Д**. Механика жидкости и газа (Гидравлика). –СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2007. – 545 с.
4. **Ациянц Э.П.** Общее аналитическое решение задачи разгона жидкости в трубопроводе // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. – 2007. – Т.60, N 4. – С. 728-731.
5. **Альтшуль А.Д., Животовкий Л.С., Иванов Л.П**. Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1987. – 414 с.
6. **Чугаев Р.Р.** Гидравлика. – М., Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 528 с.

ЕГУАС. Материал поступил в редакцию 13.10. 2011.

Է.Պ. ԱՇՉԻՅԱՆՑ

ՃՆՇՈՒՄԱՅԻՆ ԽՈՂՈՎԱԿԱՏԱՐՆԵՐԻ ԵՎ ԲԱՑ ՀՈՒՆԵՐՈՒՄ ԱՌԱՋԱՑՈՂ ՈՉ ՍՏԱՑԻՈՆԱՐ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՆԵՐԻ ՎՐԱ ԱՐԱԳԱՅԻՆ ՃՆՇՄԱՆ ԵՎ ՀԵՂՈՒԿԻ ԽՏՈՒԹՅԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ

Հետազոտվում է հիդրավլիկական հարվածի և Սեն-Վենանի դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի մեջ մտնող որոշ անդամների ազդեցության աստիճանը ոչ ստացիոնար գործընթացների վրա, որոնք առաջանում են ճնշումային ջրատարներում և բաց պրիզմատիկ ուղղանկյան կտրվածքով հունի մեջ:

Առանցքային բառեր. հավասարումների համակարգ, ճնշումային ջրատար, բաց հուն, արագության էջք, ստիպող ուժ:

E.P. ASHCHIYANTS

INFLUENCE EVALUATION OF VELOCITY HEAD AND LIQUID DENSITY ON NON-STATIONARY PROCESSES ARISING IN HEAD CONDUITS AND OPEN CHANNELS

The influence on the non-stationary process of some summands entering the differential equation system of hydrological hammer and Saint-Venant is studied.

Keywords: equation system, head conduit, open channel, velocity head, driving force.