ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2011. Т. LXIV, № 3.

УДК 621.3 АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

А.А. ТЕРЗЯН, А.А. ГЕВОРГЯН, А.Э. АКОПЯН, Л.Т. ОГАННИСЯН

К РЕШЕНИЮ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НА МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Рассмотрены параллельные алгоритмы решения нелинейной задачи электромагнитного поля методом конечных элементов. Показано, что для каждой сеточной задачи существует предпочтительное количество параллельных процессоров, при превышении которого процесс ускорения решения задачи резко замедляется.

Ключевые слова: электромагнитное поле, сеточные задачи, параллельные алгоритмы.

Введение. Развитие GRID и многопроцессорных вычислительных систем (МВС) открыло новые возможности повышения эффективности вычислительного процесса. Если GRID сегодня можно рассматривать как среду, объединяющую разнородные вычислительные ресурсы и используемую, в основном, для поиска свободных многопроцессорных (многоядерных) вычислительных структур, то МВС кластерной архитектуры представляют собой эффективное средство для реализации параллельных алгоритмов. Подобные распределенные вычислительные среды особенно привлекательны для решения сеточных задач. В этой связи проблема распараллеливания сеточных алгоритмов сегодня является объектом интенсивных исследований [1,2].

В работе рассматриваются параллельные алгоритмы решения нелинейной задачи электромагнитного поля методом конечных элементов.

Известно, что с распараллеливанием сеточных задач, путем декомпозиции исходной исследуемой области, наряду с арифметическими операциями возникают обменные операции. Кроме того, при неравномерном разбиении области на параллельные блоки (подобласти) имеет место неравномерность времени арифметических операций отдельных процессоров, что приводит к простою части процессоров.

Численными экспериментами на модельной задаче показано, что для каждой сеточной задачи существует предпочтительное количество процессоров, при превышении которого процесс ускорения решения задачи резко замедляется.

Основные результаты. На рис. 1 представлена исследуемая область модельной задачи. На этом рисунке показано электромагнитное устройство с ферромагнитными участками A и B, разделенными воздушным зазором C.

Устройство содержит обмотку D, обтекаемую током с синусоидальным распределением вдоль зазора. Для определения электромагнитного поля в устройстве краевую задачу необходимо решить с нулевыми граничными условиями на бесконечности. Однако, учитывая, что поле вне устройства достаточно быстро затухает, ограничимся рассмотрением конечной области [3,4] воздушного пространства, окружающего устройство, приняв на границе нулевые значения потенциалов (рис. 2).

Постоянное магнитное поле, созданное электрическим током, описывается уравнением Максвелла:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu\frac{\partial A}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial A}{\partial y}\right)=\delta,$$

где A - векторный магнитный потенциал; δ - плотность тока; ν - величина, обратная магнитной проницаемости.

Численный расчет двумерного магнитного поля методом конечных элементов сводится к решению системы уравнений

$$\sum_e\left(\nu_e\sum_{i=1}^{k}A_i\beta_{ij}^e-\frac{\delta_e\Delta_e}{3}\right)=0,\ \ j=1,2,...,N, \qquad (1)$$

где A_i - значение потенциала A в узле i; ν_e - значение ν внутри элемента e; δ_e - значение δ внутри e; Δ_e - площадь треугольника e; β_{ij}^e - коэффициент взаимодействия вершин i и j в элементе e; N - число некраевых узлов.

В (1) внешнее суммирование осуществляется по всем элементам e, содержащим узел, а внутреннее суммирование - по всем узлам i, содержавшимся в элементе e (k - число таких узлов).

В случае сетки из треугольных элементов коэффициент $\beta_{ij}(\beta_{ii})$ по вершинам i, j, m треугольника e имеет следующий вид (k=3):

$$\begin{cases}\beta_{ii}^e=\dfrac{1}{4\Delta_e}\left[\left(y_j-y_m\right)^2+\left(x_j-x_m\right)^2\right],\\ \beta_{ij}^e=\dfrac{1}{4\Delta_e}\left[\left(y_i-y_m\right)\left(y_m-y\right)+\left(x_j-x_m\right)\left(x_m-x_i\right)\right],\end{cases} \qquad (2)$$

где $(x_i,y_i),(x_j,y_j),(x_m,y_m)$ - декартовы координаты узлов i, j, m соответственно.

Учитывая, что для каждого узла j в (1) принимают участие только непосредственные соседи узла j, получаем систему уравнений с неизвестными A_j, причем количество уравнений равно количеству неизвестных. Т.е. вариационная постановка краевой задачи после ее аппроксимации сеточным методом конечных элементов приводит к алгебраической системе с разреженной матрицей высокого порядка.

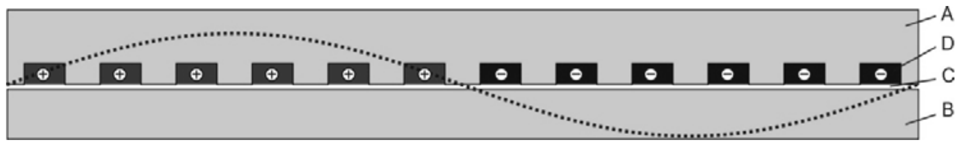

Рис. 1

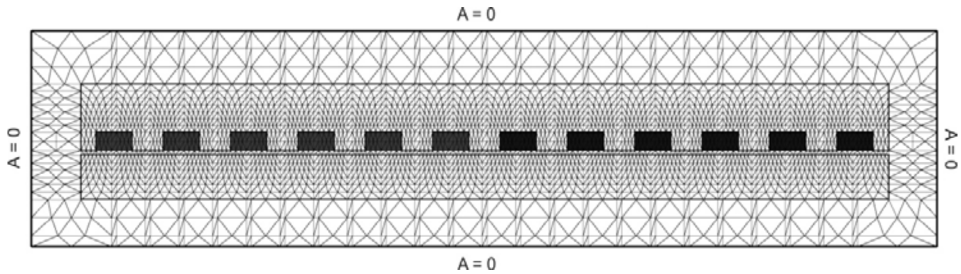

Рис. 2

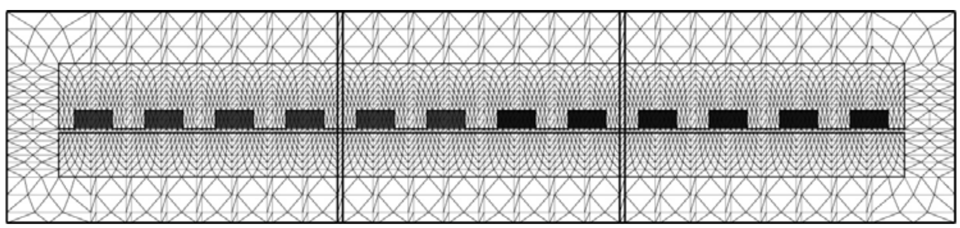
Рис. 3

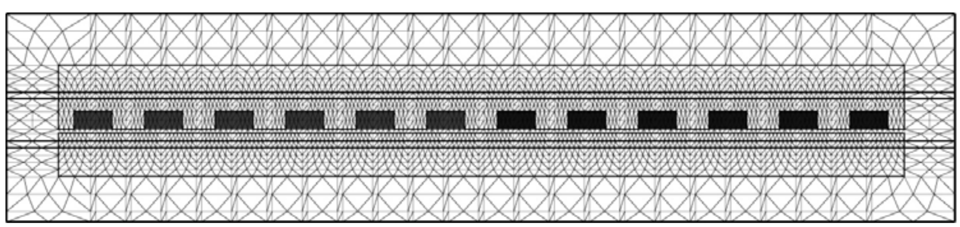
Рис. 4

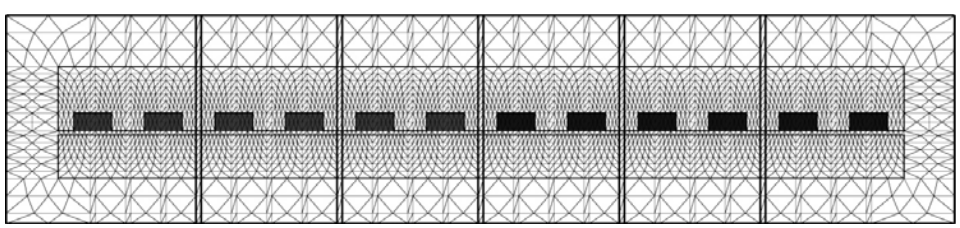
Рис. 5

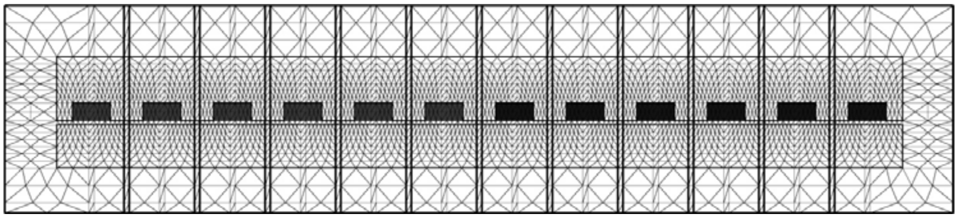

Рис. 6

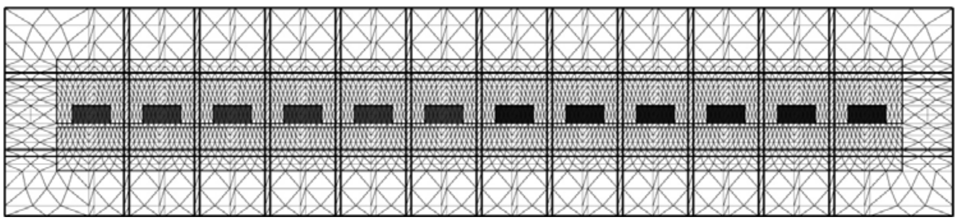

Рис. 7

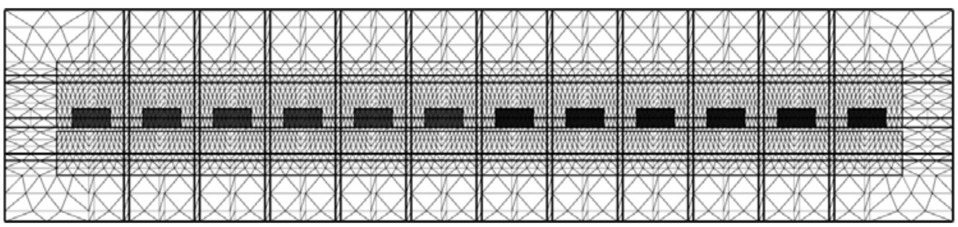

Рис. 8

Идея повышения эффективности решения ресурсоемкой системы линейных алгебраических уравнений в полевых задачах путем декомпозиции исходной исследуемой области не нова (см. напр. [5]), однако она стала реальной лишь в последнее время в связи появлением и сильным развитием МВС.

В вычислительной практике используются два вида декомпозиции – декомпозиция без перекрытий и декомпозиция с теневыми гранями (перекрытием).

В настоящей работе принята декомпозиция с перекрытием.

Использование принципа декомпозиции необходимо сопровождать возможной минимизацией коммуникационных потерь. Из приведенных на рис. 3 и 4 двух видов декомпозиции очевидно, что при равном количестве требуемых параллельных процессоров (3) декомпозиция, представленная на рис. 4, менее удачная, чем декомпозиция на рис. 3, так как во втором случае возникают значительные обменные процессы. Так, численными экспериментами установлено, что при декомпозиции по рис. 3 задача была решена за 186 с, а в случае декомпозиции по рис. 4 время решения составило 339 с. Разница в 1,86 раза значительная.

На рис. 5 - 8 представлены различные декомпозиции исходной задачи, требующие, соответственно, 6, 12, 36 и 48 параллельных процессоров (ядер). Результаты численных экспериментов в виде зависимости времени решения задачи T (с) от количества параллельных процессоров (N) в сопоставлении с последовательным счетом (по рис. 2) представлены на рис. 9. Из сопоставительного анализа явствует, что решение сеточных задач на МВС с использованием принципа декомпозиции весьма эффективно.

Так, по сравнению с последовательным счетом на модельной сеточной задаче с использованием 48 - процессорного (ядерного) кластера, получено ускорение решения в 160 раз.

Вместе с тем анализ полученных результатов показывает, что существует предпочтительное количество процессоров, при превышении которого процесс ускорения решения сеточной задачи резко замедляется. Для рассмотренного нами случая предпочтительным числом параллельных процессоров является 36.

На рис. 10 представлено полученное распределение магнитного поля в исследуемой среде.

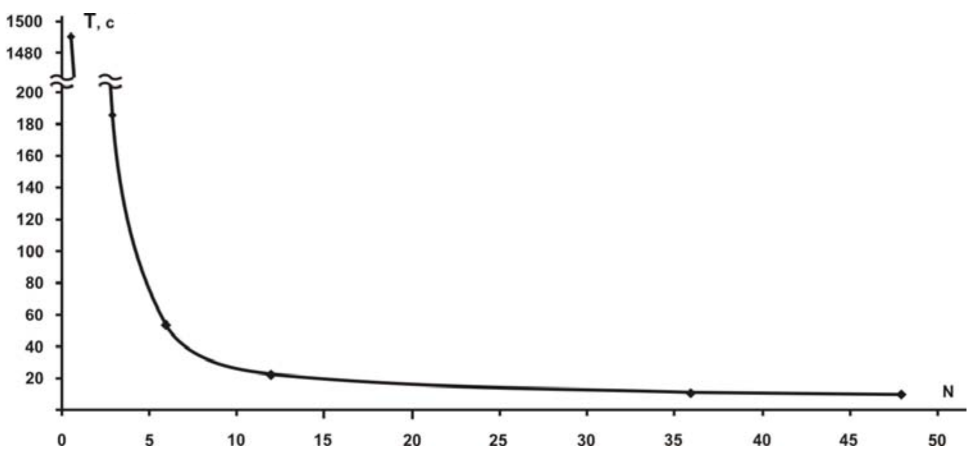

Рис. 9

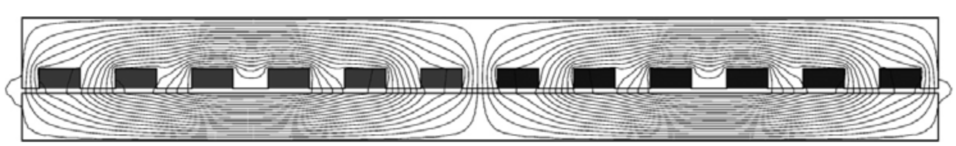

Рис. 10

Заключение. Результаты исследования показали, что в рассмотренной сеточной модельной задаче при использовании принципа декомпозиции и решении задачи на многопроцессорной вычислительной системе кластерной архитектуры получено значительное ускорение решения задачи.

Показано также, что существует предпочтительное количество процессоров, при превышении которого процесс ускорения решения задачи резко замедляется.

Значительный интерес представляет разработка формальных рекомендаций по предварительному определению предпочтительного числа параллельных процессоров для решения заданной сеточной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ильин В.П.** Структуры сеточных алгоритмов и их отображение на архитектуру МВС // Труды Всероссийской суперкомпьютерной конференции. – М.: Изд-во МГУ, 2009. - С. 150-157.
2. **Ильин В.П.** Проблемы высокопроизводительных технологий решения больших разреженных СЛАУ // Вычислительные методы и программирование. – 2009. - Т. 10, N 1. - С. 130-136.
3. **Терзян А.А.** Автоматизированное проектирование электрических машин. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - 256 с.
4. **Terzyan H.** Simulation of electromechanical systems. Numerical methods and Solutions. - VDM Verlag, 2009. -280 p.
5. **Терзян А.А.** Автоматизированная система решения полевых задач в электрических машинах // Электричество. – 1984. - N^{0}_{-}10. - С. 11-17.

ГИУА(П). Материал поступил в редакцию 17.05.2011.

Հ.Ա. ԹԵՐԶՅԱՆ, Ա.Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ա.Է. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Լ.Տ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

ԲԱԶՄԱՊՐՈՑԵՍՈՐԱՅԻՆ ՀԱՇՎՈՂԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄԻՋՈՑՈՎ ԵԶՐԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Դիտարկվել են վերջավոր տարրերի մեթոդով ոչ գծային էլեկտրամագնիսական դաշտի լուծման զուգահեռ ալգորիթմներ: Ցույց է տրվել, որ ամեն մի ցանցային խնդրի համար գոյություն ունի նախընտրելի պրոցեսորների քանակ, որոնց մեծացման դեպքում խնդրի լուծման արագությունը կտրուկ դանդաղում է:

Առանցքային բառեր. էլեկտրամագնիսական դաշտ, ցանցային խնդիրներ, զուգահեռ ալգորիթմներ:

H.A. TERZYAN, A.A. GEVORGYAN, A.E. HAKOBYAN, L.T. HOVHANNISYAN

ON SOLUTION OF BOUNDARY-VALUE PROBLEMS BY MULTIPROCESSOR COMPUTING SYSTEMS

The parallel algorithms for solution of non-linear electromagnetic field problems by finite-element method are considered. It is shown that for every mesh problem a preferable number of parallel processors, the excess of which reduces to decrease of the speed of solution process exists.

Keywords: electromagnetic field**,** mesh problems, parallel algorithms.