

Ս.Հ. ՄԻՄՈՆՅԱՆ, Ա.Գ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Դ.Ա. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

**ԱՄՐԱԿԱՅՎԱԾ ԵԶՐԱՅԻՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՎ ԳԾԱՅԻՆ
ԱՐԱԳԱԳՈՐԾՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ
ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՏԻՐՈՅԹՈՒՄ**

Դիտարկվում են ամրակայված եզրային պայմաններով գծային արագագործության խնդիրները, որոնց լուծման համար որպես հիմնական մաթեմատիկական ապարատ են ծառայում Գ.Ե. Պոլխովի դիֆերենցիալ ձևափոխությունները: Ցույց են տրվում առաջարկված մոտեցման առավելությունները մի շարք հայտնի մեթոդների նկատմամբ:

Առանցքային բառեր. գծային արագագործություն, ամրակայված եզրային պայմաններ, բազմակետ եզրային խնդիրներ, դիֆերենցիալ ձևափոխություններ:

Դիտարկենք գծային արագագործության հետևյալ խնդիրը [1-4].

- որակի չափանիշը՝

$$I = \int_0^T 1 dt = T \rightarrow \min_{u(t)}, \quad (1)$$

- շարժման հավասարումները՝

$$\dot{X}(t) = AX(t) + bu(t), \quad (2)$$

- ամրակայված եզրային պայմանները՝

$$X(0) = \text{fix}, X(T) = \text{fix}, \quad (3)$$

- կառավարող ազդեցության վրա դրված սահմանափակումը՝

$$|u(t)| \leq 1, \quad (4)$$

որտեղ $X(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T$ -ն վիճակի փոփոխականների n չափանիշի վեկտորն է; $A = (a_{ij})$; $i, j = \overline{1, n}$ - ն՝ համակարգի հաստատուն տարրերից բաղկացած մատրիցը; $b = (b_1, \dots, b_n)^T$ -ն՝ $u(t)$ սկալյար կառավարող ազդեցության հաստատուն տարրերով վեկտոր-սյունը, T -ն՝ անցման ժամանակը:

Նախ ենթադրենք, որ համակարգը լրիվ կառավարելի է, և A մատրիցի բոլոր սեփական արժեքներն իրական բացասական են կամ զրոյական:

Մաթեմատիկական ապարատը

(1)-(4) խնդրի լուծումն իրականացնենք հետևյալ փուլերի կատարմամբ.

Փուլ 1

Լուծենք (2)-(3) եզրային խնդիրը: (2)-ը դիֆերենցիալ ձևափոխությունների տիրույթում [5] կունենա հետևյալ տեսքը.

$$X(K+1) = \frac{H}{K+1} \left(\sum_{p=0}^K [A(p) \cdot X(K-p) + b(p) \cdot U(K-p)] \right), K=0,1,\dots, \quad (5)$$

որտեղ $X(K) = (X_1(K), \dots, X_n(K))^T$ -ն վիճակի փոփոխականների պատկերների վեկտորն է; $A(P)$ -ն՝ A մատրիցի P -րդ մատրիցային դիսկրետը, $b(P)$ -ն՝ b սյան P -րդ վեկտորային դիսկրետը, K -ն՝ դիսկրետի համարը; H -ը՝ մասշտաբային գործակիցը [2]:

Հաշվի առնելով, որ $A(P=0) \equiv A$, $A(P \geq 1) = [0]$, ինչպես նաև $b(P=0) \equiv b$, $b(P \geq 1) = (0)$, կունենանք.

$$X(K+1) = \frac{H}{K+1} (A \cdot X(K) + b \cdot U(K)), K=0,1,\dots: \quad (6)$$

Մյուս կողմից՝ հայտնի է [1, 3, 4], որ այս դասի խնդիրների համար տեղի ունի Ֆելդբաումի հանրահայտ թեորեմը, որի համաձայն օպտիմալ կառավարումը կտոր առ կտոր հաստատուն նշանափոխ ֆունկցիա է, ընդ որում փոխանջատումների քանակը չի կարող գերազանցել $(n-1)$ -ը, այսինքն՝ յուրաքանչյուր ենթամիջակայքի վրա ունենք հաստատուն $u_i, i \in \overline{1, n}$ կառավարող ազդանշան: Ուստի կարող ենք ընդունել, որ

$$u_i = \begin{cases} +1 \\ \text{կամ} \\ -1 \end{cases} = U_i(0), U(K \geq 1) \equiv 0, i = \overline{1, n}, : \text{Վերջնականապես կունենանք.}$$

$$X(K+1) = \frac{H}{K+1} (AX(K) + bU(K)B(K)), K=0,1,\dots \quad (7)$$

կամ

$$X(K+1) = H^{K+1} \cdot [B_{K+1} \cdot X(0) + C_{K+1}(U(0))], K=0,1,\dots, \quad (8)$$

որտեղ $B_K, K=0,1,\dots$ պատկերներ-մատրիցները և $C_K(U(0)), K=0,1,\dots$ պատկերներ-վեկտորները որոշվում են հետևյալ անդրադարձ առնչությունների միջոցով.

$$B_{K+1} = \frac{1}{K+1} A \cdot B_K, K=0,1,\dots, \quad (9)$$

$$C_{K+1}(U(0)) = \frac{1}{K+1} (A \cdot C_K(U(0)) + bU(K)B(K)), K=0,1,\dots,$$

որտեղ $B_0 = E_{n \times n}$ -ն n չափանի միավոր մատրից է, $C_0 = (0)_{n \times 1}$ -ն՝ n չափանի զրոյական վեկտոր-սյուն:

Ըստ դիֆերենցիալ-թեյլորյան ձևափոխությունների $X(t)$ բնօրինակը կվերականգնվի հետևյալ կերպ.

$$\begin{aligned} X(t) &= X(0) + X(1)(t-t_v) + X(2)(t-t_v)^2 + \dots + X(K)(t-t_v)^K = \\ &= X(0) + (B_1 X(0) + C_1)(t-t_v) + (B_2 X(0) + C_2)(t-t_v)^2 + \dots + (B_K X(0) + C_K)(t-t_v)^K, \end{aligned} \quad (10)$$

$$T \rightarrow \min_{t_1, t_2, T, v_1, v_2, v_3, z_1, z_2, z_3},$$

$$\begin{cases} \Psi_{11}(t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, T, v_1, v_2, \dots, v_n) - x_1(T) = 0, \\ \Psi_{12}(t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, T, v_1, v_2, \dots, v_n) - x_2(T) = 0, \\ \vdots \\ \Psi_{1n}(t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, T, v_1, v_2, \dots, v_n) - x_n(T) = 0; \end{cases} \quad (16 \text{ ա})$$

$$\begin{cases} \Psi_{21}(t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, T, z_1, z_2, \dots, z_n) - x_1(T) = 0, \\ \Psi_{22}(t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, T, z_1, z_2, \dots, z_n) - x_2(T) = 0, \\ \vdots \\ \Psi_{2n}(t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, T, z_1, z_2, \dots, z_n) - x_n(T) = 0; \end{cases} \quad (16 \text{ բ})$$

Լուծելով ստացված խնդիրը՝ կստանանք V և Z լրացուցիչ փոփոխականների վեկտորների, նվազագույն T ժամանակի և փոխանջատման $t_i, i = \overline{1, n-1}$ պահերի արժեքները, որից հետո էլ՝ կառավարող ազդեցությունների արժեքները: Կոշու հավասարման ինտեգրումից հետո էլ, հաշվի առնելով յուրաքանչյուր ենթախնդրի եզրային պայմանները, կստանանք վիճակի փոփոխականների ժամանակային կախվածությունները:

Օրինակ: Դիտարկենք գծային արագագործության հետևյալ խնդիրը [1,8].

$$T \rightarrow \min_{u(t)},$$

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2(t) \\ x_3(t) \\ u(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t); \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1(0) = 2, \quad x_1(T) = 0, \\ x_2(0) = 0, \quad x_2(T) = 0, \\ x_3(0) = 0; \quad x_3(T) = 0; \end{cases}$$

$$|u(t)| \leq 1:$$

Առանց հաշվարկների մանրամասների մեջ խորանալու՝ ներկայացնենք համապատասխան արդյունքները: Ունենք՝

$$A(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A(K \geq 1) = [0]; \quad b(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b(K \geq 1) = (0);$$

$$B_1 = A(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \frac{1}{2}(A(0)B_1 + A(1)) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{\geq 3} = [0];$$

$$C_1 = b(0)U(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ U(0) \end{pmatrix}, \quad C_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ U(0) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} U(0) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_{\geq 4} = (0);$$

Փուլ 1

Ենթախնդիր 1

Ունենք՝

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) = u_1(t); \\ x_1(0) = 2, \quad x_1(t_1) = x_{11}, \\ x_2(0) = 0, \quad x_2(t_1) = x_{12}, \\ x_3(0) = 0, \quad x_3(t_1) = x_{13}; \end{cases}$$

$$X(0)_0 = \begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X(t_1) = \begin{pmatrix} x_1(t_1) \\ x_2(t_1) \\ x_3(t_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \end{pmatrix}:$$

Ուստի՝

$$X(t) = X(0)_0 + (B_1 X(0)_0 + C_1)t + (B_2 X(0)_0 + C_2)t^2 + (B_3 X(0)_0 + C_3)t^3 + \dots,$$

որտեղից $t = t_1$ դեպքում՝

$$X(t_1) = X(0)_0 + (B_1 X(0)_0 + C_1)t_1 + (B_2 X(0)_0 + C_2)t_1^2 + (B_3 X(0)_0 + C_3)t_1^3 + \dots = (x_{11}, x_{12}, x_{13})^T, \text{ կամ } t_1$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u_1 \end{pmatrix} \right] t_1 + \frac{1}{2} \left[\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ u_1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] t_1^2 + \frac{1}{6} \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} t_1^3 = X(t_1) = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \end{pmatrix} :$$

Վերջինից՝

$$\begin{cases} 2 + \frac{1}{6} u_1 t_1^3 = x_{11}, \\ \frac{1}{2} u_1 t_1^2 = x_{12}, \\ u_1 t_1 = x_{13} : \end{cases}$$

Ենթախնդիր 2

Ունենք՝

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) = u_2(t); \end{cases}$$

$$X(0)_1 = X(t_1) = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \end{pmatrix}, \quad X(t_2) = \begin{pmatrix} x_1(t_2) \\ x_2(t_2) \\ x_3(t_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{pmatrix} :$$

Ուստի՝

$$X(t) = X(0)_1 + (B_1 X(0)_1 + C_1)(t - t_1) + (B_2 X(0)_1 + C_2)(t - t_1)^2 + \\ + (B_3 X(0)_1 + C_3)(t - t_1)^3 + \dots,$$

որտեղից $t = t_2$ դեպքում՝

$$X(t_2) = X(0)_1 + (B_1 X(0)_1 + C_1)(t_2 - t_1) + (B_2 X(0)_1 + C_2)(t_2 - t_1)^2 + \\ + (B_3 X(0)_1 + C_3)(t_2 - t_1)^3 + \dots = (x_{21}, x_{22}, x_{23})^T,$$

կամ էլ՝

$$\begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u_2 \end{pmatrix} \right] (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ u_2 \\ 0 \end{pmatrix} \right] (t_2 - t_1)^2 +$$

$$+ \frac{1}{6} \begin{pmatrix} u_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (t_2 - t_1)^3 = X(t_2) = \begin{pmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{pmatrix} :$$

Վերջինից՝

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12}(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}x_{13}(t_2 - t_1)^2 + \frac{1}{6}u_2(t_2 - t_1)^3 = x_{21}, \\ x_{12} + x_{13}(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}u_2(t_2 - t_1)^2 = x_{22}, \\ x_{13} + u_2(t_2 - t_1) = x_{23} : \end{cases}$$

Ենթախնդիր 3

Ունենք՝

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) = u_3(t); \end{cases}$$

$$X(0)_2 = X(t_2) = \begin{pmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{pmatrix}, \quad X(T) = \begin{pmatrix} x_1(T) \\ x_2(T) \\ x_3(T) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} :$$

Ուստի՝

$$X(t) = X(0)_2 + (B_1 X(0)_2 + C_1)(t - t_2) + (B_2 X(0)_2 + C_2)(t - t_2)^2 +$$

$$+ (B_3 X(0)_2 + C_3)(t - t_2)^3 + \dots,$$

որտեղից $t = T$ դեպքում՝

$$X(T) = X(0)_2 + (B_1 X(0)_2 + C_1)(T - t_2) + (B_2 X(0)_2 + C_2)(T - t_2)^2 +$$

$$+ (B_3 X(0)_2 + C_3)(T - t_2)^3 + \dots = (0, 0, 0)^T,$$

կամ էլ՝

$$\begin{pmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u_3 \end{pmatrix} (T - t_2) + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ u_3 \\ 0 \end{pmatrix} (T - t_2)^2 + \frac{1}{6} \begin{pmatrix} u_3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (T - t_2)^3 = X(T) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} :$$

Ոչ գծային ծրագրավորման խնդիրն ստանում է հետևյալ տեսքը.

$$T \rightarrow \min_{x_{21}, x_{22}, x_{23}, t_2, T, u_3} ;$$

$$\begin{cases} x_{21} + x_{22}(T - t_2) + \frac{1}{2}x_{23}(T - t_2)^2 + \frac{1}{6}u_3(T - t_2)^3 = 0, \\ x_{22} + x_{23}(T - t_2) + \frac{1}{2}u_3(T - t_2)^2 = 0, \\ x_{23} + u_3(T - t_2) = 0 : \end{cases}$$

Հաշվի առնելով նախորդ ենթախնդիրներում ստացված արժեք-կախվածությունները, վերջնականապես ոչ գծային ծրագրավորման $2n = 6$ հատ փոփոխականներով խնդիրը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$T \rightarrow \min_{t_1, t_2, T, u_1, u_2, u_3} ;$$

$$\begin{cases} 2 + \frac{1}{6}u_1t_1^3 + \frac{1}{2}u_1t_1^2(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}u_1t_1(t_2 - t_1)^2 + \frac{1}{6}u_2(t_2 - t_1)^3 + (\frac{1}{2}u_1t_1^2 + u_1t_1(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}u_2(t_2 - t_1)^2)(T - t_2) + (\frac{1}{2}u_1t_1 + \frac{1}{2}u_2(t_2 - t_1))(T - t_2)^2 + \frac{1}{6}u_3(T - t_2)^3 = 0, \\ \frac{1}{2}u_1t_1^2 + u_1t_1(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}u_2(t_2 - t_1)^2 + (u_1t_1 + u_2(t_2 - t_1))(T - t_2) + \frac{1}{2}u_3(T - t_2)^2 = 0, \\ u_1t_1 + u_2(t_2 - t_1) + u_3(T - t_2) = 0 : \end{cases}$$

Փուլ 2.

Լրացուցիչ փոփոխականների V և Z վեկտորների ներմուծումից հետո ստացված խնդիրն ունի այսպիսի տեսք.

$$T \rightarrow \min_{t_1, t_2, T, v_1, v_2, v_3, z_1, z_2, z_3} ;$$

$$\left\{ \begin{aligned}
& 2 + \frac{1}{6}(1 - v_1^2)t_1^3 + \frac{1}{2}(1 - v_1^2)t_1^2(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}(1 - v_1^2)t_1(t_2 - t_1)^2 + \\
& + \frac{1}{6}(1 - v_2^2)(t_2 - t_1)^3 + \left(\frac{1}{2}(1 - v_1^2)t_1^2 + (1 - v_1^2)t_1(t_2 - t_1) + \right. \\
& + \left. \frac{1}{2}(1 - v_2^2)(t_2 - t_1)^2 \right)(T - t_2) + \left(\frac{1}{2}(1 - v_1^2)t_1 + \frac{1}{2}(1 - v_2^2)(t_2 - t_1) \right)(T - t_2)^2 + \\
& + \frac{1}{6}(1 - 6v_3^2)(T - t_2)^3 = 0, \\
& \frac{1}{2}(1 - v_1^2)t_1^2 + (1 - v_1^2)t_1(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}(1 - v_2^2)(t_2 - t_1)^2 + ((1 - v_1^2)t_1 + \\
& + (1 - v_2^2)(t_2 - t_1))(T - t_2) + \frac{1}{2}(1 - v_3^2)(T - t_2)^2 = 0, \\
& (1 - v_1^2)t_1 + (1 - v_2^2)(t_2 - t_1) + (1 - v_3^2)(T - t_2) = 0; \\
& 2 + \frac{1}{6}(-1 + z_1^2)t_1^3 + \frac{1}{2}(-1 + z_1^2)t_1^2(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}(-1 + z_1^2)t_1(t_2 - t_1)^2 + \\
& + \frac{1}{6}(-1 + z_2^2)(t_2 - t_1)^3 + \left(\frac{1}{2}(-1 + z_1^2)t_1^2 + (-1 + z_1^2)t_1(t_2 - t_1) + \right. \\
& + \left. \frac{1}{6}(-1 + z_2^2)(t_2 - t_1)^2 \right)(T - t_2) + \left(\frac{1}{2}(-1 + z_1^2)t_1 + \right. \\
& + \left. \frac{1}{2}(-1 + z_2^2)(t_2 - t_1) \right)(T - t_2)^2 + \frac{1}{6}(-1 + z_3^2)(T - t_2)^3 = 0, \\
& \frac{1}{2}(-1 + z_1^2)t_1^2 + (-1 + z_1^2)t_1(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}(-1 + z_2^2)(t_2 - t_1)^2 + \\
& + ((-1 + z_1^2)t_1 + (-1 + z_2^2)(t_2 - t_1))(T - t_2) + \frac{1}{2}(-1 + z_3^2)(T - t_2)^2 = 0, \\
& (-1 + z_1^2)t_1 + (-1 + z_2^2)(t_2 - t_1) + (-1 + z_3^2)(T - t_2) = 0 :
\end{aligned} \right.$$

Ստացված ոչ գծային ծրագրավորման խնդիրը Լագրանժի եղանակով լուծելիս իրականացվել են համապատասխան ոչ գծային հավասարումների համակարգի (15 հավասարում՝ 15 անհայտով) լուծման բազմատարբերակային փորձարկումներ [9]-ում ներկայացված եղանակով, որոնցից 8-ի արդյունքները բերված են աղյ. 1 -ում, որտեղ N-ը՝ փորձարկման համարն է, k_i , $i = \overline{1,6}$ - երբ Լագրանժի անորոշ բազմապատկիչներն են, իսկ 0 և * նշանները մատնանշում են համապատասխան փոփոխականների ընտրված նախնական և լուծման արդյունքում ստացված վերջնական մոտավորությունների արժեքները: Լուծումները

փնտրվել են $\rho = \max_i |\varepsilon_i| \leq 10^{-3}$ ճշտությամբ, որտեղ ε_i -ն, $i = \overline{1,15} - i$ - րդ հավասարման անհամաձայնությունն է:

Աղյուսակ 1

N	T^0 T^*	t_1^0 t_1^*	t_2^0 t_2^*	v_1^0 v_1^*	v_2^0 v_2^*	v_3^0 v_3^*	z_1^0 z_1^*	z_2^0 z_2^*	z_3^0 z_3^*
1	4 4	1 1	3 3	2 1,4142	0 0	2 1,4142	0 0	2 1,4142	1 0
2	2,7789 4	0,3926 1	1,8306 3	1,4153 1,4142	0 0	0,7975 1,4142	0 0	0,983 1,4142	0 0
3	-4 4	-1 1	-3 3	1,4142 1,4142	0 0	1,4142 1,4142	0 0	1,4142 1,4142	0 0
4	1 3,9995	1 1	3 2,9998	1,4142 1,4142	0 0	1,4142 1,4142	0 0	1,4142 1,4142	0 0
5	0 3,9999	1 1	3 3	1,4142 1,4142	0 0	1,4142 1,4142	0 0	1,4142 1,4142	0 0
6	4 4	10 1	3 3	1,4142 1,4142	0 0	1,4142 1,4142	0 0	1,4142 1,4142	0 0
7	10 4	2 1	3 3	1,4142 1,4142	0 0	2 1,4142	0 0	1,4142 1,4142	0 0
8	8 4,0001	2 0,9999	3 3,0002	5 1,4143	0 0	2 1,4143	0 0	1 1,4141	0 0

Աղյուսակ 1-ի շարունակությունը

N	k_1^0 k_1^*	k_2^0 k_2^*	k_3^0 k_3^*	k_4^0 k_4^*	k_5^0 k_5^*	k_6^0 k_6^*	Իս, քանակ
1	1 0,2222	12 -0,4444	5 0,1852	2 0,4444	3 -0,8889	4 0,8148	8
2	0,1553 0,2222	-0,282 -0,4444	0,1323 0,1852	0,3079 0,4444	-0,5988 -0,8889	0,5662 0,8148	14
3	1 0,2223	2 -0,4445	5 0,1852	2 0,4444	3 -0,8889	4 0,8148	216
4	1 0,2218	2 -0,4434	5 0,1844	2 0,4452	3 -0,8904	4 0,8162	98
5	1 0,2224	2 -0,4449	5 0,1854	2 0,4444	3 -0,8886	4 0,8144	121
6	1 0,2222	2 -0,4444	5 0,1852	2 0,4444	3 -0,8889	4 0,8148	16
7	1 0,2218	0 -0,4435	2 0,1848	1 0,4446	3 -0,8893	5 0,8153	225
8	1 0,2223	0 -0,4445	1 0,1852	1 0,4446	2 -0,8892	5 0,815	1398

Ըստ ստացված արդյունքների ակնհայտ է, որ միակ լուծումը՝

$$T = 4, t_1 = 1, t_2 = 3,$$

$$v_1 = 1.4142, v_2 = 0, v_3 = 1.4142,$$

$$z_1 = 0, z_2 = 1.4142, z_3 = 0,$$

որից հետո էլ հեշտ է որոշել յուրաքանչյուր ենթամիջակայքի վրա կառավարող ազդեցությունը.

$$u_1 = 1 - v_1^2 = 1 - 1.4142^2 = -1,$$

$$u_2 = 1 - v_2^2 = 1 - 0^2 = 1,$$

$$u_3 = 1 - v_3^2 = 1 - 1.4142^2 = -1:$$

Ունենալով յուրաքանչյուր ենթամիջակայքի u_i , $i = \overline{1, n}$ կառավարող ազդեցությունները, հաշվի առնելով ստացված նվազագույն $T = 4$ արժեքը, փոխանջատման $t_1 = 1, t_2 = 3$ պահերը և յուրաքանչյուր ենթախնդրի եզրային պայմաններից որոշվող ինտեգրման հաստատունների արժեքները՝ կունենանք աղյ.2-ը:

Աղյուսակ 2

	$t \in [0, t_1] = [0, 1]$	$t \in [t_1, t_2] = [1, 3]$	$t \in [t_2, T] = [3, 4]$
$x_1(t)$	$2 - \frac{1}{6}t^3$	$\frac{1}{6}t^3 - t^2 + t + \frac{10}{6}$	$-\frac{1}{6}t^3 + 2t^2 - 8t + \frac{64}{6}$
$x_2(t)$	$-\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{2}t^2 - 2t + 1$	$-\frac{1}{2}t^2 + 4t - 8$
$x_3(t)$	$-t$	$t - 2$	$-t + 4$

Գերսևանովի փոխանջատիչների [5] միջոցով վիճակի փոփոխականների և կառավարող ազդեցության համար կունենանք հետևյալ անալիտիկ առնչությունները՝

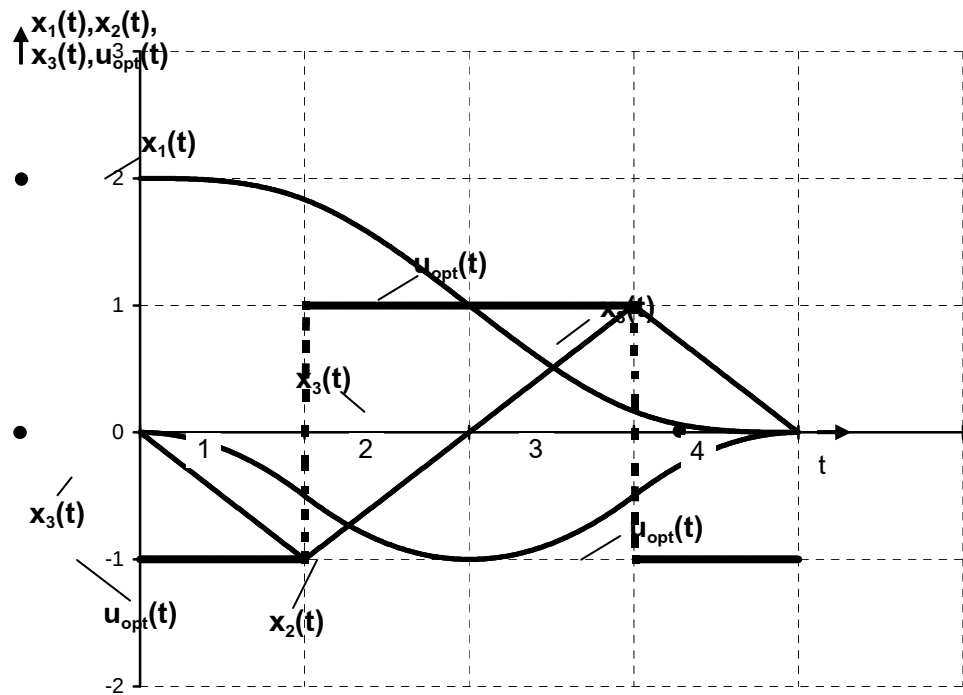
$$x_1(t) = \gamma_0^1 \left(2 - \frac{1}{6}t^3 \right) + \gamma_1^3 \left(\frac{1}{6}t^3 - t^2 + t + \frac{10}{6} \right) + \gamma_3^4 \left(-\frac{1}{6}t^3 + 2t^2 - 8t + \frac{64}{6} \right),$$

$$x_2(t) = \gamma_0^1 \left(-\frac{1}{2}t^2 \right) + \gamma_1^3 \left(\frac{1}{2}t^2 - 2t + 1 \right) + \gamma_3^4 \left(-\frac{1}{2}t^2 + 4t - 8 \right),$$

$$x_3(t) = \gamma_0^1 (-t) + \gamma_1^3 (t - 2) + \gamma_3^4 (-t + 4);$$

$$u_{\text{opt}}(t) = \gamma_0^1 (-1) + \gamma_1^3 (1) + \gamma_3^4 (-1):$$

Վիճակի փոփոխականների և կառավարող ազդեցության ժամանակային կախվածությունները ներկայացված են նկ. - ում:



Նկ. Վիճակի փոփոխականների և կառավարող ազդեցության
ժամանակային կախվածությունները

Ընդհանրացում: Այսպիսով առաջարկված մոտեցման դեպքում, ի տարբերություն [1-4, 8]-ի, անհրաժեշտություն չկա որոշել.

- 1) A մատրիցի սեփական թվերը, սեփական վեկտորները և հիմնարար մատրիցը,
- 2) $u_{opt}(t)$ կառավարող ազդեցության նշանները նրա հաստատունության առանձին միջակայքերի վրա,
- 3) $u_{opt}(t)$ -ի ստացումն ապահովող համալուծ փոփոխականների սկզբնական արժեքների ոչ զրոյական վեկտորի բաղադրիչները,
- 4) լրացուցիչ անհրաժեշտ թվով որոշիչային հավասարումները [1]:

Այս և մի շարք ուրիշ հանգամանքներով պայմանավորված են առաջարկված մոտեցման սկզբունքային առավելությունները այլ մոտեցումների նկատմամբ:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. Միսնյան Ս.Հ. Օպտիմալ կառավարման կիրառական տեսություն. - Երևան, 2005.- 180 էջ:
2. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления.- М.: Мир, 1972.-554 с.
3. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. - М.: Наука, 1983. - 392 с.
4. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. - М.: Наука, 1966. - 623 с.
5. Пухов Г.Е. Дифференциальные спектры и модели. - Киев: Наукова думка, 1990. - 184с.
6. Միսնյան Ս.Հ., Ավետիսյան Ա.Գ., Ղազարյան Դ.Ա. Գծային բազմակետ եզրային խնդիրների լուծման մեթոդ՝ հիմնված դիֆերենցիալ-դիրիխլեյան ձևափոխությունների վրա // ՀՀԱ Լրաբեր. - 2007. - Հ.4, N 2. - էջ 253-257:
7. Симонян С.О., Аветисян А.Г. Прямой метод решения линейных многоточечных краевых задач // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. -2002. -Т. LV, N 1. - С.95-103.
8. Симонян С.О. Основы синтеза специализированных вычислителей динамических задач нелинейного программирования: Автореф. дис. ...д.т.н. - Ереван, 1993. - 47 с.
9. Simonyan S.H., Avetissyan A.G. Jordanian Reduction of Finite Systems of the Effective Method of their Solution //The Problems of the Efficiency Improvements of the Control Systems of Technological Processes / Armenian National Committee of Automatic Control. - Yerevan, 1992. - Vol. 3.-P. 11.

ՀՊՃՀ. Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 14.12.2007.

С.О. СИМОНЯН, А.Г. АВЕТИСЯН, Д.А. КАЗАРЯН

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ЗАКРЕПЛЕННЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ В ОБЛАСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Рассматриваются линейные задачи быстрогодействия с закрепленными краевыми условиями, для решения которых основным математическим аппаратом служат дифференциальные преобразования Г.Е. Пухова. Показываются достоинства предложенного подхода по сравнению с рядом известных методов.

Ключевые слова: линейные задачи быстрогодействия, закрепленные краевые условия, многоточечные краевые задачи, дифференциальные преобразования.

S.H. SIMONYAN, A.G. AVETISYAN, D.A. GHAZARYAN

SOLUTION OF LINEAR SPEED PROBLEMS WITH FIXED BOUNDARY CONDITIONS IN THE DOMAIN OF DIFFERENTIAL TRANSFORMATIONS

Linear speed problems with fixed boundary conditions for the solution of which Pukhov's differential transformations serve as a main mathematical apparatus are considered. The merits of the proposed approach with respect to a number of known methods are shown.

Keywords: linear speed problems, fixed boundary conditions, multipoint boundary value problem, differential transformations.