

К.А. СОГОМОНЯН, В.В. ГЕВОРГЯН, К.А. ТУМАНЯН, Д.Н. МОВСИСЯН

АФФИННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОСКИХ ОБЪЕКТОВ  
СРЕДСТВАМИ AutoCAD

Для автоматизации процесса построения аффинных моделей плоских изображений в среде системы AutoCAD разработаны алгоритм и соответствующая LISP – программа. Программа может быть использована для моделирования и построения объектов биологического происхождения.

**Ключевые слова:** аффинная модель, биологические объекты, программирование, автоматизированная система, геометрическое моделирование.

Система AutoCAD предназначена в основном для создания и выпуска графической документации в электронном виде. Однако ее обновленные версии направлены на развитие возможностей графического моделирования объектов окружающего нас мира в его динамике, в частности, изменение форм во времени, а также различных закономерных и случайных факторов.

Целью настоящей работы является создание автоматизированной системы геометрического моделирования объектов биологического происхождения и разработка программ автоматизированного построения аффинно-эквивалентных плоских фигур произвольной формы, каковыми являются видимые контуры и различные сечения объектов, имеющих биологическое происхождение.

Построения и преобразования аффинных моделей средствами AutoCAD дают возможность их предварительного исследования, изменения, анализа вариантов и прогнозирования результатов на компьютерной модели, не подвергая риску биоформу, с последующим принятием окончательного решения. Например, изменяя взаимное расположение антропометрических точек А и С относительно точки В, можно просмотреть варианты ожидаемого изменения линии контура гнатической части лица в сагиттальной плоскости, полученной на профильной телерентгенограмме (ТРГ) (рис. 1).

Аффинное преобразование плоскости полностью определяется заданием моделей  $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$  трех точек  $A, B, C$ , не принадлежащих одной прямой, и выражается в декартовых координатах формулами [2]

$$\begin{aligned} \bar{x} &= (\xi_1 - \xi_0)x + (\xi_2 - \xi_0)y + \xi_0, \\ \bar{y} &= (\eta_1 - \eta_0)x + (\eta_2 - \eta_0)y + \eta_0, \end{aligned} \quad (1)$$

которые выражают координаты  $\begin{pmatrix} \bar{x}_i \\ \bar{y}_i \end{pmatrix}$  аффинно-соответствующих точек  $\bar{M}_i$ ,  
 через координаты  $\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$  исходных точек  $M_i$ .

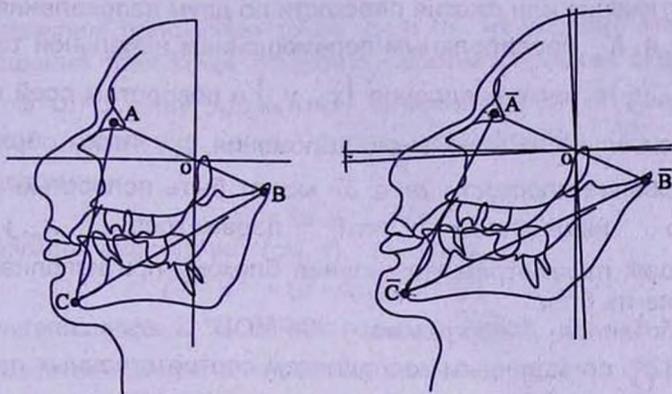


Рис. 1

Формулы (1) позволяют поточечно построить аффинную модель параметризованной геометрической фигуры, если известно ее уравнение и установлено аффинное соответствие между точечными полями  $\omega$  и  $\bar{\omega}$ , расположенными в одной плоскости. Однако для непараметризуемых фигур, таких как контуры или сечения большинства биоформ, этот метод неприменим, так как нуждается в дополнительных устройствах, таких как сканеры, дигитайзеры и др., а также в специальных программах преобразования файлов и формирования координат для ввода точек в системах UCS и WCS.

Идея метода заключается в использовании графической базы данных AutoCAD для построения аффинной модели произвольной фигуры как цельного образа в виде особого примитива "BLOCK" по его изображению без составления аналитических выражений, описывающих объект, но позволяющих преобразовать геометрическую форму и положение фигуры в пространстве моделирования, оставляя неизменными топологическую структуру фигуры и ее аффинные свойства: размерность, линейность, инцидентность и подобие. При этом функциями изменения внутренних и внешних параметров фигуры являются преобразования, на которые распадается общее аффинное преобразование:

$$A = PSH,$$

где  $P$  - перспективно-аффинное преобразование;  $S$  - движение;  $H$  - гомотетия.

При перспективно-аффинном преобразовании плоскостей всегда существуют соответствующие друг другу две пары взаимно перпендикулярных направлений, называемых главными направлениями. Из свойства конформ-

ности (неизменности величин углов) преобразований  $S$  и  $H$  следует, что в произвольном аффинном соответствии двух плоскостей также имеются две соответственные пары главных направлений [1].

Если направить ортогональные координатные оси  $X$  и  $Y$  по главным направлениям, то аффинное преобразование можно рассмотреть как операцию растяжения или сжатия плоскости по двум направлениям с коэффициентами  $K_x$  и  $K_y$ , параллельным перемещением начальной точки системы координат  $(x_0, y_0)$  в точку внедрения  $(x_p, y_p)$  и поворотом осей координат на угол  $\varphi_p$  относительно их начального положения  $\varphi_0$ . Таким образом, аффинное преобразование плоскости  $\omega$  в  $\bar{\omega}$  может быть полностью или частично осуществлено изменением пяти параметров;  $x_p, y_p, K_x, K_y, \varphi_p$ , соответствующих параметрам управления блоком при исполнении команды AutoCAD "Вставить блок".

Разработанная программа "AFMOD" вычисляет параметры  $x_p, y_p, K_x, K_y, \varphi_p$  по заданным координатам соответственных пар двух троек точек  $(A, B, C$  и  $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$  и использует их в качестве входных параметров команды "Вставить блок" в автоматическом режиме. Для выявления функций, вычисляющих параметры преобразования, рассмотрим их геометрические связи с параметрами исходных троек точек, задающих аффинное преобразование.

1. Установим систему координат  $XOY$  с началом в точке  $A$  и осью  $X$ , проходящей через произвольную точку  $E$ , взятую на отрезке  $BC$ . Тогда ось  $Y$  пройдет через некоторую точку  $F$  той же прямой  $BC$ , а положение точки  $F$  будет зависеть от положения точки  $E$ , иначе говоря, относительно точки  $B$  величина  $v$  является функцией от  $(u)$ :  $v = f(u)$  или  $f(u, v) = 0$ .

Найдем эту функцию из соотношений сторон прямоугольных треугольников  $ABM$  и  $EAF$ :

$$l^2 - a^2 = h^2 \quad \text{и} \quad h^2 = (a - u)(v - a).$$

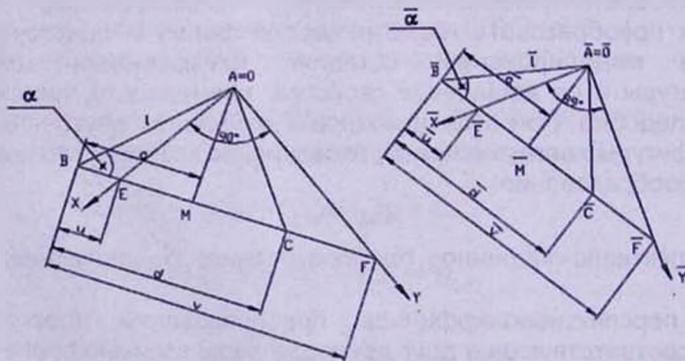


Рис. 2

Подставив  $h^2$ , получим искомую функцию:

$$l^2 - a^2 = (a-u)(v-a). \quad (2)$$

2. Возьмем три произвольные точки  $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ , которые находятся в аффинном соответствии с исходными точками  $A, B, C$ .

3. Определим положение точек  $\bar{E}$  и  $\bar{F}$  из условия инвариантности простого отношения трех точек аффинно - соответственных отрезков  $BC$  и  $\bar{B}\bar{C}$ . При этом отношение длин этих отрезков  $d$  и  $\bar{d}$  (рис.2) является коэффициентом искажения длин вдоль направления  $BC$ . Обозначим  $\bar{d}/d = k$ . Тогда имеем

$$\bar{u} = ku \text{ и } \bar{v} = kv.$$

4. Рассуждая аналогично (см. 1), получим

$$\bar{l}^2 - \bar{a}^2 = (\bar{a} - ku)(kv - \bar{a}). \quad (3)$$

5. Вычислим углы  $\alpha$  и  $\bar{\alpha}$  как разность углов  $\alpha = \varphi - \psi$  отрезков  $AB$  и  $BC$  относительно оси  $x$  мировой системы координат WCS. Аналогично имеем  $\bar{\alpha} = \bar{\varphi} - \bar{\psi}$  как разность углов отрезков  $\bar{A}\bar{B}$  и  $\bar{B}\bar{C}$  относительно той же системы координат WCS.

6. Определим отрезок  $a$  как проекцию отрезка  $l$  на  $BC$ :  $a = l \cos \alpha$  и аналогично:  $\bar{a} = \bar{l} \cos \bar{\alpha}$ .

7. Решив систему уравнений (2) и (3) относительно  $u$  и  $v$ , а также зная значение  $k$ , получим искомые точки  $F$  и  $\bar{F}$ , через которые проходят главные направления на плоскости-оригинале  $\omega$  и плоскости-модели  $\bar{\omega}$ .

8. Выразим полярные координаты точек  $E$  и  $F$  относительно точки  $B$  в формате команды POLAR Auto-LISP:  $E(\text{polar } B \ \varphi \ u)$ ,  $F(\text{polar } B \ \varphi \ v)$  и полярные координаты точек  $\bar{E}$  и  $\bar{F}$  относительно точки  $\bar{B}$ :  $\bar{E}(\text{polar } \bar{B} \ \bar{\varphi} \ \bar{u})$ ,  $\bar{F}(\text{polar } \bar{B} \ \bar{\varphi} \ \bar{v})$ .

9. Вычислим длины отрезков  $AE$  и  $AF$  из треугольников  $AEM$  и  $AMF$ :

$$AE = \sqrt{h^2 + (a-u)^2} \quad AF = \sqrt{h^2 + (v-a)^2}$$

и, соответственно, длины отрезков  $\bar{A}\bar{E}$  и  $\bar{A}\bar{F}$  из треугольников  $\bar{A}\bar{E}\bar{M}$  и  $\bar{A}\bar{M}\bar{F}$ :

$$\bar{A}\bar{E} = \sqrt{h^2 + (\bar{a} - \bar{u})^2} \quad \bar{A}\bar{F} = \sqrt{h^2 + (\bar{v} - \bar{a})^2}.$$

Тогда коэффициентами искажения вдоль осей  $ox$  и  $oy$  будут

$$\bar{A}\bar{E} / AE = K_x \quad \text{и} \quad \bar{A}\bar{F} / AF = K_y,$$

по которым и происходит ввод блока через команду "Insert block" AutoCAD с новыми параметрами.

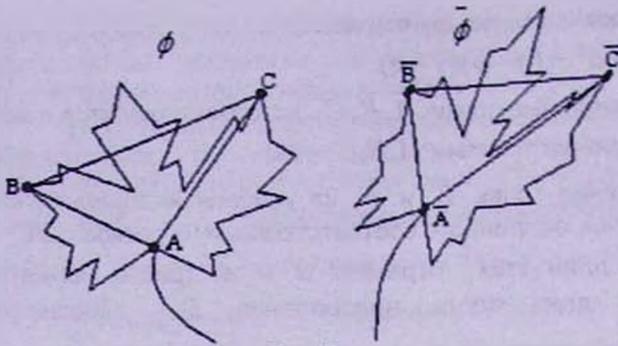


Рис. 3

10. Установим пользовательскую систему координат UCS по трем точкам  $A, E, F$  для плоскости  $\omega$  и, соответственно,  $\overline{UCS}$  по трем точкам  $\overline{A}, \overline{E}, \overline{F}$  для плоскости  $\overline{\omega}$ .

11. Исходная фигура преобразуется в блок с помощью команды AutoCAD "Make block" с

базовой точкой  $A$  и точкой ввода  $\overline{A}$ .

Программа разработана и записана на языке AutoLISP и имеет очень простую форму диалогового общения.

Для выполнения программы в среде AutoCAD нужно с командной строки или кнопкой с панели инструментов ввести команду "AFMOD", выбрать объект, ввести по порядку координаты точек  $A, A_1, B, B_1, C, C_1$  (или указать мышкой) и ввести имя объекта, как, например, "LISTOK" (рис. 3).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яглом И.М., Ашкиназе В.Г. Идеи и методы аффинной и проективной геометрии. - М.: Учпедгиз, 1962.
2. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия: - М.: Просвещение, 1969.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 04.06.2008.

### Կ.Ա. ՍՈՂՈՄՈՆՅԱՆ, Վ.Վ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Կ.Ա. ԹՈՒՄԱՆՅԱՆ, Դ.Ն. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ ՆԱԹԹ ՕԲՅԵԿՏՆԵՐԻ ԱՖԻՆԱԿԱՆ ՍՈՂԵԱՎՈՐՈՒՄԸ AutoCAD-Ի ՄԻՋՈՑԵՐՈՎ

Հարթ պատկերների աֆինական մոդելների կառուցման համար մշակված է ալգորիթմ և LISP-ծրագիր, որն իրականացվում է ավտոմատացված ռեժիմով AutoCAD ծրագրային փաթեթի միջավայրում: Ծրագիրը կիրառելի է կենսաբանական օբյեկտների դինամիկական փոփոխությունների հետազոտման և կառուցման գործընթացում:

**Առանցքային բառեր.** աֆինական մոդել, կենսաբանական օբյեկտներ, ծրագրավորում, ավտոմատացված համակարգ, երկրաչափական մոդելավորում:

### K.A. SOGHOMONYAN, V.V. GEVORGYAN, K.A. TOUMANYAN, D.N. MOVSISYAN FLAT OBJECTS AFINMODELLING WITHIN THE FRAME OF AUTOCAD

An algorithm and Autolisp program for the construction of flat object afinmodels are developed. It is fulfilled in automatic regime within the frame of AutoCAD program. It is applicable in the process of management and survey of dynamic changes of biological object.

**Keywords:** afinmodels, biological object, programming, CAD, geometrical modelling.