

В.С. ХАЧАТРЯН, Н.П. БАДАЛЯН, М.Г. ТАМРАЗЯН, К.В. ХАЧАТРЯН,
М.А. МНАЦАКАНЯН, С.Э. ГРИГОРЯН, А.Г. ГУЛЯН, С.А. АПРОЯН

УЧЕТ КОМПЛЕКСНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТРАНСФОРМАЦИИ ТРАНСФОРМАТОРОВ ПРИ ПОСТРОЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Предлагается метод построения матриц обобщенных пассивных параметров с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов, используемых при построении математических моделей установившихся и других режимов электроэнергетических систем.

Ключевые слова: параметр, трансформатор, матрица, система, коэффициент, режим, уравнение, модель, функция, схема.

Современная сложная электроэнергетическая система (ЭЭС) состоит из участков электрических сетей с разными номинальными напряжениями, которые связаны между собой повышающими и понижающими трансформаторами или автотрансформаторами.

При построении математической модели установившегося режима ЭЭС в большинстве случаев необходимо учесть наличие трансформаторов, которые в общем случае характеризуются комплексными коэффициентами трансформации [1-18].

В работах [1, 2, 7, 8] достаточно подробно говорится о необходимости учета комплексных коэффициентов трансформации при решении режимных вопросов ЭЭС. Однако ничего не отмечается о том, как представить расчетную схему трансформатора и как ее учесть при построении матриц обобщенных параметров с учетом комплексных коэффициентов трансформации.

Рассматривается схема замещения ЭЭС, между узлами которых функционирует трансформатор с комплексными коэффициентами трансформации. Выделяя ветвь $i - j$, в которой функционирует трансформатор с комплексным коэффициентом трансформации, соответствующую схему можно представить в виде, показанном на рис. 1.

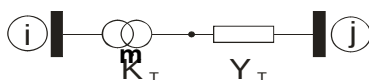


Рис. 1. Ветвь с идеальным трансформатором

На рис. 1 показана ветвь, которая находится между узлами i и j и состоит из двух последовательно соединенных ветвей: ветвь с идеальным трансформатором с комплексным коэффициентом трансформации $\dot{K}_T$ и ветвь с комплексной проводимостью Y_T .

Первичной обмоткой трансформатора считается та, которая расположена со стороны начала ветви.

Задача заключается в следующем: построить такую схему, которая может рассматриваться как эквивалентная ветвь, заменяющая ветви с трансформатором, при котором при задании численных значений комплексных коэффициентов трансформации она превращается в обыкновенную ветвь, и относительно нее можно поступить как с обыкновенной ветвью. Сначала рассмотрим ветвь, приведенную на рис. 1.

Как было сказано, данная ветвь состоит из последовательно соединенных участков im и mj . Первый участок (im) можно рассматривать как ветвь с идеальным трансформатором, и матрица постоянных коэффициентов формы $[A]$ имеет вид

$$[A_1] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\dot{K}_T} & 0 \\ 0 & \dot{K}_T \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Второй участок (mj) рассматривается как одноэлементная ветвь, и соответствующая матрица постоянных коэффициентов имеет вид

$$[A_2] = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{Y} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Матрица постоянных коэффициентов формы $[A]$ для схемы рис. 1 определяется как результат каскадного соединения двух участков (im) и (mj), при котором можем написать

$$[A_3] = [A_1] \cdot [A_2] \quad (3)$$

или

$$[A_3] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\dot{K}_T} & \frac{1}{\dot{K}_T Y} \\ 0 & \dot{K}_T \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Представим схему замещения рис. 1 в виде эквивалентной Π – образной схемы (рис. 2). Матрица постоянных коэффициентов формы $[A]$ Π – образного четырехполюсника определяется в виде

$$[A_\Pi^1] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Y_{ac}}{Y_{bc}} & \frac{1}{Y_{bc}} \\ Y_{ab} + Y_{ac} + \frac{Y_{ab} Y_{ac}}{Y_{bc}} & 1 + \frac{Y_{ab}}{Y_{bc}} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Теперь необходимо установить выражения для ветвей Π – образного четырехполюсника, т.е. выражения для Y_{bc} , Y_{ac} и Y_{ab} (рис. 2).

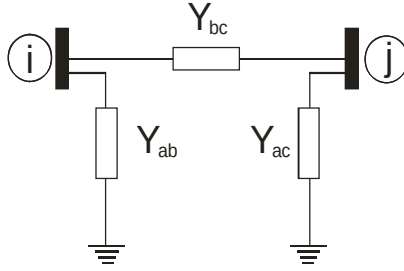


Рис. 2. Π – образный четырехполюсник

Для установления выражения вышеотмеченных параметров воспользуемся условием

$$[A_3] = [A_n] \quad (6)$$

или

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\dot{K}_T} & \frac{1}{\dot{K}_T Y} \\ 0 & \dot{K}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Y_{ac}}{Y_{bc}} & \frac{1}{Y_{bc}} \\ Y_{ab} + Y_{ac} + \frac{Y_{ab} Y_{ac}}{Y_{bc}} & 1 + \frac{Y_{ab}}{Y_{bc}} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

На основании (7) можем установить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{\dot{K}_T} = 1 + \frac{Y_{ac}}{Y_{bc}}, & \frac{1}{\dot{K}_T Y} = \frac{1}{Y_{bc}}, \\ 0 = Y_{ab} + Y_{ac} + \frac{Y_{ab} Y_{ac}}{Y_{bc}}, & \dot{K}_T = 1 + \frac{Y_{ab}}{Y_{bc}}. \end{cases} \quad (8)$$

Из второго уравнения системы (8) непосредственно можно установить выражения для искомой Y_{bc} :

$$Y_{bc} = \dot{K}_T Y. \quad (9)$$

Из первого уравнения системы (8) можно установить выражение для искомой Y_{ac} , в данном случае:

$$Y_{ac} = (1 - \dot{K}_T) Y. \quad (10)$$

Пользуясь третьим уравнением системы (8), устанавливаем выражение для Y_{ab} :

$$Y_{ab} = \dot{K}_T (\dot{K}_T - 1) Y. \quad (11)$$

Поскольку установлены выражения для Y_{bc} , Y_{ab} и Y_{ac} без использования последнего уравнения системы (8), то это означает, что из полученной системы (8) независимыми являются три уравнения.

В результате Π – образный четырехполюсник, приведенный на рис. 2, примет вид, представленный на рис. 3.

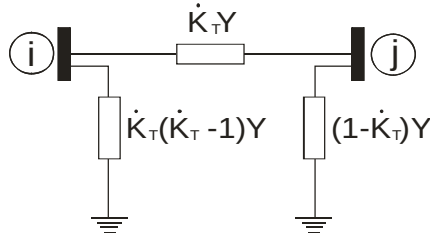


Рис. 3. Эквивалентная ветвь, заменяющая ветвь с трансформатором

Такая схема впервые предложена в [3]. На основании полученной эквивалентной ветви нетрудно установить выражения собственных и взаимных проводимостей узлов i и j .

Теперь рассмотрим ветвь с трансформатором, приведенную на рис. 4

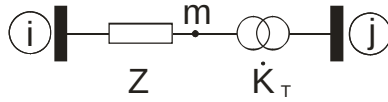


Рис. 4. Ветвь с идеальным трансформатором

Рассматривая участок im как одноэлементную ветвь, коэффициент уравнения формы $[A]$ будет иметь вид

$$[A_4] = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{Y} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Для второго участка, т.е. для ветви с идеальным трансформатором, можем написать

$$[A_5] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\dot{K}_T} & 0 \\ 0 & \dot{K}_T \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Результирующий $[A_6]$ определяется в виде

$$[A_6] = [A_4] \cdot [A_5] \quad (14)$$

или

$$[A_6] = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{Y} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\dot{K}_T} & 0 \\ 0 & \dot{K}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\dot{K}_T} & \frac{\dot{K}_T}{Y} \\ 0 & \dot{K}_T \end{bmatrix}. \quad (15)$$

В результате можем написать

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\dot{K}_T} & \frac{\dot{K}_T}{Y} \\ 0 & \dot{K}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Y_{ac}}{Y_{bc}} & \frac{1}{Y_{bc}} \\ Y_{ab} + Y_{ac} + \frac{Y_{ab}Y_{ac}}{Y_{bc}} & 1 + \frac{Y_{ab}}{Y_{bc}} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Приравнявая соответствующие элементы, получим следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{\dot{K}_T} = 1 + \frac{Y_{ac}}{Y_{bc}}, & \frac{\dot{K}_T}{Y} = \frac{1}{Y_{bc}}, \\ 0 = Y_{ab} + Y_{ac} + \frac{Y_{ab}Y_{ac}}{Y_{bc}}, & \dot{K}_T = 1 + \frac{Y_{ab}}{Y_{bc}}. \end{cases} \quad (17)$$

Из второго уравнения полученной системы (17) можем написать

$$Y_{bc} = \frac{Y}{\dot{K}_T}. \quad (18)$$

Из первого уравнения системы (17) получим

$$Y_{ac} = \frac{Y}{\dot{K}_T} \left(\frac{1 - \dot{K}_T}{\dot{K}_T} \right). \quad (19)$$

На основании третьего уравнения из системы (17) устанавливаем

$$Y_{ab} = Y \left(\frac{\dot{K}_T - 1}{\dot{K}_T} \right). \quad (20)$$

В результате получаем искомые выражения параметров схемы, приведенной на рис. 5.

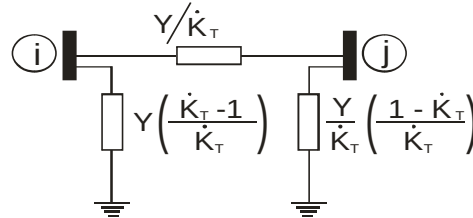


Рис. 5. Эквивалентная ветвь, заменяющая ветвь с трансформатором

Представим эквивалентную ветвь в виде рис. 6.

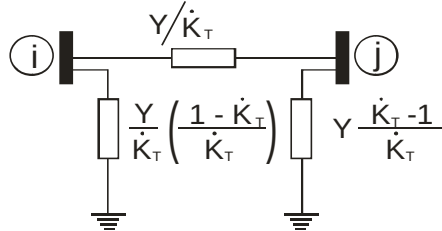


Рис. 6. Эквивалентная ветвь, заменяющая ветвь с трансформатором с комплексным коэффициентом трансформации

Такая схема впервые была предложена в [5] и вытекает из метода, предложенного в [3].

Действительно, для схемы рис. 3 принято соотношение $1:K_T$. Если принять соотношение $K_T:1$, то можем написать

$$\dot{K}_T Y \Rightarrow Y : \dot{K}_T, \quad (21)$$

$$\frac{Y}{\dot{K}_T} \left(\frac{1 - \dot{K}_T}{\dot{K}_T} \right) \Rightarrow \dot{K}_T (\dot{K}_T - 1) Y, \quad (22)$$

$$Y \left(\frac{\dot{K}_T - 1}{\dot{K}_T} \right) \Rightarrow (1 - \dot{K}_T) Y \quad (23)$$

Или

$$Y : \dot{K}_T \Rightarrow \dot{K}_T Y, \quad (24)$$

$$\dot{K}_T (\dot{K}_T - 1) Y \Rightarrow \frac{Y}{\dot{K}_T} \left(\frac{1 - \dot{K}_T}{\dot{K}_T} \right), \quad (25)$$

$$(1 - \dot{K}_T) Y \Rightarrow Y \left(\frac{\dot{K}_T - 1}{\dot{K}_T} \right). \quad (26)$$

Можно заметить, что из схемы, приведенной на рис. 3, мы с небольшим трудом перешли к схеме, приведенной на рис. 6. Схема рис. 3 применяется при построении Y матрицы обобщенных параметров. Следует отметить, что в приведенной схеме на рис. 6 рассмотрен случай, когда коэффициенты трансформации трансформатора являются комплексными.

Однако в частном случае можно принять $\dot{K}_T = K$, когда эквивалентная ветвь, приведенная на рис. 6, будет представлена в виде рис. 7.

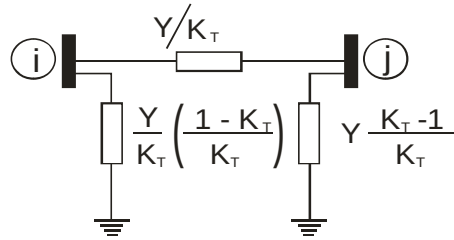


Рис. 7. Эквивалентная ветвь, заменяющая ветвь с трансформатором с действительным коэффициентом трансформации

При этом схема, приведенная на рис. 7, представляется также в виде рис. 8.

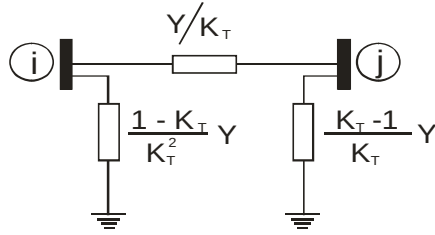


Рис. 8. П – образный четырехполюсник

При построении Z матрицы обобщенных параметров целесообразно ветви эквивалентного П – образного четырехполюсника представить через Z сопротивления идеального трансформатора.

В этом случае эквивалентирующие матрицы можно представить в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{K}_T & \dot{K}_T Z \\ 0 & \dot{K}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_{bc}}{Z_{ac}} & Z_{bc} \\ \frac{1}{Z_{ab}} + \frac{1}{Z_{ac}} + \frac{Z_{bc}}{Z_{ab} Z_{ac}} & 1 + \frac{Z_{bc}}{Z_{ab}} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

При этом система эквивалентирующих уравнений представляется в виде

$$\begin{cases} \dot{K}_T = 1 + \frac{Z_{bc}}{Z_{ac}}, & \dot{K}_T Z = Z_{bc}; \\ 0 = \frac{1}{Z_{ab}} + \frac{1}{Z_{ac}} + \frac{Z_{bc}}{Z_{ab} Z_{ac}}, & \frac{1}{\dot{K}_T} = 1 + \frac{Z_{bc}}{Z_{ab}}. \end{cases} \quad (28)$$

Из (2) непосредственно устанавливаем

$$Z_{bc} = \dot{K}_T Z. \quad (29)$$

Из (1) можно установить

$$Z_{ab} = \frac{\dot{K}_T^2}{1 - \dot{K}_T} Z. \quad (30)$$

Из (3) получаем

$$Z_{ac} = \frac{\dot{K}_T}{\dot{K}_T - 1} Z. \quad (31)$$

Соответствующая схема представляется в следующем виде (рис.9).

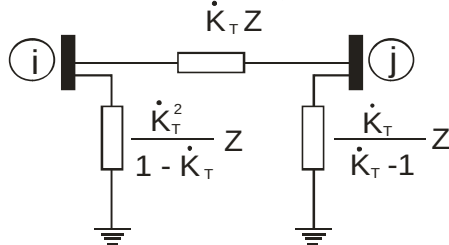


Рис. 9. Z эквивалентная ветвь, заменяющая ветвь с трансформатором с комплексным коэффициентом трансформации

Разумеется, схема, приведенная на рис. 9, будет функционировать также при действительных коэффициентах трансформации трансформатора и принимает вид, показанный на рис. 10.

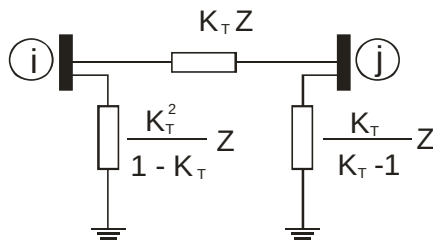


Рис. 10. Z эквивалентная ветвь, заменяющая ветвь с трансформатором при действительных коэффициентах трансформации

После построения матриц обобщенных пассивных параметров при действительных коэффициентах трансформации (что часто встречается в действительных ЭЭС) нетрудно построить математические модели как установившихся, так и других режимов ЭЭС.

Отметим, что после построения матриц вышеуказанных пассивных параметров нетрудно построить также Y-Z матрицу, которая в настоящее время весьма широко используется при решении различных режимных вопросов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мельников Н.А. Расчеты режимов работы сетей электрических систем.-М.: Госэнергоиздат. 1950.- 324 с.
2. Фазылов Х.Ф. Теория и методы расчета режимов электрических систем.- Ташкент: Изд-во АН УзССР.- 1953. - 176с.
3. Ward J.B., Hale H.W. Digital computer solution of power – flow problems // Power Apparatus and systems.- 1956.-V. 75, N 24.-P. 398-404.
4. Gupta P.P., Graduate B.S., Dabies M.W. Digital computers in power system analysis // IEEE.-1961.-N 3484S.- P. 383-404.
5. Brown H.E., Carter G.H., Happ H.H. Person C.E. Power flow solution by impedance matrix iterative method // IEEE Transactions.-1963.-PAS-82, N 65.- P. 1-10.
6. Холмский В.Г., Щербина Ю.В., Сулейманов В.Н. Точный метод расчета режимов многократно замкнутых электрических сетей при наличии неуравновешенных трансформаторов связи и вольтодобавочных трансформаторов // Энергетика и электротехническая промышленность.-1963.-N 4,5,6.-С. 35-40.
7. Мельников Н.А. Метод расчета рабочих режимов для схем, содержащих элемент трансформации с комплексными параметрами // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт.-1964.-N 4.-С.427-433.
8. Мельников Н.А. Метод расчета рабочих режимов электрических сетей нескольких номинальных напряжений // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт.-1965.- N 6.-С. 73-77.
9. Brown H.E. Contingencies evaluated by a Z-matrix method // IEEE Transactions.-1969.-V. PAS-88, N 4.-P. 409-412.
10. Качанова Н.А., Гоголина Л.А. Учет комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов в расчетах установившихся режимов энергосистем.- В кн.: Проблемы технической электродинамики.- 25.-Киев: Наукова думка, 1970.-С. 30-36.
11. Лопушинская Л.Л. Алгоритм расчета установившегося режима сложных энергосистем при учете комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов.- В кн.: Проблемы технической

- электродинамики.-25.- Киев: Наукова думка, 1970.- С. 64-66.
12. **Бартоломей П.И.** Об учете коэффициента трансформации при расчете режимов электрической сети методом узловых напряжений // Электричество. - 1971. - N 10. - С. 88 - 89.
 13. **Peterson N.M., Meyer W.S.** Automatic adjustment of transformer and phase-shifter taps in the Newton power flow // IEEE Transactions.-1971.-V. PAS-90, N 1.-P.103-108.
 14. **Despotovic S.T., Babic B.S. and Mastilovic V.P.** A rapid and reliable method for solving load-flow problems // IEEE Transactions.-1971.-V. PAS-90, N 1.- P. 123-130.
 15. **Фазылов Х.Ф., Насыров Т.Х., Брискин И.Л.** К расчету установившихся режимов энергосистем с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов // Электричество.-1972.-N 12.- С. 7-9.
 16. **Жуков Л.А., Стратан И.П.** Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем.-М.: Энергия, 1979.- 416с.
 17. **Александров О.И., Домников С.В., Бабкевич Г.Г.** Общая формула потерь мощности в электрических сетях с учетом комплексных коэффициентов трансформации в сетях // Изв. вузов. Энергетика. - 1991. - N 9. - С. 6 - 11.
 18. **Бернас С.С., Цек З.З.** Математические модели элементов электроэнергетических систем.-М.: Энергоиздат, 1982.-313 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 17.10.2007.

**Վ.Ս. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ն.Պ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Մ.Գ. ԹԱՄՐԱԶՅԱՆ, Կ.Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ,
Մ.Ա. ՄՆԱՏԱԿԱՆՅԱՆ, Ս.Է. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Ա.Գ. ԴՈՒԼՅԱՆ, Ս.Ա. ԱՊՐՈՅԱՆ**

**ԷԼԵԿՏՐԱԷԼԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՌԵԺԻՄՆԵՐԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ
ՄՈՂԵԼՆԵՐԻ ԿԱՌՈՒՑՈՒՄԸ՝ ՀԱՇՎԻ ԱՌՆԵԼՈՎ ՏՐԱՆՍՖՈՐՄԱՏՈՐՆԵՐԻ ՀԱՄԱԼԻՐ
ՏՐԱՆՍՖՈՐՄԱՑԻԱՑԻ ԳՈՐԾԱԿԻՑՆԵՐԸ**

Առաջարկվում է ընդհանրացված պասիվ պարամետրերի մատրիցների կառուցումը՝ հաշվի առնելով տրանսֆորմատորների համալիր տրանսֆորմացիայի գործակիցները, որոնք կիրառվում են էլեկտրաէներգետիկական համակարգի կայունացված և այլ ռեժիմների մաթեմատիկական մոդելների կառուցման ժամանակ:

Առանցքային բաներ. պարամետր, տրանսֆորմատոր, մատրից, համակարգ, գործակից, ռեժիմ, հավասարում, մոդել, ֆունկցիա, սխեմա:

**V.S. KHACHATRYAN, N.P. BADALYAN, M.G. TAMRAZIAN, K.V. KHACHATRYAN,
M.A. MNATSAKANYAN, S.E. GRIGORYAN, A.G. GHULYAN, S.A. APROYAN**

**TRANSFORMATION COMPLEX FACTORS ACCOUNT OF TRANSFORMERS AT CONSTRUCTION OF
MATHEMATICAL MODELS OF THE ESTABLISHED MODES OF ELECTROPOWER SYSTEMS**

The method of generalized passive parameters matrix construction in view of complex factors of transformers transformation which are used at construction of mathematical models of established and other modes of electropower systems is proposed.

Keywords: parameter, transformer, matrix, system, factor, mode, equation, model, function, circuit.