

Հ.Ա. ԳՈՄՅՅԱՆ, Լ.Դ. ՀՈՒՄԻԿՅԱՆ

**ԲԶԶԱՅԻՆ ԿԱՊԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԴԵՏԵՐՄԻՆԱՏԱԿԱՆ ԵՎ
ՀԱՎԱՆԱԿԱՆԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐԺԵՔՈՒԹՅԱՆ
ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ**

Մշակված մաթեմատիկական մոդելի օգնությամբ մոդելավորվում է բջջային կապի համակարգի (ԲԿՀ) կառուցվածքային հիերարխիայում կապուղիների քանակի ֆունկցիոնալ կախումը բաժանորդների քանակից: Կատարվում է ԲԿՀ-երի դետերմինիստական և հավանականային մոդելների համարժեքության վերլուծություն: Վերլուծվում են յուրաքանչյուր որոշման ազդեցության հետևանքները համակարգի բնութագրերի վրա, ինչը հնարավորություն է տալիս նախագծման նախնական փուլում կայացնել հիմնավորված որոշումներ:

Առանցքային բառեր. մոդել, կապուղի, հիերարխիա, պահանջարկի ֆունկցիա, բաշխման խտություն, հավանականություն:

Համակարգի դետերմինիստական մոդելի վերլուծությունը. Դետերմինիստական մոդելում, որպես հիմնական առնչություն, օգտագործվում է կապուղիների քանակի կախվածությունը տարրերի քանակից $m(N)$ [1]: Կապվածության դետերմինիստական մոդելը իրական համակարգի նկարագրման ամենակոպիտ մոտավորությունն է: Ինչպես ցույց են տալիս համակարգի վիճակագրական ուսումնասիրությունները, ընդհանուր դեպքում նույն N քանակությամբ տարրերի կապուղիներն իրարից տարբերվում են [2]: Դա նշանակում է, որ կախվածությունը ճիշտ է միայն m -ի միջինացված արժեքների համար: Սակայն դետերմինիստական մոդելն աչքի է ընկնում իր պարզությամբ և ավելի մեծ թվով գործնական խնդիրների ընդգրկումով:

Վերլուծության համար ամբողջ համակարգը տրոհենք որոշակի կառուցվածքային մակարդակների կամ տարածքային գոյակցությունների: Համակարգի առանձին մասեր գտնվում են հիերարխիկ ենթակայության մեջ [3,4]:

Առաջին մոտավորությամբ ԲԿՀ-ը տրոհենք հետևյալ ենթամակարդակների.

1. համակարգի զրոյական մակարդակի տարրեր՝ բաժանորդներ (բջջային հեռախոսներ),

2. համակարգի բջջային տարածքներ (բջիջներ), որոնք կարող են սպասարկել առավելագույնը $N_{բջ}$ քանակությամբ բաժանորդների,

3. համակարգի բջջային տարածքները սպասարկող բազային կայաններ, որոնք սպասարկում են $N_{բտ}$ քանակությամբ բջջային տարածքների:

Նշված ենթահամակարգերի գրաֆիկական մոդելները բերված են նկ.1-ում:

Մեկ բջջային տարածքում կապուղիների առավելագույն թիվը տեսականորեն ընդունենք $m_{բջ}$, որը կարող է սպասարկել այդ տարածքի $N_{բջ}$ քանակով բաժանորդներ:

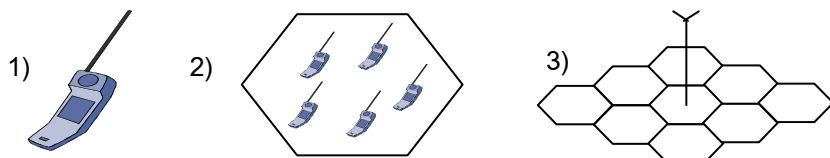
րի: Մեկ բազային կայանի կապուղիների առավելագույն քանակը $m_{բկ}$ է, որը սպասարկում է $N_{բտ}$ քանակությամբ բջջային տարածքների:

Կապուղիների m_i քանակը, կախված բջջային տարածքների տարբեր կառուցվածքային մակարդակների միավորների քանակից, միջինում բնութագրվում է հետևյալ ֆունկցիայով [3-5]՝

$$m_i = m_{i-1} N_{i-1}^{\alpha}, \quad (1)$$

որտեղ m_i -ն i -րդ հիերարխիկ մակարդակում կապուղիների միջին քանակն է, m_{i-1} -ն՝ $(i-1)$ -րդ հիերարխիկ մակարդակի տարբեր կապուղիների միջին քանակը, N_{i-1} -ն՝ տվյալ $i-1$ հիերարխիկ մակարդակում գտնվող տարբեր քանակը, որոնք տեղաբաշխված են i -րդ մակարդակում, α -ն՝ գործակից, որի արժեքը գտնվում է $0,3...0,8$ միջակայքում [1]:

Տարբեր ասելով հասկանում ենք կամ բաժանորդներ (բջջային հեռախոսներ), կամ բջջային տարածքներ (բջիջներ), կամ բազային կայաններ՝ կախված այն բանից, թե որ տարածքային կառուցվածքային միավորն ենք դիտարկում:



Նկ.1. Բջջային կապի համակարգի տարածական մոդելը

Այժմ ուսումնասիրենք և վերլուծենք ցանկացած տարածքային կառուցվածքային միավորի կապուղիների քանակի և բջջային բաժանորդների քանակի լավագույն հարաբերակցությունը:

Նկ. 2-ում պատկերված է մեկ բջջային տարածքում կապուղիների m քանակի կախումը նրա ազդեցության դաշտում գտնվող բաժանորդների N քանակից: Այս կախվածությունը ստացվել է վիճակագրական տվյալների մշակման արդյունքում [1]:

Ուսումնասիրվող համակարգի (m, N) դաշտում ընտրվել է որևէ աշխատանքային A կետ, որն ունի (m, N) կոորդինատները, որտեղ m -ը ցույց է տալիս համակարգում կապուղիների պահանջվող քանակը, իսկ N -ը՝ տվյալ բջջային տարածքում գտնվող բաժանորդների (բջջային հեռախոսների) քանակը [5]:

Հնարավոր են A կետի և $m(N)$ կորի փոխադարձ դասավորման երեք դեպք.

1. Երբ A կետը գտնվում է $m(N)$ կորից ներքև՝ $A(N_{1բջ}, m_1)$ (նկ.2): Դա նշանակում է, որ մեր բջջային տարածքում կան $N_{1բջ}$ քանակությամբ բաժանորդներ, որոնք ուզում են կապի մեջ մտնել, բայց բջջային տարածքում կապուղիների առավելագույն քանակը հավասար է m_1 -ի, այսինքն՝ բջջային տարածքը կարող է սպասարկել միայն $N_{2բջ}$ քանակի բաժանորդների (ըստ կապուղիների պահանջարկի

$m(N)$ ֆունկցիայի): Իսկ բջջային տարածքում $(N_{1p2} - N_{2p2})$ քանակի բաժանորդներ չեն կարող սպասարկվել, քանի որ կապուղիները չեն բավարարում: Իրականում մեր բջջային տարածքը կարող է սպասարկել միայն N_{2p2} քանակով բաժանորդների:

Այժմ գնահատենք համակարգի բնութագրերը.

Բջջային տարածքների քանակը համակարգում՝

$$N_{բս} = \frac{N_0}{N_{2p2}} = \frac{N_0}{\left(\frac{m_1}{m_{p2}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}, \quad (2)$$

որտեղ m_{p2} -ն մեկ բջջային հեռախոսի զբաղեցրած կապուղիների միջին քանակն է,

N_0 -ն՝ այն բոլոր բաժանորդների քանակը, որը սպասարկում է ԲԿՀ-ը [3,4]:

Մեկ բջջային տարածքում կապը չիրականացրած բաժանորդների քանակը՝

$$\Delta N_{p2} = (N_{1p2} - N_{2p2}) = \left[N_{1p2} - \left(\frac{m_1}{m_{p2}}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \right]: \quad (3)$$

Մեկ բազային կայանի ազդեցության դաշտում կապը չիրականացրած բաժանորդների քանակը՝

$$\Delta N = \Delta N_{p2} \cdot N_{բս} = (N_{1p2} - N_{2p2}) N_{բս} = \left[N_{1p2} - \left(\frac{m_1}{m_{p2}}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \right] \cdot \frac{N_0}{\left(\frac{m_1}{m_{p2}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}: \quad (4)$$

Օգտագործված կապուղիների քանակը համակարգում՝

$$M = m_1 \cdot N_{բս} = m_1 \cdot \frac{N_0}{N_{2p2}} = m_1 \cdot \frac{N_0}{\left(\frac{m_1}{m_{p2}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}: \quad (5)$$

Համակարգի բջջային կապի բաժանորդների օգտագործելիության գործակիցը՝

$$k = \frac{N_0}{N_{1p2} N_{բս}} = \frac{N_0}{N_{1p2} \cdot \frac{N_0}{N_{2p2}}} = \frac{N_{2p2}}{N_{1p2}} = \frac{\left(\frac{m_1}{m_{p2}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}{N_{1p2}}: \quad (6)$$

2. Երբ A կետը գտնվում է $m(N)$ կորից վերև $A(N_{2բջ}, m_2)$ (նկ.2): Այս դեպքում ընտրված է բջջային տարածքի կապուղիների բավականին մեծ քանակ և լրիվ բավարարում է այդ բջիջում գտնվող $N_{2բջ}$ բաժանորդներին: Սակայն այս դեպքում չեն օգտագործվում $(m_2 - m_1)$ քանակի կապուղիները, քանի որ $N_{2բջ}$ քանակությամբ բաժանորդներին անհրաժեշտ է m_1 քանակի կապուղի, ըստ կապուղիների պահանջարկի ֆունկցիայի:

Համակարգում բջջային տարածքների քանակը որոշվում է (2) բանաձևով:

Համակարգում չօգտագործված կապուղիների ընդհանուր քանակը՝

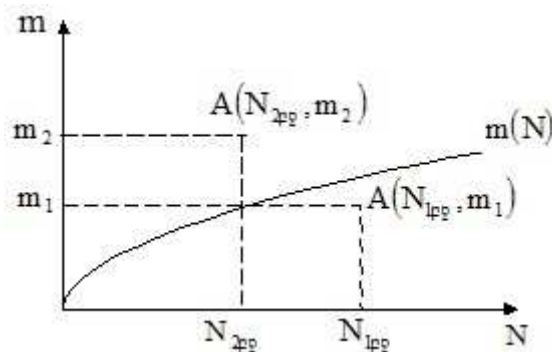
$$\Delta M = (m_2 - m_1) \cdot N_{բս.} = (m_2 - m_1) \cdot \frac{N_0}{N_{2բջ}} = (m_2 - m_0 N_{բջ}^{\alpha}) \cdot \frac{N_0}{N_{2բջ}}, \quad (7)$$

որտեղ $m_1 = m_0 N_{բջ}^{\alpha}$ -ը մեկ բջջում կապուղիների քանակն է:

Համակարգում օգտագործված կապուղիների քանակը՝

$$M_0 = m_1 \cdot N_{բս.} = m_1 \cdot \frac{N_0}{N_{2բջ}}: \quad (8)$$

Այս դեպքում համակարգի բջջային բաժանորդների օգտագործելիության գործակիցը տեսականորեն հավասար կլինի մեկի, այսինքն՝ ցանկացած բաժանորդ ժամանակի ցանկացած պահին կարող է կապն իրականացնել: Թերությունը՝ համակարգում չի օգտագործվում $(m_2 - m_1)$ քանակությամբ կապուղի:



Նկ. 2. Մեկ բջջային տարածքում կապուղիների m քանակի կախումը նրա ագրեցության դաշտում գտնվող բջջային բաժանորդների N քանակից

3. Երբ A կետը գտնվում է $m(N)$ կորի վրա: Այս դեպքում բջջային տարածքի կապուղիների քանակը բավարար է, և բջջային բաժանորդների կապերը լրիվ իրագործվում են:

Նկարագրված վերլուծությունից կարելի է եզրակացնել, որ (m, N) դաշտում պարամետրերն ընտրելիս A կետը պետք է միշտ վերցնել կապուղային պահանջարկի ֆունկցիայի կորի վրա: Կապուղիների թողունակության ավելորդ մեծացումը

հանգեցնում է համակարգի սարքավորումների քանակի ավելորդ մեծացմանը և համակարգի թանկացմանը, իսկ անբավարարությունը՝ նրան, որ բջջային տարածքների մի մասը հնարավոր չի լինում սպասարկել, քանի որ կապուղիները չեն բավարարում բաժանորդների միջև կապ իրականացնելու համար: Այդ դեպքում միննույն բաժանորդային համակարգն իրագործելու համար անհրաժեշտ են ավելի շատ թվով բջջային տարածքներ և բազային կայաններ, որը հանգեցնում է ԲԿՀ-ի նախագծման աշխատանքների մեծացմանը և թանկացմանը [6]:

Սովորաբար համակարգը նկարագրվում է ոչ թե մեկ, այլ մի քանի $m(N)$ կորերով և, կախված այն բանից, թե A կետն ինչ դիրք ունի այդ կորերի նկատմամբ, վերլուծության ժամանակ օգտագործվում է համապատասխան մոտեցում:

Համակարգի հավանականային մոդելի վերլուծությունը. ԲԿՀ-ի կամայական մակարդակում կապուղիների թիվն ընդհանուր դեպքում ոչ թե որևէ թիվ է, այլ պատահական մեծություն, որը կարելի է ուսումնասիրել վիճակագրական տվյալների միջոցով:

Դրա համար անհրաժեշտ է ԲԿՀ-ի տարածական միավորի մոդելից ընտրել խմբեր, որոնք պարունակում են N_1 պատահական թվով տարրեր և որոշել դրանցից դուրս եկող պատահական թվով կապուղիների բաշխման ֆունկցիան կամ $f(m, N_1)$ խտությունը:

Քանի որ նույն փորձը կարելի է կատարել N -ի իրար շատ մոտ արժեքների համար, ապա համապատասխան բաշխման խտությունները կկազմեն մի մակերևույթ, որի հավասարումը կլինի՝ $f(m, N)$: Այդ մակերևույթի հատումը $m = m_1 = \text{const}$ հարթության հետ կլինի հաստատուն m_1 թվով կապուղիներ ունեցող խմբերում տարրերի պատահական թվի բաշխման խտությունը $f(N, m_1)$ (նկ.3):

Բաշխման խտությունների մաքսիմումների պրոյեկցիաների երկրաչափական տեղը m, N հարթության վրա կլինի կապուղիների միջին $\overline{m}$ մեծության կախումը N -ից (նկ. 3-ում՝ $\overline{m} = f(N)$ ֆունկցիան): Դետերմինիստական մոդելում դրան համապատասխանում է $m(N)$ կորը [4]:

Այսպիսով, տարրերի հավանականային կախվածության մաթեմատիկական մոդելը $f(m, N)$ մակերևույթն է:

Պահպանելով դետերմինացված մոտեցման նշանակումները, վերլուծենք բջջային տարրերի N' և կապուղիների քանակի m' ազդեցությունը համակարգի կառուցվածքային պարամետրերի վրա:

Նկ.4-ում ցույց են տրված $f(m, N)$ մակերևույթի հատույթները N' և m' անփոփոխ արժեքների դեպքում:

Ստացված $f(m, N')$ և $f(N, m')$ բաշխման կորերը պետք է բավարարեն նորմավորման պահանջը [7]՝

$$\int_0^{\infty} f(m, N') dm = \int_0^{\infty} f(N, m') dN = 1: \quad (9)$$

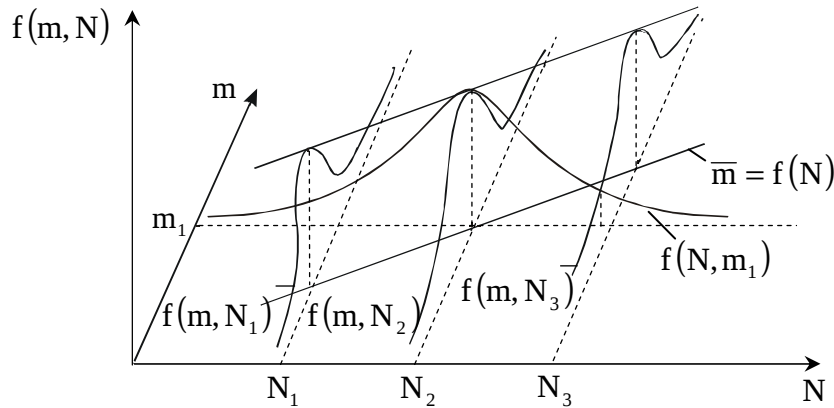
ԲԿՀ-ի տվյալ մակարդակում տարրերի ընդհանուր քանակը ներկայացնենք հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$N_0 = N_0 \int_0^{\infty} f(N, m') dN : \quad (10)$$

Եթե գրված արտահայտության աջ մասի ինտեգրալը տրոհենք երկու բաղադրիչների, կստանանք՝

$$N_0 = N_0 \int_0^{N'} f(N, m') dN + N_0 \int_{N'}^{\infty} f(N, m') dN : \quad (11)$$

(11)-րդ արտահայտության աջ մասի առաջին անդամն այն տարածքային կառուցվածքային միավորների քանակն է, որոնցում կապուղիներն ամբողջությամբ չեն օգտագործվում, իսկ երկրորդը՝ որոնցում կապուղիներն ամբողջությամբ օգտագործվել են:



Նկ. 3. $f(m, N)$ մակերևույթի հատույթները N_1, N_2, N_3 արժեքների դեպքում

Այսպիսով՝ բազային կայանների թիվը, որտեղ բոլոր կապուղիներն օգտագործվել են՝

$$Q_{\text{ոգ}} = \frac{N_0}{N'} \cdot \int_{N'}^{\infty} f(N, m') dN : \quad (12)$$

Այն բազային կայանների քանակը, որոնց կապուղիները լրիվ չեն օգտագործվել՝

$$Q_{\text{չոգ}} = \frac{N_{\text{չոգ}}}{N_0} , \quad (13)$$

որտեղ $N_{\text{չոգ}}$ -ը այն տարածքային կառուցվածքային միավորների քանակն է, որոնցում կապուղիները լրիվ չեն օգտագործվել, իսկ N_0 -ը տարրերի քանակի միջին արժեքն է այն տարածքային կառուցվածքային մակարդակում, որտեղ կապուղիները ամբողջությամբ չեն օգտագործվել:

$N_{\text{գ}}$ -ը որոշելու համար պետք է օգտվել $f(N, m')$ բաշխման խտության N' կետից ձախ գտնվող մասից (նկ. 4):

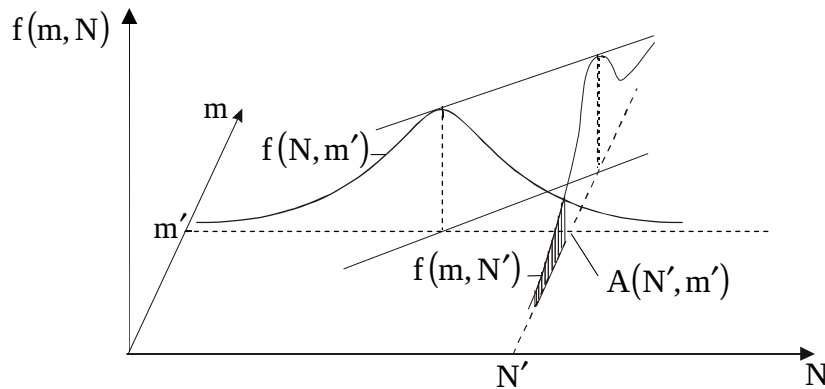
Այսպիսով, $N_{\text{գ}}$ -ի որոշումը հանգում է N պատահական մեծության միջինի որոշմանը $[0 \div N']$ միջակայքում՝ ըստ $f(N, m')$ բաշխման խտության:

$N_{\text{գ}}$ -ը կարելի է որոշել հետևյալ բանաձևով՝

$$N_{\text{գ}} = \frac{\int_0^{N'} N \cdot f(N, m') dN}{\int_0^{N'} f(N, m') dN}, \quad (14)$$

ինչը տեղադրելով (13) արտահայտության մեջ՝ կունենանք.

$$Q_{\text{չօգ}} = N_0 \cdot \left[\frac{\left[\int_0^{N'} f(N, m') dN \right]^2}{\int_0^{N'} N \cdot f(N, m') dN} \right]: \quad (15)$$



Նկ. 4. $f(m, N)$ մակերևույթի հատույթները N' և m' անփոփոխ արժեքների դեպքում

Այսպիսով, բազային կայանների ընդհանուր քանակը՝

$$Q = Q_{\text{օգ}} + Q_{\text{չօգ}},$$

$$Q = \frac{N_0}{N'} \int_{N'}^{\infty} f(N, m') dN + N_0 \frac{\left[\int_0^{N'} f(N, m') dN \right]^2}{\int_0^{N'} N \cdot f(N, m') dN} : \quad (16)$$

Համակարգի բաժանորդների օգտագործելիության գործակիցը՝

$$k_{\text{օգ}} = \frac{N_0}{N' \cdot Q} : \quad (17)$$

Համակարգում չօգտագործված տարածքային կառուցվածքային միավորների քանակը՝

$$\Delta N = Q_{\text{չօգ}} \cdot (N' - N_{\text{ս}}) : \quad (18)$$

Մեկ բջջային տարածքի միավորի օգտագործված կապուղիների միջին թիվը՝

$$m_{\text{ս}} = \frac{\int_0^{m'} m \cdot f(m, N') dm}{\int_0^{m'} f(m, N') dm} : \quad (19)$$

Համակարգում օգտագործված կապուղիների ընդհանուր քանակը՝

$$\begin{aligned} M_0 &= M_{\text{օգ}} + M_{\text{չօգ}} = Q_{\text{օգ}} m_{\text{ս}} + Q_{\text{չօգ}} m' = \\ &= \frac{\frac{N_0}{N'} \int_{N'}^{\infty} f(N, m') dN \cdot \int_0^{m'} m \cdot f(m, N') dm}{\int_0^{m'} f(m, N') dm} + N_0 m' \frac{\left[\int_0^{N'} f(N, m') dN \right]^2}{\int_0^{N'} N \cdot f(N, m') dN} : \quad (20) \end{aligned}$$

Կատարված վերլուծությունը թույլ է տալիս ԲԿՀ-ի նախագծման նախնական փուլում գնահատել համակարգի յուրաքանչյուր տարածքային կառուցվածքային մակարդակում կապուղիների քանակի և տվյալ տարածքային կառուցվածքային մակարդակի տարրերի միջև հարաբերակցությունը:

Մշակված մոդելի օգնությամբ ԲԿՀ-ի նախագծման վաղ փուլում կարելի է գնահատել և հիմնավորել կայացված որոշման հետևանքները:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Հոսիկյան Դ.Հ., Առուստամյան Վ.Ե., Ջաղինյան Կ.Ռ.** Բջջային հեռախոսային համակարգերի կապուղիների թողունակության մոդելավորումը // ՀՊՃՀ տարեկան գիտաժողովի նյութերի ժողովածու. - Երևան, 2001. - Հատոր 2. - Էջ 441-442:
2. **Ершов В.А., Ершова Э.Б., Гусев В.Н.** Методика расчета числа радиотехнических каналов в транкинговых сетях связи // Мобильные системы. -1997. - N2. - С.39-43.

3. **Հուսիկյան Լ.Դ., Հայրապետյան Ա.Ա.** Բջջային կապի կապուղիների մոդելավորումը // Տեղեկատվական տեխնոլոգիաներ: Միջազգային երիտասարդական գիտաժողովի նյութերի ժողովածու. - Երևան, 2005. - էջ 27-31:
4. **Гомця́н О.А., Усия́н Л.Д.** Моделирование структуры иерархии мобильных систем // Труды 8-й Международной научно-практической конференции “Современные информационные и электронные технологии”. - Одесса, Украина, 2007. - С. 248.
5. **Gomtsyan H.A., Husikyan L.D.** The analysis and estimation of the unused opportunities of channels of mobile telephone system// Proceedings of the 6th international conference “Computer Science and Information Technologies”. – Yerevan, 2007. - P.299-300.
6. **Васин В.А., Калмыков В.В., Себекин Ю.Н., Сенин А.И., Федоров И.Б.** Радиосистемы передачи информации. – М.: Горячая линия – Телеком, 2005. – 472с.
7. **Розанов Ю.А.** Случайные процессы. – М.: Наука, 1971. – 286с.

ՀՊՃՀ. Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 14.06.2008:

Օ.Ա. ГОМЦЯН, Л.Д. УСИКЯН

АНАЛИЗ АДЕКВАТНОСТИ ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКОЙ И ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛЕЙ СОТОВОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ

С помощью разработанной математической модели в структурной иерархии сотовой системы связи моделируется функциональная зависимость количества каналов от числа мобильных абонентов (телефонов). Проведен анализ адекватности детерминистической и вероятностной моделей системы. Анализируются последствия влияния каждого решения на характеристики системы, что позволяет осуществить обоснованные решения на предварительном этапе проектирования.

Ключевые слова: модель, канал, иерархия, функция потребления, плотность распределения, вероятность.

O.A. GOMTSYAN, L.D. HUSIKYAN

ANALYSIS OF DETERMINISTIC AND STOCHASTIC ADEQUACY MODELS OF THE CELLULAR COMMUNICATION SYSTEM

The functional dependence of the number of channels on the number of mobile users in the structural hierarchy of cellular communication system with the help of a developed mathematical model is simulated. The adequacy analysis of deterministic and stochastic system models is made. Consequences of each decision action on system characteristics that allows to carry out the proved decisions at a preliminary design stage are analyzed.

Keywords: model, channel, hierarchy, consumption function, density distribution function, probability.