

Э.П. АЩИЯНЦ

**НЕСТАЦИОНАРНОЕ ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ
ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ**

Исследуется замедленное и ускоренное напорное ламинарное течение жидкости в круглой цилиндрической трубе. Используя уравнение Навье-Стокса, получены аналитические зависимости, в которых влияние конвективного члена отражается в явном виде.

Ключевые слова: разгон жидкости, скоростной напор, коэффициент затухания.

Исследование нестационарных процессов в напорных системах, возникающих при движении вязких жидкостей, необходимо для их надежного проектирования. В инженерной практике приходится сталкиваться с ламинарным режимом течения при движении в трубах нефти, керосина, смазочных масел и других жидкостей с повышенной вязкостью.

Математические модели течений вязких жидкостей несколько отличаются от моделей идеальных жидкостей. Достаточно полное представление об изменении структуры ламинарного течения можно получить, используя дифференциальное уравнение Навье-Стокса. Например, авторы работ [1,2], интегрируя указанные уравнения, рекомендуют зависимости, с помощью которых определяются гидравлические параметры ламинарного нестационарного движения. Недостатком этих зависимостей является то, что в них влияние скоростного напора или не учитывается, или же его трудно установить. Кроме того, дискуссионным является полученное в указанных зависимостях значение показателя степени при экспоненте затухания.

Целью работы является исследование структуры ламинарного течения в круглой цилиндрической трубе, возникающего при замедленном и ускоренном движениях вязкой несжимаемой жидкости, с помощью аналитических зависимостей, в которых влияние скоростного напора отражается в явном виде.

Рассмотрим сначала замедленное движение вязкой жидкости на некотором участке горизонтальной трубы (рис. 1), возникающее под действием внезапно созданной постоянной разности давлений ($\Delta H = H_0$) на концах рассматриваемого участка.

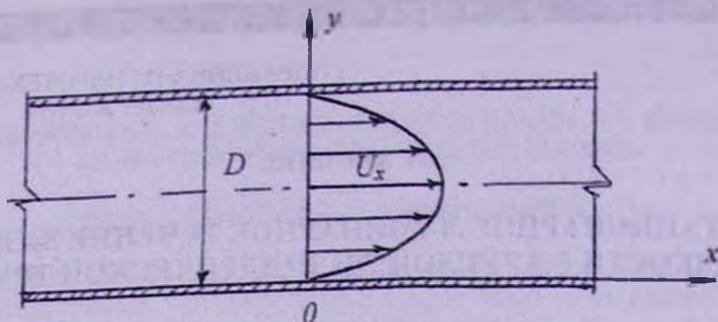


Рис. 1. Расчетная схема участка трубы

Для решения задачи используется уравнение Навье-Стокса, которое для плоскопараллельного движения ($U_y = U_z = 0$) имеет вид [3]

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} + U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2}, \quad (1)$$

где U_x - горизонтальная составляющая скорости течения жидкости; x - продольная координата низа трубы (рис.1); y - вертикальная ордината; P - давление жидкости в трубе; ρ - плотность жидкости; μ - динамическая вязкость; t - текущее время.

В уравнении (1) слагаемое $U_x \frac{\partial U_x}{\partial x}$ отражает влияние скоростного напора на нестационарный процесс. В случае аналитического решения задачи влияние этого слагаемого приходится учитывать приближенно. В работе [4] оно заменяется выражением $2RU_x$, где $2R = \sqrt{2gH_0}/l$, g - ускорение свободного падения, l - длина рассматриваемого участка трубы. В настоящей работе выражение $\sqrt{2gH_0}/l$ обозначено коэффициентом k .

При постоянном перепаде давления на концах рассматриваемого участка трубы выражение $\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}$ можно заменить и представить его в виде gH_0/l . С учетом указанных обозначений уравнение (1) примет вид

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} + kU_x = -\frac{gH_0}{l} + \nu \frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2}, \quad (2)$$

где ν - кинематическая вязкость.

При стационарном ламинарном течении жидкости распределение местных скоростей по диаметру трубы имеет вид [3]

$$U_x(y,0) = \frac{8V_c}{D^2}(Dy - y^2), \quad (3)$$

где D – диаметр трубы; V_c – средняя в живом сечении скорость течения жидкости.

Из (3) определяются те ординаты y_1 и y_2 , при которых скорость U_x равна V_c . Такими ординатами являются значения $y_1 = 0,146D$ и $y_2 = 0,854D$.

Выражение (3) используется в качестве начального условия при интегрировании уравнения (2), а граничные условия определяются исходя из того обстоятельства, что у стенок трубы ($y = 0$ и $y = D$) скорость течения равна нулю:

$$U_x(0, t) = 0, \quad U_x(D, t) = 0. \quad (4)$$

Интегрируя уравнение (2) методом Фурье при условиях (3) и (4), получается зависимость вида

$$\begin{aligned}
 U_x(y, t) = & \frac{64V_c}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^3} \left(\exp \left[t \left(-k - \frac{v(2n-1)^2 \pi^2}{D^2} \right) \right] \right) \times \\
 & \times \sin \frac{(2n-1)\pi y}{D} - \frac{4gH_0}{\ln \pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \left[k + \frac{v(2n-1)^2 \pi^2}{D^2} \right]} \times \\
 & \times \left\{ 1 - \exp \left[t \left(-k - \frac{v(2n-1)^2 \pi^2}{D^2} \right) \right] \right\} \sin \frac{(2n-1)\pi y}{D}. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Распределение местных скоростей течения по диаметру трубы (рис.2), построенных с помощью (5) при некоторых значениях t и y , показывает, как происходит изменение профиля скоростей в трубе при замедленном движении. При вычислениях приняты следующие численные значения расчетных параметров: $v = 85 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$, $D = 0,05 \text{ м}$, $H_0 = 0,17 \text{ м}$, $\ell = 50 \text{ м}$, $V_c = 0,31 \text{ м/с}$, $k = 0,0365 \text{ 1/с}$.

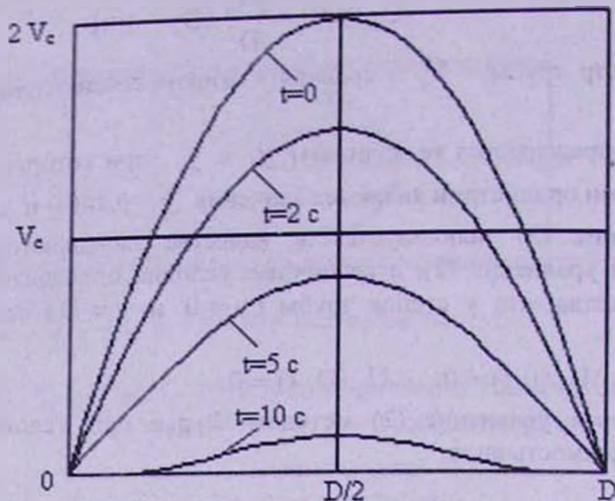


Рис.2. Изменение распределения скоростей при замедленном движении жидкости в трубе

Рассмотрим нестационарный процесс, возникающий при разгоне вязкой жидкости в трубопроводе из состояния покоя и перехода ее в стационарный режим движения. В этом случае начальные и граничные условия при интегрировании уравнения (2) будут иметь вид

$$U_x^p(0, y) = 0, \quad U_x^p(0, t) = 0 \quad \text{и} \quad U_x^p(D, t) = 0. \quad (6)$$

При указанных условиях интеграл уравнения (2) будет иметь вид

$$U_x(y, t) = \frac{4gH_0}{\ln \pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \left[k + \frac{v(2n-1)^2 \pi^2}{D^2} \right]^x} \times \left\{ 1 - \exp \left[t \left(-k - \frac{v(2n-1)^2 \pi^2}{D^2} \right) \right] \right\} \sin \frac{(2n-1)\pi y}{D}. \quad (7)$$

Из (7) видно, что продолжительность существования переходного процесса зависит от численного значения выражения $k + \frac{v\pi^2}{D^2} (2n-1)^2$, где коэффициент k отражает влияние конвективного члена $U_x \frac{\partial U_x}{\partial x}$ в уравнении (1) и $\frac{v\pi^2 (2n-1)^2}{D^2}$ - влияние вязкости жидкости и диаметра трубы.

На рис.3 показаны графики функции (7), построенные при различных значениях переменных y и t и вышеуказанных численных значениях расчетных параметров.

Как видно из графиков, значение скорости течения жидкости максимально при $y=D/2$, а при $y_1 = 0,146D$ и $y_2 = 0,854D$ оно стремится к средней в живом сечении трубы скорости V_c .

Следует отметить, что в случае использования квазистационарной модели движения жидкости зависимость изменения средней скорости течения от времени имеет вид гиперболического тангенса [3]. В этом случае продолжительность переходного процесса получается меньше, чем при расчетах по полученной зависимости (7), которая имеет вид экспоненциальной функции.

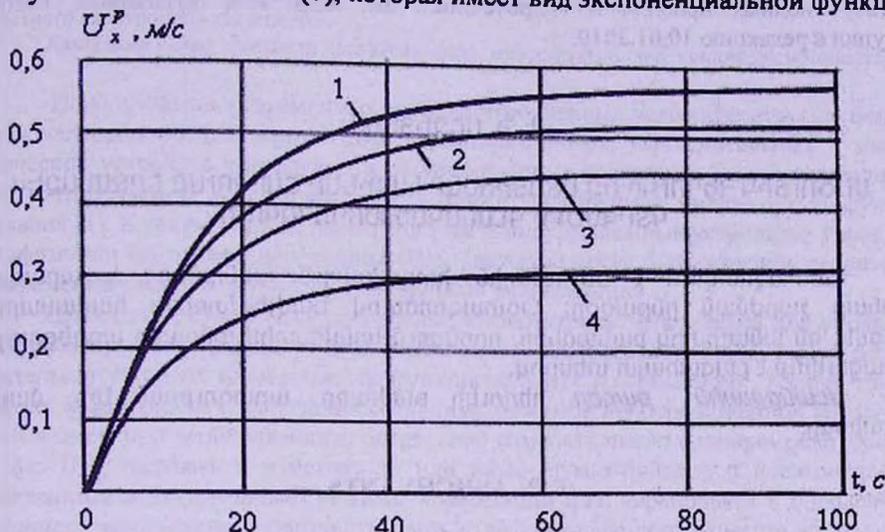


Рис.3. Зависимость $U_x^p = f(t)$ при: 1 - $t = 0,5D$; 2 - $y=0,33D$; 3 - $y = 0,25D$; 4 - $y=0,146D$

Однако при этом величина средней в живом сечении трубы скорости движения при $t \rightarrow \infty$ совпадает с численным значением V_c , определяемым по формуле Пуайзеля-Гагена [3].

Таким образом, расчеты показывают, что при исследовании ламинарного движения вязкой жидкости учет влияния конвективного члена в уравнении Навье-Стокса обязателен.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов Д.Н. Нестационарные гидромеханические процессы. – М.: Машиностроение, 1982. – 240 с.
2. Громека И.С. К теории движения жидкости в узких цилиндрических трубках. – М.: Изд-во АН СССР, 1952.
3. Альтштуль А.Д., Животовский, Иванов Л.П. Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1987. – 414 с.
4. Ашяни Э.П. Общее аналитическое решение задачи разгона жидкости в трубопроводе // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2007. - Т. LX, N4. - С. 728-731.

Институт водных проблем и гидротехники им. акад. И.В. Егнязарова. Материал поступил в редакцию 10.01.2010.

Է.Պ. ԱՇՉԻՅԱՆՑ

ՄԱՃՈՒՑԻԿ ԴԵՂՈՒԿԻ ՈՉ ՍՏԱՑԻՈՆԱՐ ԼԱՄԻՆԱՐ ԸՄՐԺՈՒՄԸ ԵՐԱՆԱԶԵԿ ԿՏՐՎԱԾՔԻ ԳԼՆԱԿԱՆ ԽՈՐՈՎԱԿՈՒՄ

Դետազոտվում է ճնշումային խողովակում դանդաղող և արագացող լամինար շարժման ընթացքը: Օգտագործելով Նավյե-Ստոքսի հավասարումը՝ ստացվել են անալիտիկ բանաձևեր, որոնցում կոնվեկտիվ անդամի ազդեցությունը արտացոլվում է բացահայտ տեսքով:

Առանցքային բառեր. հեղուկի թափառք, արագության էքզ, մարման գործակիցը:

E.P. ASHCYANTS

NON-STATIONARY LAMINAR FLOW OF VISCOSITY LIQUID IN ROUND CYLINDRICAL PIPELINE

Slow and accelerated enforced laminar flow of liquid in a round cylindrical pipeline is studied. Using Navye-Stoks equation the analytical dependences in which the influence of covective member is reflected in a real form are obtained.

Keywords: liquid distance, ram action, damping coefficient.