

ՀՏԴ 005.591.1:658.562.3

ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՈՒՄ ԵՎ ԿԱՌԱՎԱՐՈՒՄ
Մ.Ա. ԳԱԼՍՏՅԱՆՄԻՄՊԼԵՔՍ ԵՂԱՆԱԿԻ և ԴԻՆԱՄԻԿ ԾՐԱԳՐԱՎՈՐՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ
ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄ

Ներկայացվել է քիմիական տեխնոլոգիական գործընթացի օպտիմալ կառավարման խնդրի դինամիկ ծրագրավորման մեթոդով լուծման մոդելը: Կատարվել է նաև սիմպլեքս և դինամիկ ծրագրավորման մեթոդների կիրառությունների դեպքում համեմատական վերլուծություն ըստ իրականացվող գործողությունների քանակի:

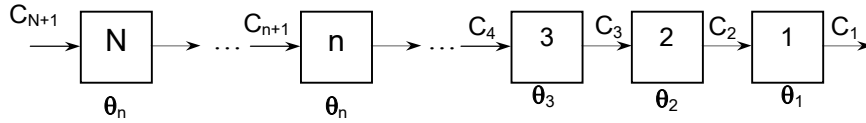
Առանցքային բառեր. մեթոդ, սահմանափակում, դինամիկ ծրագրավորում, տեխնոլոգիական գործընթաց, նպատակային ֆունկցիա:

Օպտիմալացման մեթոդների վերլուծության ժամանակ հետազոտվում են նաև խտրացիոն գործընթացների զուգամիտումը և զուգամիտման արագությունը: Մակայն նույնիսկ բավական պարզ իրականացվող ալգորիթմների համար ալգորիթմի զուգամիտումը և զուգամիտության ապահովումը բավարար չեն մեթոդների կիրառական արդյունավետության չափանիշների գնահատման համար:

Գծային ծրագրավորման խնդիրների լուծման համար կան շատ մեթոդներ, մասնավորապես՝ սիմպլեքս մեթոդը և նրա մոդիֆիկացիաները: Այս մեթոդների իրականացումը գործնականում հաշվողական դժվարություններ ունի, հատկապես, մեծ չափողականության խնդիրների դեպքում: Այսպես՝ **Մ** սահմանափակումներով և **Ո** փոփոխականներից կազմված գծային ծրագրավորման խնդրի լուծման համար տարրական գործողությունների քանակը հավասար է $n^2 \cdot m$ մեծությանը: Տեխնոլոգիական գործընթացների մաթեմատիկական մոդելներում պարամետրերի քանակի մեծացմամբ երբեմն կիրառվող օպտիմալացման մեթոդի կիրառումը հաշվարկային ժամանակի մեծության պատճառով դառնում է անհնար:

Բազմափուլ տեխնոլոգիական գործընթացների օպտիմալ կառավարման խնդիրների լուծման համար հարմար է կիրառել դինամիկ ծրագրավորման մեթոդը [1, 2]: Մեթոդի կիրառման հարմարությունը հատկապես լավ երևում է քիմիական տեխնոլոգիական գործընթացների օպտիմալ կառավարման խնդիրներում: Մեթոդի հիմքում ընկած է Բելմանի օպտիմալության սկզբունքը [2], ըստ որի գործընթացը հաջորդաբար օպտիմալացված է, եթե նրա հաջորդ փուլերում ընդունված որոշումները կազմում են օպտիմալ ստրատեգիա նախորդ փուլերից եկող մուտքային փոփոխականների նկատմամբ:

Դիտարկենք քիմիական տեխնոլոգիական գործընթաց, որն իրականացվում է հաջորդաբար միացված N թվով ռեակտորների կասկադային շարքում (նկ.):



Նկ. Հաջորդաբար միացված ռեակտորների կասկադային շարք

Քիմիական ռեակցիայի արագությունը ելանյութերից և վերջնանյութերից որևէ մեկի քանակի փոփոխությունն է միավոր ժամանակում: Եթե t_1 պահին ռեակցիային մասնակցող նյութերից որևէ մեկի քանակը q_1 է և t_2 պահին՝ q_2 , ուրեմն՝

$$W = \frac{q_1 - q_2}{t_2 - t_1}, \quad W = \frac{|\Delta q|}{|\Delta t|}, \quad (1)$$

որտեղ W -ն կոչվում է ռեակցիայի միջին արագություն ժամանակի Δt տիրույթում: Փաստորեն ռեակցիայի արագությունը կոնցենտրացիայի ածանցյալն է ըստ ժամանակի [3]:

Նշանակենք θ_i -ով; $i = \overline{1, N}$ i -րդ ռեակտորում քիմիական ռեակցիայի տևողությունը:

$K_1, K_2, \dots, K_N$ -ով նշանակենք ռեակցիայի արագության հաստատունները: Ընդ որում, $K_i > 0; i = 1, 2, \dots, N$: Նշենք, որ K_i -ի, $i = \overline{1, N}$ չափողականությունը պետք է կախված լինի ռեակցիայի կարգից: Կարգը ցույց է տալիս, թե ռեակցիայի արագությունը ինչպիսի կախվածություն ունի ռեակցիային մասնակցող նյութերի քանակից: Մոնոմոլեկուլային ռեակցիաների համար K_i -ն, $i = \overline{1, N}$ ունի վրկ⁻¹ կարգի չափողականություն:

Դիտարկենք հետևյալ խնդիրը. որոշել այն $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ այն արժեքները, որոնց դեպքում

$$\sum_{i=1}^N \theta_i \rightarrow \min_{c_N} \text{ քավարարելով } c_i - c_{i+1} > 0; i = 1, 2, \dots, N \text{ սահմանափակումներին:}$$

Խնդիրը լուծելու համար օգտվել ենք դինամիկ ծրագրավորման մեթոդից: Ստանանք ռեկուրենտ արտահայտության տեսքը: $N = 1$ -ի դեպքում

$$\theta_1 = \frac{C_1 - C_2}{K_1 C_2 - K_2 C_1}, \quad (2)$$

որտեղ C_1 -ը առաջին ռեակտորից ստացված վերջնանյութի կոնցենտրացիան է, C_2 -ը՝ այդ ռեակտոր մտնող ելանյութի կոնցենտրացիան, K_1, K_2 -ը՝ այդ

ռեակտորում ընթացող ռեակցիայի արագության հաստատունները համապատասխանաբար կոնցենտրացիաների դեպքում:

Քանի որ վերջնանյութի C_1 կոնցենտրացիան հաստատուն է տարբեր C_2 կոնցենտրացիաներով ելանյութերի դեպքում, հետևաբար՝ θ_1 -ը C_2 արգումենտից կախված ֆունկցիա է, այսինքն՝

$$f_1(C_2) = \frac{C_1 - C_2}{K_1 C_2 - K_2 C_1}, \quad (3)$$

որտեղ $0 \leq C_2 \leq C_1$:

$N = 2$ -ի դեպքում՝

$$\theta_2 = \frac{C_2 - C_3}{K_2 C_3 - K_3 C_2}, \quad (4)$$

որտեղ C_3 -ը 2-րդ ռեակտոր մտնող ելանյութի կոնցենտրացիան է: Որոշենք $\theta_1 + \theta_2$

$$\theta_1 + \theta_2 = \frac{C_2 - C_3}{K_2 C_3 - K_3 C_2} + \frac{C_1 - C_2}{K_1 C_2 - K_2 C_1}, \quad (5)$$

որտեղ $C_3 \leq C_2 \leq C_1$:

Եթե դիֆերենցենք (5) արտահայտությունը ըստ C_2 -ի և հավասարեցնենք 0-ի, կգտնենք ֆունկցիայի նվազագույն արժեքը:

$$\frac{d}{dC_2}(\theta_1 + \theta_2) = 0,$$

$$\frac{d}{dC_2} \left(\frac{C_2 - C_3}{K_2 C_3 - K_3 C_2} \right) = \frac{K_2 C_3 - K_3 C_2 + K_3 (C_2 - C_3)}{(K_2 C_3 - K_3 C_2)^2} = \frac{K_2 C_3 - K_3 C_3}{(K_3 C_3 - K_3 C_2)^2}, \quad (6)$$

$$\frac{d}{dC_2} \left(\frac{C_1 - C_2}{K_1 C_2 - K_2 C_1} \right) = \frac{K_2 C_1 - K_1 C_2 + K_1 (C_1 - C_2)}{(K_1 C_2 - K_2 C_1)^2} = \frac{K_2 C_1 - K_1 C_1}{(K_1 C_2 - K_2 C_1)^2}, \quad (7)$$

$$\frac{d}{dC_2}(\theta_1 + \theta_2) = \frac{K_2 C_3 - K_3 C_3}{(K_3 C_3 - K_2 C_2)^2} + \frac{K_2 C_1 - K_1 C_1}{(K_1 C_2 - K_2 C_1)^2}, \quad (8)$$

$$\frac{d}{dC_2}(\theta_1 + \theta_2) = 0 \text{ -ից հետևում է, որ՝}$$

$$(K_2 - K_3)C_3(K_1C_2 - K_2C_1)^2 + (K_2 - K_1)C_1(K_3C_3 - K_3C_2)^2 = 0, \quad (9)$$

$$(K_2 - K_3)C_3(K_1^2C_2^2 - 2K_1K_2C_1C_2 + K_2^2C_1^2) + C_1(K_3^2C_3^2 - 2K_3^2C_3C_2 + K_3C_2^2) + \\ \Psi(K_2 - K_1) = 0, \quad (10)$$

$$(K_2 - K_3)C_3K_1^2C_2^2 - 2(K_2 - K_3)K_1K_2C_3C_1C_2 + (K_2 - K_3)C_3K_2^2C_1^2 + \\ + (K_2 - K_1)C_1K_3^2C_3^2 - 2(K_2 - K_1)C_1K_3^2C_2 + (K_2 - K_1)C_1C_2^2K_3 = 0: \quad (11)$$

(11)-ը C_2 -ի նկատմամբ քառակուսի հավասարում է:

Կատարելով համապատասխան նշանակումներ և լուծելով (11)-ը, կստանանք

$$\theta_1 = \frac{1}{K_1 + K_2} \left[\left(\frac{c_e - c_2}{c_e - c_1} \right)^{1/2} - 1 \right], \quad (12)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{K_2 + K_3} \left[\left(\frac{c_e - c_3}{c_e - c_1} \right)^{1/2} - 1 \right]: \quad (13)$$

$N = 2$ -ի դեպքում կունենանք

$$f_2(C_3) = \frac{1}{K_1 + K_2} \left[\left(\frac{C_e - C_2}{C_e - C_1} \right)^{1/2} - 1 \right] + \frac{1}{K_2 + K_3} \left[\left(\frac{C_e - C_3}{C_e - C_1} \right)^{1/2} - 1 \right]: \quad (14)$$

$N = 3$ -ի դեպքում նման ձևով կարող ենք ստանալ $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3$ և դիֆերենցել ըստ C_3 -ի:

Կստանանք՝

$$f_3(C_4) = \frac{1}{K_1 + K_2} \Psi \left[\left(\frac{C_e - C_2}{C_e - C_1} \right)^{1/3} - 1 \right] + \frac{1}{K_2 + K_3} \left[\left(\frac{C_e - C_3}{C_e - C_1} \right)^{1/3} - 1 \right] + \frac{1}{K_3 + K_4} \times \\ \times \left[\left(\frac{C_e - C_4}{C_e - C_1} \right)^{1/3} - 1 \right]: \quad (15)$$

Այսպիսով, հիմնվելով նկատվող օրինաչափության վրա, N -րդ ռեակտորի համար կստանանք՝

$$f_N(C_{N+1}) = \frac{N}{K_N + K_{N+1}} \left[\left(\frac{C_e - C_{N+1}}{C_e - C_1} \right)^{1/N} - 1 \right], \quad (16)$$

որտեղ՝ C_{N+1} -ը N -րդ ռեակտոր մտնող ելանյութի կոնցենտրացիան է:

Ուստի խնդիրը բերվում է է C_N -ի այն արժեքների որոնմանը, որոնց դեպքում՝

$$f_N(C_{N+1}) = \min_{C_N} \left[\frac{C_N - C_{N+1}}{C_e - C_N} + f_{N-1}(C_N) \right], \quad (17)$$

և $f_0(C_N) = 0$, բավարարելով $C_{N+1} \leq C_N \leq C_1$ սահմանափակումներին:

Ռեակտորում ելանյութի և վերջնանյութի կոնցենտրացիաների գումարը պետք է լինի հաստատուն: Հնդունենք՝ այդ գումարը հավասար է միավոր կոնցենտրացիային: Ուրեմն C_e -ն վերջնանյութի կոնցենտրացիաների այն արժեքներն են, որոնք ստացվում են հավասարակշռված ելքերի դեպքում, երբ ռեակցիայի արագությունը՝ $W=0$: Հետևաբար, յուրաքանչյուր ռեակտորում ընթացող քիմիական ռեակցիայի համար C_e -ն կարելի է որոշել հետևյալ ձևով՝

$$C_e = \frac{k_i}{k_i + k_{i+1}}, \quad i = 1, 2, \dots, N: \quad (18)$$

Կոնցենտրացիաների համապատասխան արժեքները որոշվել են հետևյալ ձևով՝

$$C_n = \frac{C_{n+1} + \theta_n K_i}{1 + \theta_n (K_i + K_{i+1})}, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad i = 1, 2, \dots, N: \quad (19)$$

Չնայած մեթոդի ընդհանուր մտահղացումը բավականին պարզունակ է, բայց կոնկրետ խնդիրների լուծման ժամանակ առաջանում են շոշափելի դժվարություններ: Դա բացատրվում է նաև նրանով, որ մեթոդն ընդհանուր ստրատեգիա է և ոչ թե որոշակի հատուկ ալգորիթմներ, որոնք նման են, օրինակ, գծային ծրագրավորման խնդիրների լուծման ալգորիթմներին [4]: Դինամիկ ծրագրավորման մեթոդը տալիս է լավ արդյունքներ, եթե յուրաքանչյուր քայլում կառավարող վիճակի փոփոխությունների հնարավոր թիվը մեծ չէ [5]: Յուրաքանչյուր տեխնոլոգիական գործընթացի օպտիմալ կառավարման մոդելի կառուցման սխեման ընդգրկում է՝

1. վիճակի փոփոխականներ,
2. կառավարող փոփոխականներ,
3. մուտքային փոփոխականներ,
4. գործընթացի հավասարումը,
5. սահմանափակումներ,
6. նպատակային ֆունկցիա:

Ենթադրենք՝ ունենք N փուլերից բաղկացած տեխնոլոգիական գործընթաց: Յուրաքանչյուր քայլում կառավարող փոփոխականների քանակը նշանակենք r -ով:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Деттярев Ю. И.** Методы оптимизации: Учебное пособие для вузов. – М.: Сов. радио, 1980. – 272 с.
2. Исследование операций / **Р. Браун, Р. Мэзон, Э. Фламгольд** и др. В 2-х т. Модели и применения. Т. 2 / Пер. с англ; Под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби. – М.: Мир, 1981. – 678 с.
3. **Բելլերյան Ն.Մ.** Քիմիական կինետիկա: Ուսումնական ձեռնարկ.- Երևան, ՀՊՃՀ, 1978. – 326 էջ:
4. **Акулич И. Л.** Математическое программирование в примерах и задачах: Учебное пособие. 2-е изд.- М.: Лань, 2009. – 352 с
5. **Арис Р.** Дискретное динамическое программирование / Пер. с англ. - М.: Мир, 1969. – 172 с.

ՀՊՃՀ (Պ): Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 14.11.2010:

М.А. ГАЛСТЯН

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ СИМПЛЕКС И ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Представлена модель решения задачи оптимального управления химическим технологическим процессом методом динамического программирования. Проведен анализ по числу выполняемых процедур с применением методов симплекс и динамического программирования.

Ключевые слова: метод, ограничение, динамическое программирование, технологический процесс, целевая функция.

M.A. GALSTYAN

ASSESSMENT OF SIMPLEX METHOD APPLICATION EFFECTIVENESS AND DYNAMIC PROGRAMMING

The model of optimal management problem solving for chemical technological process via dynamic programming method is introduced. A comparative analysis of simplex application and dynamic programming methods is performed in accord with the number of implemented activities.

Keywords: method, dynamic programming, technological process, application.