

Վ.Ս. ՍԱՖԱՐՅԱՆ, Գ.Հ. ԳԱԼՍՏՅԱՆ

ՄԻՆՔՐՈՆ ՄԵՔԵՆԱՅԻ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՊՐՈՑԵՍԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԸ ԲՆԱԿԱՆ ՏԵՍՔՈՎ

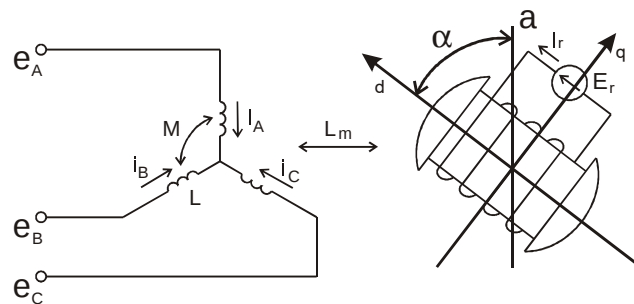
Դիտարկած է սինքրոն մեքենայի անցումային պրոցեսների մաթեմատիկական մոդելը՝ բնական տեսքով: Բերված են բնական տեսքով մաթեմատիկական մոդելի փորձարկման արդյունքները՝ արտաքին մեխանիկական մոմենտի փոփոխության դեպքում:

Առանցքային բառեր. անցումային պրոցես, մաթեմատիկական մոդել, սինքրոն մեքենա, ստատոր, ռոտոր, էլեկտրամագնիսական մոմենտ, դեմագֆերային փաթույթ:

Սինքրոն մեքենայի (ՄՄ) ստացիոնար և անցումային պրոցեսներին վերաբերող գրականության մեջ [1-4] բերված են վերջինիս անցումային պրոցեսների մաթեմատիկական մոդելները՝ d , q տեսքով (Պարկ-Գոբրնի ձևափոխությունները):

Նշենք, որ եթե ՄՄ-ի ստատորի լարումը ոչ սիմետրիկ է, ապա նրա ընդհանրացված վեկտորի մոդուլի մեծությունը և պտտման արագությունը ժամանակի ֆունկցիա են և d , q տեսքով հավասարումներում ստեղծում են դժվարություններ [3]: Լարման ուղիղ և հակադարձ բաղադրիչների առկայության դեպքում վերադրման եղանակի կիրառումն անթույլատրելի է d , q տիպի հավասարումներում՝ վերջինիս ոչ գծայնության պատճառով:

Դիտարկենք սինքրոն մեքենայի (նկ.1) էլեկտրամագնիսական անցումային պրոցեսի հավասարումները՝ ընդունելով, որ $e_A + e_B + e_C = 0$:



Նկ. 1. ՄՄ-ի սխեմատիկ պատկերումը

Ստատորի և ռոտորի փաթույթներում լարումները կորոշվեն հետևյալ առըն-չություններով [2].

$$\begin{cases} u_S = R_S i_S + \frac{d\psi_S}{dt} \\ -E_r = r_r i_r + \frac{d\psi_r}{dt} \end{cases} \quad s = a, b, c, \quad (1)$$

որտեղ u_S –ը ստատորի ակնթարթային լարումն է, $R(r)$ –ը՝ ստատորի (ռոտորի) փաթույթի ակտիվ դիմադրությունները, $i_S(i_r)$ –ն՝ ստատորի (ռոտորի) փաթույթների հոսանքները, $\psi_S(\psi_r)$ –ը՝ ստատորի (ռոտորի) փաթույթների հոսքակցումները, E_r –ը՝ ռոտորի փաթույթին կիրառված հաստատուն էլշու –ն:

Կազմենք հավասարումներ Կիրիսիոֆի I օրենքով.

$$\begin{cases} i_A + i_B + i_C = 0 \\ \psi_A + \psi_B + \psi_C = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Փաթույթների հոսքակցումները հոսանքների միջոցով կարտահայտվեն հետևյալ տեսքով [1].

$$\begin{cases} \psi_A = (L - M)i_A + L_m i_r \cos \alpha \\ \psi_B = (L - M)i_B + L_m i_r \cos(\alpha - 120) \\ \psi_C = (L - M)i_C + L_m i_r \cos(\alpha + 120) \\ \psi_r = l_r + L_m [i_A \cos \alpha + i_B \cos(\alpha - 120) + i_C \cos(\alpha + 120)] \end{cases} \quad (3)$$

որտեղ $L(l)$ –ն ստատորի (ռոտորի) փաթույթի ինդուկտիվությունն է, M –ը՝ ստատորի փաթույթների փոխինդուկտիվությունը, L_m –ը՝ ստատորի և ռոտորի փաթույթների զուգահեռ դիրքում փոխինդուկտիվությունը, α –ն՝ ստատորի a ֆազի փաթույթի և ռոտորի փաթույթի կազմած անկյունը:

Հաշվի առնելով (2) –ը՝ (3) –ում արտաքսելով ψ_C –ն, i_C –ն կստանանք.

$$\begin{cases} \psi_A = (L - M)i_A + L_m i_r \cos \alpha \\ \psi_B = (L - M)i_B + L_m i_r \cos(\alpha - 120) \\ \psi_r = l_r + \sqrt{3} L_m \sin(\alpha + 60) i_A + \sqrt{3} L_m i_B \sin \alpha \end{cases} \quad (4)$$

(4) հավասարումների համակարգը ներկայացնենք մատրիցային տեսքով.

$$\begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L - M & 0 & L_m \cos \alpha \\ 0 & L - M & L_m \cos(\alpha - 120) \\ \sqrt{3} L_m \sin(\alpha + 60) & \sqrt{3} L_m \sin \alpha & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (5)$$

կամ

$$\Psi = A \cdot i :$$

Նշենք, որ A մատրիցի որոշիչը՝ $\Delta = (L - M) \left[1(L - M) - \frac{3}{2} L_m^2 \right]$ և հաստատուն մեծություն է:

Լուծելով (5) մատրիցի համակարգը հոսանքի վեկտորի նկատմամբ՝ կստանանք.

$$i = A^{-1} \cdot \Psi: \quad (6)$$

(1) –ը գրելով մատրիցային տեսքով, կստանանք.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_r \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_A \\ e_B \\ e_r \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\text{կամ} \quad \frac{d}{dt} \Psi = -R \cdot i + e :$$

(7) –ում հոսանքների փոխարեն տեղադրելով (6) –ը՝ կստանանք

$$\frac{d}{dt} \Psi = -R \cdot A^{-1} \cdot \Psi + e, \quad (8)$$

իսկ (8) համակարգը համալրելով Դալամբերի հավասարումով [3]՝

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{tL} - M_{տիլս}, \quad (9)$$

որտեղ $M_{tL} = -i_r L_m [i_A \sin \alpha + i_B \sin(\alpha - 120) + i_C \sin(\alpha + 120)]$,

կստանանք ՄՄ –ի անցումային պրոցեսի լրիվ մաթեմատիկական մոդելը՝ բնական տեսքով: Այն առաջին կարգի ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգ է, որը կարելի է լուծել միայն իտերացիոն եղանակներով:

Ներկայացված ՄՄ –ի անցումային պրոցեսների մաթեմատիկական մոդելի հիման վրա մշակվել է համակարգչային ծրագիր, որը թույլ է տալիս կատարել հետևյալ փորձարկումները.

ա) անցումային պրոցեսի հաշվարկ ցանկացած սկզբնական կետից,

բ) ստանալ ՄՄ –ի մեխանիկական և անկյունային բնութագրերը ($M = f(S)$, $M = f(\theta)$),

գ) տրված կոնստրուկտիվ պարամետրերի և արտաքին զրգիռների (ցանցի լարումը, զրգռման լարումը, ռոտորի լիսեռի վրա կիրառված մեխանիկական մոմենտը) դեպքում ստանալ ՄՄ –ի ստացիոնար կետը,

դ) հետազոտել ստացիոնար կետի կայունությունը,

ե) թողարկում (զրգռման փաթույթը փակված համապատասխան դիմադրությամբ առանց հանդարտիչ փաթույթների կամ դրանց առկայությամբ),

զ) տարբեր օրենքներով փոփոխվող մեխանիկական մոմենտի դեպքում ստանալ ստատորի լարման և հոսանքի, սահքի, θ անկյան, համագոր մոմենտի և այլն փոփոխման գրաֆիկները:

Ստորև ներկայացված են հաշվարկի մի քանի օրինակներ, որոնք բնութագրում են ցանցի հանգույցներում էլեկտրաէներգիայի որակի վրա ՄՄ –ի ունեցած ազդեցությունը: Դիտարկվող օրինակներում համարում ենք, որ ՄՄ –ն միացված է 6,3 կՎ լարմամբ և անվերջ հզորությամբ դողին՝ $Z_{ցանց}$ դիմադրությամբ (նկ. 2)

Մոդելում ներկայացված է իրական՝ ոչ բացահայտ բևեռներով և առանց կարգավորիչների ՄՄ, որի անձնագրային տվյալներն են.

$$P_{ան} = 8 \text{ ՄՎտ},$$

$$U_{ան} = 6 \text{ կՎ},$$

$$n = 3000 \text{ պտ/ր},$$

$$\theta_{ան} = 40^\circ,$$

$$\cos \varphi = 0,9,$$

$$M_{ան} = 24 \text{ կՆմ},$$

$$M_{մաքս} = 35 \text{ կՆմ},$$

$$R = 0,307 \text{ Օհմ},$$

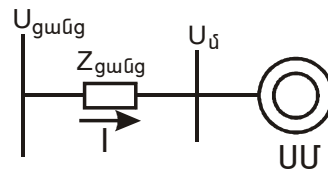
$$r = 4,5 \text{ Օհմ},$$

$$L - M = 0,013 \text{ Հն},$$

$$L_m = 0,176 \text{ Հն},$$

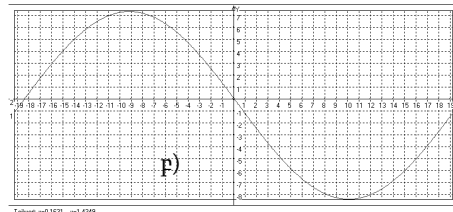
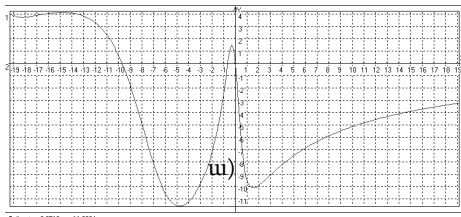
$$T_j = 10,44 \text{ վրկ},$$

$$J = 500 \text{ կգ} \cdot \text{մ}^2:$$



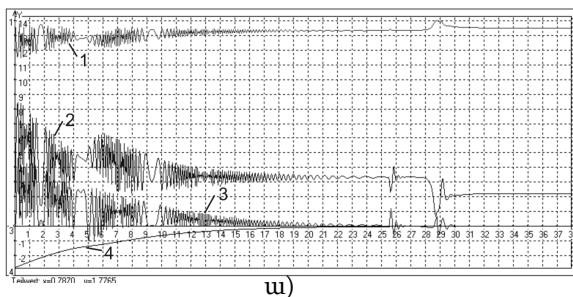
Նկ.2

Նկ. 3 –ում ներկայացված են՝ ա) սինքրոն մեքենայի ասինքրոն մոմենտի սահքից կախվածության՝ $M_{սս} = f(s)$ և բ) սինքրոն մեքենայի սինքրոն մոմենտի θ անկյունից կախվածության՝ $M_u = f(\theta)$ կորերը:

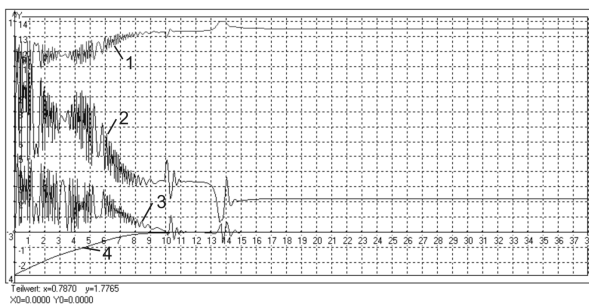


Նկ.3. ա) ՄՄ –ի սինքրոն մոմենտի կախվածությունը սահքից՝ $M_{uu} = f(s)$,
բ) ՄՄ –ի սինքրոն մոմենտի կախվածությունը θ անկյունից՝ $M_u = f(\theta)$

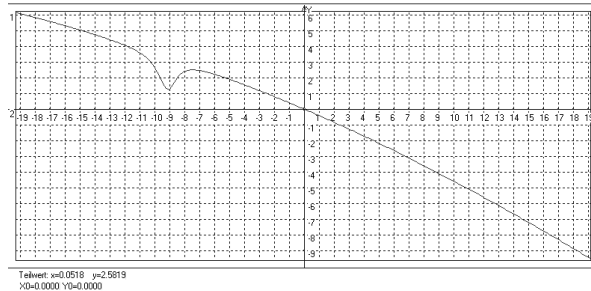
Ստորև ներկայացված են առանց դեմաֆերային և դեմաֆերային փաթույթներով ՄՄ – ների թողարկման անցումային պրոցեսը նկարագրող կորերը (նկ.4 ա,բ): Թողարկումը կատարվել է հետևյալ կերպ. մինչ ցանցին միացնելը հանում ենք արտաքին մեխանիկական մոմենտը, անջատում ենք մեքենայի գրգռման լարումը, ռոտորը փակում ենք մարեցնող դիմադրությամբ (տվյալ դեպքում՝ 500 Օհմ (այդ դեպքում ՄՄ –ի $M_{uu} = f(s)$ կախվածության կորը կնդունի նկ. 5 –ում պատկերված տեսքը)), նոր միայն մեքենան միացնում ենք ցանցին: Երբ ՄՄ –ի ռոտորի արագությունը հասնում է սինքրոն արագությանը մոտ արագության, հանում ենք մարեցնող դիմադրությունը և միացնում գրգռման լարումը, որի շնորհիվ մեքենան ներքաշվում է սինքրոն ռեժիմ և, երբ սահքը հավասարվում է զրոյի, միացնում ենք արտաքին մեխանիկական մոմենտը: Ընդ որում՝ $U_{ցանց} = 6,3$ կՎ, $Z_{ցանց} = 0,2277 + j0,2277$, $M_{մեխ} = 24,05$ կՆմ:



Նկ.4. ա) Առանց դեմաֆերային փաթույթներով ՄՄ –ի թողարկումը
բ) Դեմաֆերային փաթույթներով ՄՄ –ի թողարկումը



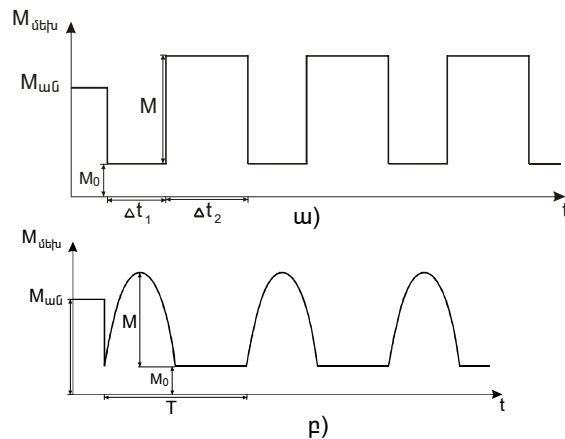
Նկ.4 –ում բերված են ՍՄ –ի ստատորի լարման մոդուլի (1), հոսանքի մոդուլի (2), ռոտորին ազդող համագոր մոմենտի (3) և սահքի (4) կորերը՝ կախված ժամանակից: Նշված ֆիզիկական մեծությունների իրական արժեքները ստանալու համար անհրաժեշտ է գրաֆիկի կետերի համապատասխան օրդինատները բազմապատկել համապատասխանաբար 4, 4, 0,3 և 5 թվերով:



Նկ.5. ՍՄ –ի ասինքրոն մոմենտի կախվածությունը սահքից՝ $M_{\text{աս}} = f(s)$, երբ ռոտորը փակված է $r = 500 \text{ Ohm}$ դիմադրությամբ

Առանց դեմպֆերային փաթայթներով ՍՄ –ի թողարկման ընդհանուր տևողությունը տևում է 22,7 վրկ, ընդ որում՝ թողարկման սկզբում ՍՄ –ի ստատորի սեղմակներին լարման անկման առավելագույն արժեքը 1,13 կՎ է կամ անվանական լարման 18,83% –ը, ստատորի հոսանքի առավելագույն արժեքը 4,5 կԱ կամ 4,5 $I_{\text{ան}}$ ս է: Ի տարբերություն առանց դեմպֆերային փաթայթների ՍՄ–ի, դեմպֆերային փաթայթներով ՍՄ –ի թողարկման ընդհանուր ժամանակը կազմում է 10,8 վրկ, թողարկման սկզբում ստատորի սեղմակներին լարման անկման առավելագույն արժեքը 1,65 կՎ է կամ ՍՄ –ի անվանական լարման 27,5% –ը, իսկ ստատորի հոսանքի առավելագույն արժեքը 6,1 կԱ կամ 6,5 $I_{\text{ան}}$ ս է:

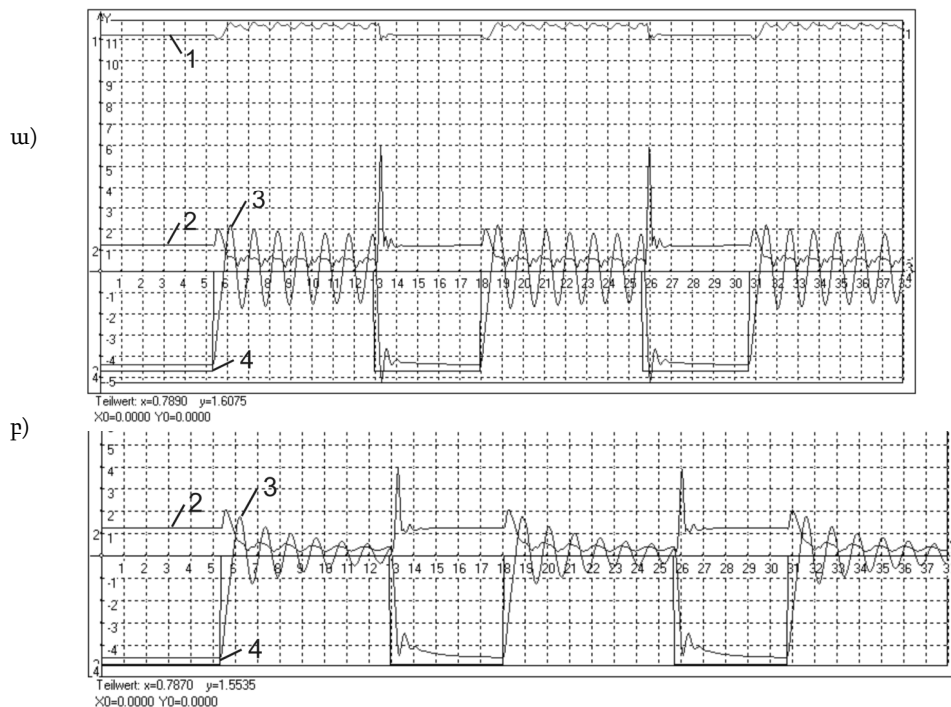
Հետագոտենք այն պրոցեսները, երբ ՍՄ–ի լիսեռին կիրառված արտաքին մեխանիկական մոմենտը փոփոխական է և ունի նկ.6 –ում պատկերված տեսքը:



Նկ. 6. Արտաքին մեխանիկական մոմենտի փոփոխման կորերը

Համարենք, որ նախնական վիճակում մեքենան աշխատում է անվանական հաստատուն արտաքին մեխանիկական մոմենտով՝ կայունացված ռեժիմում ($U_{գանց} = 6,3$ կՎ, $Z_{գանց} = 0,2277 + j0,2277$, $U_{ս} = U_{ան} = 6$ կՎ, $I = I_{ան} = 0,98$ կԱ, $M_{մեխ} = 24$ կՆմ, $S = 0$, $\theta = \theta_{ան} = -40,5^\circ$ (շարժիչային ռեժիմ)): Դիտարկենք այն դեպքը, երբ նկ.6ա –ում $\Delta t_1 = 6$ վրկ, $\Delta t_2 = 4$ վրկ, $M = M_{ան}$, $M_0 = 0$, նկ.6բ –ում $T = 4$ վրկ, $M = M_{ան}$:

Ստորև բերված են համապատասխանաբար առանց դեմաֆերային փաթույթների ՍՄ –ի և դեմաֆերային փաթույթներով ՍՄ –ի սեղմակների լարման, ստատորի հոսանքի θ անկյան և $M_{մեխ}$ –ի փոփոխման կորերը արտաքին մեխանիկական մոմենտի փոփոխման առաջին (նկ.6ա) տարբերակի համար (նկ. 7 ա,բ):



Նկ.7. ա) Առանց դեմաֆերային փաթույթների ՍՄ –ի աշխատանքը փոփոխական արտաքին մեխանիկական մոմենտով,
բ) Դեմաֆերային փաթույթներով ՍՄ –ի աշխատանքը փոփոխական արտաքին մեխանիկական մոմենտով

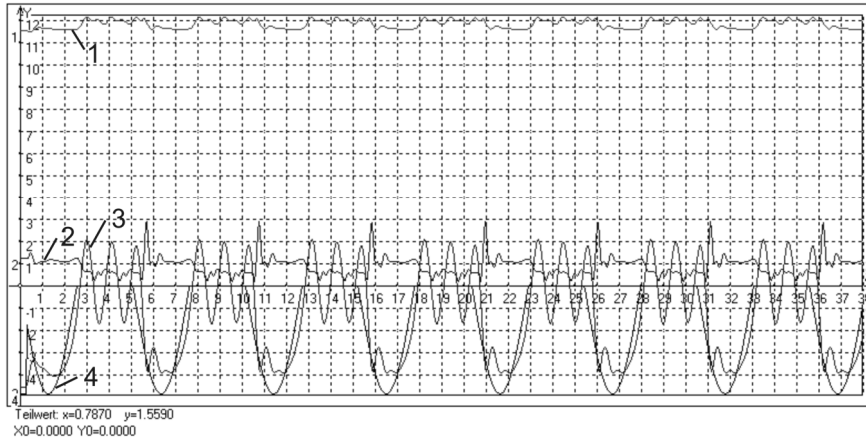
Ինչպես երևում է գրաֆիկներից, արտաքին մեխանիկական մոմենտի փոփոխման առաջին դեպքում (նկ.6ա) առանց դեմաֆերային փաթույթներով ՍՄ –ի և դեմաֆերային փաթույթներով ՍՄ –ի սեղմակների լարման, ստատորի հոսանքի և θ անկյան տատանումները կլինեն համապատասխանաբար.

$$\Delta U_{ս} = 0,476 \text{ կՎ կամ } 8 \%, \Delta I = 4,6 \text{ կԱ կամ } 470 \%, \Delta \theta = 68^\circ \text{ և}$$

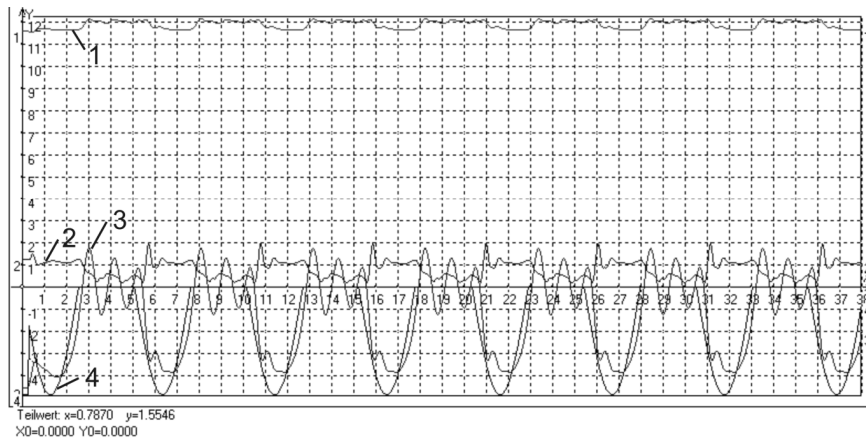
$$\Delta U_{ս \text{ դեմֆ}} = 0,37 \text{ կՎ կամ } 6.2 \%, \Delta I_{դեմֆ} = 2.9 \text{ կԱ կամ } 300 \%, \Delta \theta_{դեմֆ} = 56^\circ:$$

Այժմ կատարենք նույն փորձը՝ արտաքին մեխանիկական մոմենտի փոփոխման երկրորդ (նկ. 6բ) տարբերակի համար (նկ.8ա,բ):

ա)



բ)



Նկ.8. ա) Առանց դեմֆերային փաթույթների ՄՄ –ի աշխատանքը փոփոխական արտաքին մեխանիկական մոմենտով,

բ) Դեմֆերային փաթույթներով ՄՄ –ի աշխատանքը փոփոխական արտաքին մեխանիկական մոմենտով

Նկ. 7 –ում և 8 –ում կորերը համարակալված են հետևյալ կերպ. 1 – ստատորի լարումը, 2 – ստատորի հոսանքը, 3 – θ անկյունը, 4 – արտաքին մեխանիկական մոմենտը: Նշված ֆիզիկական մեծությունների իրական արժեքները ստանալու համար անհրաժեշտ է գրաֆիկի կետերի համապատասխան օրդինատները բազմապատկել համապատասխանաբար 3, 2, 10 և 1 թվերով:

Ինչպես երևում է գրաֆիկներից, արտաքին մեխանիկական մոմենտի փոփոխման երկրորդ դեպքում (նկ.6բ) առանց դեմֆերային փաթույթներով ՄՄ –ի և դեմֆերային փաթույթներով ՄՄ –ի սեղմակների լարման, ստատորի հոսանքի և θ անկյան տատանումները համապատասխանաբար կլինեն

$\Delta U_{\text{մ}} = 0,286$ կՎ կամ $4,8\%$, $\Delta I = 2,1$ կԱ կամ 220% , $\Delta \theta = 53,5^\circ$ և

$\Delta U_{\text{մ դեմք}} = 0,256$ կՎ կամ $4,3\%$, $\Delta I_{\text{դեմք}} = 1,4$ կԱ կամ 150% , $\Delta \theta_{\text{դեմք}} = 41^\circ$:

Համեմատելով ստացված արդյունքները՝ տեսնում ենք, որ միևնույն արտաքին մեխանիկական մոմենտի դեպքում դեմաֆերային փաթույթներով ՍՄ –ի սեղմակների լարման, ստատորի հոսանքի և θ անկյան տատանումներն ավելի փոքր են, քան այդ նույն մեծությունների տատանումներն առանց դեմաֆերային փաթույթների ՍՄ –ի մոտ: Այսպիսով, դեմաֆերային փաթույթների առկայությունը ոչ միայն արագացնում է ՍՄ –ի թողարկումը, այլ նաև նվազեցնում է վերը նշված մեծությունների տատանումները և նպաստում դրանց արագ մարմանը:

Այսպիսով, փոփոխական արտաքին մեխանիկական մոմենտով աշխատող ՍՄ –ն և ԱՄ –ն անընդհատ գտնվում են անցումային պրոցեսում՝ ցանցի հանգույցներում և ճյուղերում ստեղծելով լարման և հոսանքի մոդուլների անցանկալի տատանումներ: Էլեկտրաէներգիայի որակի գնահատման համար անհրաժեշտ է ցանցի ռեժիմի հաշվարկային մոդելում ընդգրկել ՍՄ–ի և ԱՄ–ի էլեկտրամագնիսական և էլեկտրամեխանիկական անցումային պրոցեսները նկարագրող հավասարումներ և հաշվարկը կատարել համալիր մոդելով:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Горев А.А.** Переходные процессы синхронной машины. – Л.: Наука, 1985. – 502с.
2. **Ковач К.П., Рац, И.** Переходные процессы в машинах переменного тока. – М., 1963. – 744с.
3. **Важнов А.И.** Переходные процессы в машинах переменного тока. – Л.: Энергия, 1980. – 256с.
4. **Копылов И.П.** Математическое моделирование электрических машин: Учеб. для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2001. – 327с.

«Էներգետիկայի ԳՀԻ» ՓԲԸ: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 13.04.2010.

В.С. САФАРЯН, Г.Г. ГАЛСТЯН

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА СИНХРОННОЙ
МАШИНЫ В НАТУРАЛЬНОМ ВИДЕ**

Рассмотрена математическая модель переходного процесса синхронной машины в натуральном виде. Приведены результаты экспериментирования математической модели синхронной машины в натуральном виде при изменении внешнего механического момента.

Ключевые слова: переходный процесс, математическая модель, синхронная машина, статор, ротор, электромагнитный момент, демпферная обмотка.

V.S. SAFARYAN, G.H. GALSTYAN

**MATHEMATICAL MODEL OF TRANSIENT PROCESS OF THE SYNCHRONOUS
MACHINE IN A NATURAL KIND**

The mathematical model of synchronous machine transient process in a natural form is introduced. The results of experimenting the mathematical model of the synchronous machine at variable external mechanical torque are given.

Keywords: transient process, mathematical model, synchronous machine, stator, rotor, electromagnetic torque, damper winding.