ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2009. Т. LXII, № 2.

УДК 681.5.015 АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Т.А. НАЛЧАДЖЯН, А.С. ГАЛЕЧЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИИ МНОГОМЕРНОГО ВЕРОЯТНОСТНОГО ПАРАМЕТРА УПРАВЛЕНИЯ

Формулируется класс многомерных задач управления с вероятностными параметрами управления. Рассматривается задача вариации дисперсии с учетом технико-экономических показателей систем. Получены условия, при которых задача оптимизации дисперсии имеет реальный смысл. Решен частный пример.

Ключевые слова: дисперсия, оптимальное управление, функция распределения, эффективность, вариация.

В [1] дана классификация моделей эффективности метода “оптимума номинала” [2] по числу варьируемых моментов распределения параметров управления. В настоящее время изучены задачи с вариацией математического ожидания. Остальные модели, представляющие интерес, изучены недостаточно. Из указанных в [1] типов моделей особый интерес представляют те, в которых предлагается достичь оптимальной эффективности вариацией дисперсии параметра управления.

Этот класс моделей представляется интегралом

$$I(\overline{\sigma}) = \int_G C(\overline{x}) \cdot f(\overline{x}, \overline{\sigma}) d\overline{x}\,, \tag{1}$$

где I - эффективность исследуемой системы; $C(\overline{x})$ - многомерная функция цены, характеризующая технико-экономические показатели исследуемого процесса; $\overline{\sigma}(\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n)$ - многомерный вектор среднеквадратического отклонения плотности распределения $f(\overline{x})$ n - мерного вектора управления $\overline{x}(x_1, x_2, ..., x_n)$; G - n - мерная область допустимых управлений.

В каждом конкретном сочетании функций $C(\overline{x})$ и $f(\overline{x})$ могут выявляться скрытые возможности исследуемых процессов и без значительных затрат и капиталовложений достигаться повышение эффективности их функционирования.

Рассмотрим случай, где параметры управление независимы и подчинены экспоненциальному закону [3]:

$$f(\overline{x}, \overline{\sigma}) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \sigma_i) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i} \cdot e^{-\frac{x_i}{\sigma_i}}\,,$$

а функция $C(\overline{x})$ имеет дискретную форму:

$$C(\overline{x}) = \begin{cases} c_0, & \text{если } a_i \le x_i \le b_i, \\ 0, & \text{если } x < a_i \text{ или } x > b_i, \end{cases} \qquad i = \overline{1,n}.$$

Функция эффективности (1) приобретает вид

$$I(\overline{\sigma}) = c_0 \cdot \prod_{i=1}^{n} \int_{a_i}^{b_i} \frac{1}{\sigma_i} \cdot e^{-\frac{x_i}{\sigma_i}} dx_i .$$

Оптимальный вектор $\overline{\sigma}$ определяется решением следующей системы уравнений $\frac{\partial I(\overline{\sigma})}{\partial \sigma_i} = 0$, $i = \overline{1,n}$, которая равносильна системе

$$a_i \cdot e^{-\frac{a_i}{\sigma_i}} - b_i \cdot e^{-\frac{b_i}{\sigma_i}} = 0, \ i = \overline{1,n}.$$

Отсюда следует

$$\sigma_i^* = \frac{b_i - a_i}{\ln(\frac{b_i}{a_i})}, \quad i = \overline{1,n},$$

что влечет $I(\overline{\sigma^*}) = \max\limits_{\overline{\sigma}} I(\overline{\sigma})$.

Пусть $n = 2$, $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $b_1 = 2$, $b_2 = 4$. Оптимальные значения среднеквадратических отклонений и эффективности будут

$$\sigma_1^* = \frac{1}{\ln 2} = 1{,}442695, \quad \sigma_2^* = \frac{3}{\ln 4} = 2{,}164043, \quad I(\overline{\sigma^*}) = 0{,}118117.$$

Выводы. Обычно обширный класс задач решается с целью минимизации дисперсии. Показано, что существует специальный класс задач, в которых возможно достижение максимальной эффективности не минимизацией дисперсии, а выбором ее оптимального значения, что в частном случаей эквивалентно выбору оптимальной точности управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Налчаджян Т.А.** Моделирование и оптимизация эффективности вероятностных технологических процессов обогащения руд цветных металлов: Дис. … докт. техн. наук.-М., 1984. - 437с.
2. **Горелова Г.В.,** Здор В.В., Свечарник Д.В. Метод оптимума номинала и его применение. - М.: Энергия,1970. - 200с.
3. **Гмурман В.Е.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике Изд. 3- е. - М.: Высш. шк., 1979. - 400с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 14.02.2009.

Թ.Ա. ՆԱԼՉԱՋՅԱՆ, Հ.Ս. ՂԱԼԵՉՅԱՆ

ՀԱՎԱՆԱԿԱՆԱՅԻՆ ԲՆՈՒՅԹ ՈՒՆԵՑՈՂ ԲԱԶՄԱՉԱՓ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՊԱՐԱՄԵՏՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ԴԻՍՊԵՐՍԻԱՅԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Քննարկվում է հավանականային բնույթ ունեցող բազմաչափ կառավարման պարամետրի դիսպերսիայի օպտիմալ արժեքի գնահատման խնդիրների դասը: Դիտարկվում է դիսպերսիայի փոփոխման հնարավորությունը՝ հետազոտվող հավանականային համակարգերի տեխնիկատնտեսական ցուցանիշների հաշվառումով: Ստացված են այն պայմանները, որոնց դեպքում օպտիմալ դիսպերսիայի խնդիրն իմաստալից է: Լուծված է մասնավոր օրինակ:

Առանցքային բառեր. դիսպերսիա, օպտիմալ կառավարում, բաշխման ֆունկցիա, արդյունավետություն, վարիացիա:

T. A. NALCHAJYAN, H. S. GHALECHYAN

OPTIMAL DISPERSION DEFINING MODEL OF THE PROBABILISTIC MULTIDIMENSIONAL CONTROL PARAMETER

The class of control problems with probabilistic multidimensional control parameter is discussed. The problem of dispersion variation that considers the technical and economic indicators of the probabilistic systems under investigation has been considered. The conditions at which the problem of dispersion optimization having a real seanse are obtained. A private example is solved.

Keywords: dispersion , optimal control, distribution function, efficiency, variation.