

Ю.Л. САРКИСЯН, Т.Ф. ПАРИКЯН, К.Г. СТЕПАНЯН, А.Г. ХАРАТЯН

АППРОКСИМАЦИОННЫЙ СИНТЕЗ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ ПО НЕПОЛНОСТЬЮ ОПРЕДЕЛЕННЫМ ПОЛОЖЕНИЯМ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА

Рассматривается задача приближенного воспроизведения множества неполностью определенных положений объекта в пространстве. Приводятся два упрощенных подхода к решению рассматриваемой задачи – ее сведение к случаю воспроизведения полностью определенных положений объекта и представление в виде аппроксимационной задачи со связанными переменными. Разработаны алгоритмы и программы аппроксимационного синтеза и кинематического анализа параллельных манипуляторов. Приведен численный пример.

Ключевые слова: параллельные манипуляторы, аппроксимационный синтез, неполностью определенные положения, связанные переменные.

Введение. В [1,2] представлены теория и методы аппроксимационного синтеза пространственных параллельных механизмов, приближенно реализующих программу движения твердотельного объекта по отношению к неподвижной системе отсчета. Программа движения, подлежащая реализации, может быть задана либо непрерывно–аналитическими зависимостями обобщенных координат объекта от обобщенных координат проектируемого механизма, либо дискретной последовательностью конечноудаленных положений объекта. В [3,4] развит алгоритмический аппарат аппроксимационного синтеза параллельных механизмов, который основан на особенностях функций отклонения соответствующих аппроксимационных задач и эффективно применен при проектировании оборудования для обработки криволинейных поверхностей и сварки пространственных швов [5], систем ориентации оптической оси и юстировки антенн [2] и других устройств.

В цитируемых работах использован блочно-модульный принцип структурно–параметрического синтеза пространственных манипуляционных механизмов, разбивающий процесс синтеза на совокупность процедур синтеза подцепей проектируемого механизма, соединяющих объект с системой отсчета, с наложением определенного числа связей на его движение. Однако такая декомпозиция возможна лишь в том случае, когда заданы все 6 обобщенных координат манипулируемого объекта, т.е. его движение определено полностью. На практике же часто возникает необходимость воспроизведения неполностью определенных положений объекта, когда задача сводится к реализации отдельных элементов тела – прямой, точки, плоскости или их комбинаций.

В настоящей статье рассматривается задача приближенного воспроизведения множества неполностью определенных положений объекта в пространстве. Решение задачи в общей постановке чрезвычайно сложно ввиду существенной нелинейности зависимостей,

связывающих неопределенные координаты объекта с его заданными обобщенными координатами. Представлены два упрощенных подхода к решению рассматриваемой задачи – ее сведение к случаю воспроизведения полностью определенных положений объекта и представление в виде аппроксимационной задачи со связанными переменными .

Аппроксимационный синтез с “доопределением” положений объекта. Первый подход проиллюстрируем на примере семизвенника 5(CC) (рис.1).

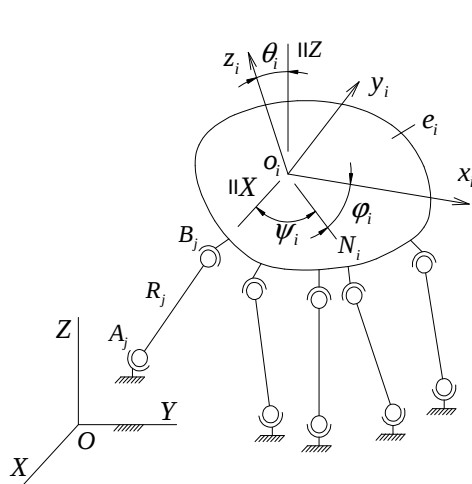


Рис. 1. Семизвенник типа 5(CC)

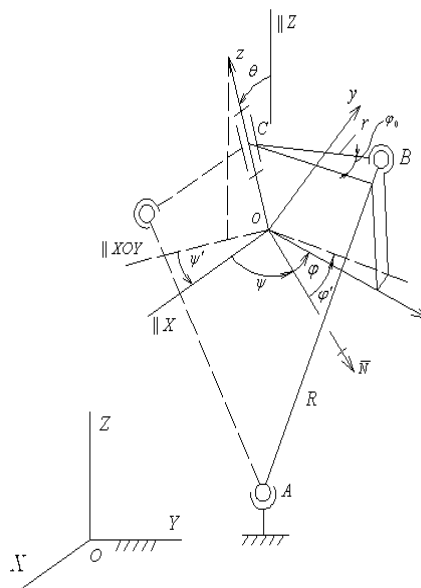


Рис. 2. Группа Ассура типа BCC

Пусть заданы обобщенные координаты X_{o_i} , Y_{o_i} , Z_{o_i} , ψ_i , θ_i тела e в его конечноудаленных положениях e_i ($i = 1, 2, \dots, N$) относительно неподвижной системы отсчета $OXYZ$, а шестая обобщенная координата φ не определена. Заданные наборы значений обобщенных координат определяют N положений оси $o_i z_i$ подвижной системы координат $o_i x_i y_i z_i$, неразрывно связанной с e . Требуется спроектировать одноподвижный семизвенник 5(CC), приближенно воспроизводящий заданные положения прямой $o_i z_i$ тела e .

Чтобы решить рассматриваемую задачу блочно-модульным итерационным методом, предложенным в [1], следует ликвидировать неопределенность положений e_i предварительным выбором начального приближения φ_i^0 ($i = 1, 2, \dots, N$) и дальнейшим варьированием значений φ_i в определенном интервале. Здесь можно поступить двояко: либо произвольно назначить значения углов φ_i^0 , либо их определить заданием параметров одного из

бинарных звеньев СС, что позволяет вычислить значения углов φ_i^0 . Как видно из рис.2, эта задача сводится к определению сборок группы Ассура типа ВСС при фиксированном положении оси O_iZ и, следовательно, к определению точек пересечения окружности, очерченной при вращении точки B_j вокруг оси O_iZ , и сферы радиуса AB_i с центром в A . Таким образом, получаем N полностью определенных положений e_i тела e , после чего остальные 4 подцепи СС семизвенника синтезируются с помощью известных быстросходящихся итерационных процедур вычисления квадратического приближения, основанных на последовательном обращении движения тел e и E [3,4]. После определения геометрических параметров 4-х неизвестных бинарных звеньев, соответствующих точкам локального минимума среднеквадратической суммы функции отклонения (взвешенной разности) [1], процесс синтеза заканчивается, если сумма нормальных отклонений точек B_j ($j=1,2,3,4,5$) от приближающих сфер радиусов R_j с центрами в A_j меньше наперед заданной допустимой величины ε :

$$S_{\Sigma} = \sum_{j=1}^5 \max_{i \in [1:N]} |R_j - |A_j B_{ji}|| < \varepsilon.$$

В противном случае, возвращаемся к определению нового набора углов φ_i ($i = 1,2,..., N$) численной аппроксимацией градиентов функции $S_{\Sigma}(\varphi_1,...,\varphi_N)$ [1]. Указанный процесс повторяется до тех пор, пока не удовлетворяется вышеуказанное неравенство или же пока разность между значениями $S_{\Sigma}^{(k)}$ и $S_{\Sigma}^{(k-1)}$ для двух последующих шагов процесса не станет меньше некоторой заранее заданной константы. Вместо значений φ_i можно варьировать параметрами $x_B, y_B, z_B, x_A, y_A, z_A, R$, доопределяющими положения звена AB , а углы φ_i вычислить определением положений группы Ассура (рис. 2).

Следующим этапом синтеза является определение истинных положений тела e , воспроизводимых спроектированным механизмом 5(СС), путем его анализа, когда задается одна из обобщенных координат, скажем φ , и вычисляются значения остальных пяти, определив положение начала O' и оси $O'Z'$ подвижной системы координат. После этого нетрудно вычислить расхождение между требуемыми и воспроизводимыми положениями линии OZ тела e , а именно: расстояние между началами координат O и O' , а также угол между OZ и $O'Z'$.

На основе вышеуказанного алгоритма составлены программа синтеза механизма 5(СС) и программа его последующего кинематического анализа для определения реальных положений тела e в составе механизма 5(СС), а также отклонения от исходных положений.

Пример. Спроектировать механизм 5(СС) по 10-ти неполностью определенным положениям тела e , заданным в 5 столбцах табл.1. В шестом столбце приведены начальные значения углов φ_i .

Таблица 1

N	X_{o_i}	Y_{o_i}	Z_{o_i}	ψ_i^o	θ_i^o	φ_i^o
1	5,002	4,005	2,998	6,709	48,771	109,357
2	4,941	3,950	3,161	6,129	51,907	107,786
3	4,737	3,746	3,678	7,621	60,315	103,811
4	4,457	3,555	4,181	11,045	71,083	101,072
5	4,175	3,486	4,517	14,656	80,383	100,432
6	3,854	3,497	4,786	18,317	88,596	100,600
7	3,628	3,570	4,907	19,573	92,861	99,771
8	3,324	4,006	4,784	14,138	93,633	91,446
9	3,070	4,522	4,485	8,398	90,039	83,861
10	2,840	5,011	4,100	4,257	85,597	78,948

Значения геометрических параметров звеньев сведены в табл.2, а соответствующие им углы – в табл.3.

Таблица 2

j	X_{A_j}	Y_{A_j}	Z_{A_j}	x_{B_j}	y_{B_j}	z_{B_j}	l_j	$\max \Delta l_j $
1	0,0719	0,1017	0,0870	0,0360	-0,0041	0,0017	6,9443	0,0010
2	-0,0577	1,0088	6,0376	5,6409	-0,0029	3,0300	5,8457	0,0005
3	8,0163	-5,0071	-1,0001	6,0916	-1,7899	-2,658	17,1448	0,0016
4	6,0091	1,0059	3,9998	11,8596	4,4247	0,8208	14,2324	0,0008
5	4,9661	6,0074	6,9915	8,9407	-14,607	-2,036	14,2527	0,0006

Таблица 3

φ_1^o	109,31628	φ_6^o	100,55560
φ_2^o	107,71351	φ_7^o	99,75441
φ_3^o	103,72216	φ_8^o	91,45164
φ_4^o	100,98456	φ_9^o	83,87869
φ_5^o	100,36138	φ_{10}^o	78,96665

Реальные положения тела e в составе механизма 5(СС) и отклонения от исходных положений представлены в табл.4.

Таблица 4

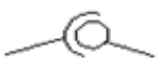
i	X_{o_i}	Y_{o_i}	Z_{o_i}	$ \overline{oo'} $	$\cos(\overline{OZ} \wedge \overline{O'Z'})$
1	5,00192	4,00319	2,99812	0,00182	0,99999
2	4,94099	3,95164	3,16127	0,00167	0,99999
3	4,73656	3,74450	3,68020	0,00270	0,99999
4	4,45688	3,55451	4,18139	0,00063	0,99999
5	4,17501	3,48542	4,51670	0,00065	0,99999
6	3,85521	3,49785	4,78396	0,00252	0,99999
7	3,62933	3,57108	4,90523	0,00246	0,99999
8	3,32300	4,00503	4,78555	0,00208	0,99999
9	3,07022	4,52121	4,48532	0,00088	0,99999
10	2,83974	5,01125	4,09979	0,00042	0,99999

Описанная методика синтеза позволяет синтезировать одноподвижный (одноприводный) манипулятор, переводящий ось $\overline{OZ}$ рабочего органа e через заданные в пространстве положения с требуемой точностью приближения. Поворот e вокруг оси $\overline{OZ}$ можно осуществить автономным приводом, установленным на e . Подобный манипулятор предложен в [6]. В [5] описаны также технологические приложения данного механизма в качестве приспособлений для обработки криволинейных поверхностей и сварки пространственных швов. Предложены 4 варианта реализации механизмов 4(СС) и 5(СС) с одним и двумя приводами, установленными на неподвижном звене. Предложенные механизмы спроектированы с использованием описанной методики синтеза.

Типы неопределенностей положений тела e и соответствующие геометрические образы. Выше был рассмотрен случай неопределенности, когда заданы положения линейного элемента (оси $\overline{OZ}$) тела e , т.е. его положения определены с точностью до поворота вокруг некоторой оси. Соответствующий геометрический образ известен как “точка на ориентированной прямой” или “направленный отрезок”, “точка на ориентированной плоскости”. В практике проектирования манипуляционных механизмов возникают задачи воспроизведения положений иных геометрических образов: точки, ориентированной прямой, ориентированной плоскости, ориентированной прямой в ориентированной плоскости. Каждому из этих геометрических образов по аналогии со случаем, рассмотренным выше, можно сопоставить определенную кинематическую пару, соединяющую тело со стойкой (табл. 5), что позволяет свести задачу до определения положений тела e к определению сборок соответствующих групп Ассура, представленных в таблице. После доопределения положений тела e задача синтеза решается так же, как и в рассмотренном случае. Возможности предлагаемого метода синтеза не исчерпываются одноподвижными механизмами. Исходя из специфики конкретной задачи манипулирования, можно спроектировать и двух-, трех- и даже четырехподвижные манипуляционные механизмы, причем вместо бинарного звена СС в качестве присоединимых к

телу e подцепей могут быть применены и другие бинарные звенья или же более сложные подцепи.

Таблица 5

Геометрический образ		Эквивалентная кинематическая пара	Число неопределенных координат	Соответствующая группа Ассура
	точка	 С	3	 СЗ(СС)
	ориентированная плоскость	 Пл	3	 ПлЗ(СС)
	ориентированная прямая	 Ц	2	 ЦЗ(СС)
	точка на ориентированной прямой	 В	1	 ВСС
	ориентированная прямая на ориентированной плоскости	 П	1	 ПСС

Точное воспроизведение положений тела e . Представляет определенный теоретический и практический интерес задача точного воспроизведения неполностью определенных положений лишь некоторых элементов тела. Аналогом этой задачи в случае полностью определенных положений тела e является известная задача Бурместера–Шенфлиса, положившая начало классической теории точных положений (кинематической геометрии конечноудаленных положений) твердого тела [1].

Попробуем теперь установить максимальное число положений объекта e , которые могут быть точно воспроизведены параллельным механизмом заданной структуры в рассмотренных случаях неопределенностей положений e . В случае полностью определенных положений тела e , как известно из [2], это число определяется как

$$N_{\text{мех}} = \min_j N_j, \quad (1)$$

где N_j - максимальное число точно воспроизводимых положений звена e посредством j - й подцепи механизма, соединяющей e с системой отсчета. N_j определяется из неравенства

$$N_j \leq k_j / S_j, \quad (2)$$

где k_j - число искомых постоянных параметров, определяющих синтезируемую подцепь; S_j - число условий связи, налагаемых на тело e j - й подцепью.

В рассматриваемом нами случае неполностью определенных положений тела e выражение (1) неприменимо, поскольку максимальное число точно воспроизводимых положений зависит от соотношения между суммарными числами параметров $k_{\text{мех}}$ и условий связи $S_{\text{мех}}$, налагаемых подцепями, которые составляют данный механизм. Оно определяется заменой в (2) индекса " j " на индекс "мех":

$$N_{\text{мех}} \leq k_{\text{мех}} / S_{\text{мех}}. \quad (3)$$

Раскрывая правую часть неравенства (3), получим

$$N_{\text{мех}} \leq \left[\sum_{j=1}^n k_j + m(N_{\text{мех}} - 1) \right] / \sum_{j=1}^n S_j, \quad (4)$$

где n - число присоединимых к телу подцепей; m - число неопределенных координат при задании положений тела e . Слагаемое $m(N_{\text{мех}} - 1)$ учитывает количество параметров, доопределяющих положение тела e , которые по условиям рассматриваемой задачи также подлежат определению. Преобразуя (4), окончательно получим

$$N_{\text{мех}} \leq \left(\sum_{j=1}^n k_j - m \right) / \left(\sum_{j=1}^n S_j - m \right). \quad (5)$$

Если механизм образован присоединением к e одинаковых подцепей, то выражение (5) принимает вид

$$N_{\text{мех}} \leq (nk - m) / (ns - m). \quad (6)$$

Применяя формулу (6) к синтезу семизвенника 5(CC) при $m = 1$, получаем $N_{\text{мех}} \leq 34/4$. Таким образом, число положений линии $\overline{OZ}$ тела e , точно воспроизводимых рассматриваемым семизвенником, не может быть более восьми. Одновременно этот результат показывает, что можно построить одноподвижный манипулятор 5(CC), переводящий ось рабочего органа через 8 положений, произвольно расположенных в пространстве.

Синтез семизвенника 5(CC) в форме аппроксимационной задачи со связанными переменными. Опишем теперь альтернативный подход к рассматриваемой задаче синтеза, представив ее в виде задачи приближения со связанными переменными. Этот подход ранее был удачно использован авторами применительно к синтезу зубчатого рычажного механизма [7].

Данный алгоритм может быть использован и при синтезе механизмов с параллельной топологией, обозначив через

$$\Delta_{ijk} = \Delta_{ijk}(P^{jk}, q^i), i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, n^{(j)} \quad (7)$$

отклонение точки или прямой объекта ϵ поверхностей, где j - номер подцепи, налагающей связи на движение объекта; k - номер уравнений связи в j -й цепи; i - номер положения объекта; $P^{jk} = (P_1^{jk}, P_2^{jk}, \dots, P_{n(jk)}^{jk})$ - вектор постоянных параметров j -й цепи, точки или прямой объекта, а $q^i = (q_1^i, q_2^i, \dots, q_m^i)$ - вектор доопределяющих обобщенных координат i -го положения объекта.

При Чебышевском приближении задача синтеза механизма с параллельной топологией приводится к определению таких значений постоянных $P_v^{jk} (j = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, n^{(j)})$ и переменных $q_1^i, q_2^i, \dots, q_m^i, (i = 1, 2, \dots, N)$ параметров, при которых функция максимума

$$S(P, q) = \max_{i \in [1:N]} \max_{j \in [1:n]} \max_{k \in [1:n_j]} |\Delta_{ijk}(P^{jk}, q^i)|$$

принимает минимальное значение, т.е. требуется найти такие значения P^*, q^* искомых параметров, при которых

$$S(P^*, q^*) = \min_{\{P, q\}} S(P, q). \quad (8)$$

Решение нелинейной минимаксной задачи (8) связано с определенными трудностями вычислительного характера, поэтому далее предлагается численный метод, который позволяет решение нелинейной задачи (8) привести к последовательности решений хорошо разработанной задачи линейного дискретного Чебышевского приближения [8]. В связи с этим построим следующие линейные функции:

$$\bar{\Delta}_{ijk}(\lambda, \beta) = \sum_{v=1}^{n(jk)} \frac{\partial \Delta_{ijk}}{\partial P_v^{jk}} \lambda_v^{jk} + \sum_{\mu=1}^m \frac{\partial \Delta_{ijk}}{\partial q_\mu^i} \beta_\mu^i + \Delta_{ijk} \quad (9)$$

относительно вспомогательных параметров λ_v^{jk} и β_μ^i и рассмотрим функцию максимума

$$\bar{S}(\lambda, \beta) = \max_{i \in [1:N]} \max_{j \in [1:n]} \max_{k \in [1:n_j]} |\bar{\Delta}_{ijk}(\lambda, \beta)|. \quad (10)$$

Далее решение задачи (8) производим по следующему алгоритму:

1. Задаемся начальными значениями и $q^{io} = (q_1^{io}, q_2^{io}, \dots, q_m^{io})$ искомым параметров и для них строим линейные функции (9).

2. Методом линейного Чебышевского приближения [8] определяем такие значения λ_v^{jk} и β_μ^i , при которых

$$\bar{S}(\lambda^*, \beta^*) = \min_{\{\lambda; \beta\}} \bar{S}(\lambda, \beta).$$

3. Определяем $P^{jk1} = (P_1^{jk0} + \lambda_1^{jk*}, \dots, P_{n(jk)}^{jk*} + \lambda_{n(jk)}^{jk*})$ и

$$q^{i1} = (q_1^{i0} + \beta_1^{i*}, \dots, \beta_m^{i*}) (i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, n(j))$$

4. P^{jko}, q^{io} заменяем на P^{jk1}, q^{i1} и переходим к пункту 1.

Предлагаемый процесс прекращаем, когда $|\lambda_v^{jk*}| \leq \varepsilon, |\beta_\mu^{i*}| \leq \varepsilon$, где ε – заданная точность вычислений.

Описанный алгоритм удачно апробирован на уже рассмотренном примере синтеза одноподвижного направляющего семизвенника типа 5(CC) (рис.1). Показана достаточно быстрая сходимость.

Закключение. Впервые рассмотрена задача аппроксимационного синтеза одноподвижных манипуляционных механизмов для приближенного воспроизведения неограниченного числа неполностью определенных конечноудаленных положений твердотельного объекта, что позволяет построить простейшие одноприводные манипуляторы для реализации заданных программ перемещения точечных, линейных, плоскостных элементов объекта. Разработаны быстросходящие итерационные алгоритмы решения рассматриваемой задачи, которые иллюстрируются на примере синтеза направляющего семизвенника типа 5(CC). Предложенные подходы могут быть эффективно использованы также при синтезе манипуляторов с двумя и более степенями свободы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саркисян Ю. Л. Аппроксимационный синтез механизмов. – М.: Наука, 1982. – 304 с.
2. Кинематика, динамика и точность механизмов: Справочник / Под редакцией Г. В. Крейнtimer. Саркисян Ю. Л. Глава 2. Кинематический синтез пространственных стержневых механизмов. – М.: Машиностроение, 1984. – 214 с.
3. Саркисян Ю. Л., Степанян К. Г., Шахпаронян С. Ш., Карапетян Г. П. Алгоритмы решения аппроксимационных задач синтеза рычажных механизмов с билинейными функциями отклонения // Труды Четвертого Международного симпозиума “СИРОМ – 85”. – Бухарест, 1985. – Т. 1 – 2. – С. 397 – 404.
4. Саркисян Ю. Л., Степанян К. Г. и др. Унифицированный итерационный метод аппроксимационного синтеза рычажных механизмов для управляемого перемещения твердого тела. – М., Машиноведение 1, 1987.
5. Саркисян Ю. Л., Парикян Т.Ф., Степанян К. Г., Харатян А. Г. Проектирование одноподвижных и двухподвижных параллельных манипуляторов для обработки криволинейных поверхностей и сварки

- пространственных швов // Сборник трудов Международной конференции МНТК “Технология и техника автоматизации”. – 2008. – 6с.
6. **Zamanov V. B., Sotirov Z.M.** Parallel Manipulators in Robotics // MACS/SICE Int. Symp. on Robotics, Mechanotronics and Manufacturing Systems, Kobe, 16 -20 Sept., 1992.- P. 409 – 418.
 7. **Sarkissyan Y.L., Stepanyan K.G., Shakhparonyan S.S., Karapetyan G.P.** Minimax Problems with Bound Variables in Synthesis of Mechanisms // Trans. of the IV IFToMM Intern. Symp. on Linkages and Computer Aided Design Methods, Bucharest, Romania, 1985. -Vol. 1 – 2. - P. 151 – 154.
 8. **Desclois J.** Degenerescence dans les approximations de Tscebyscheff lineaires et discrete // Numerische Mathematik -1961.-№ 3.- P. 180 - 187.
 9. ГИУА. Материал поступил в редакцию 11.01.2008.

**ՅՈՒ. Լ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Տ. Ֆ. ՓԱՐԻԿՅԱՆ, Կ. Գ. ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ,
Ա.Գ. ԽԱՌԱՏՅԱՆ**

ԶՈՒԳԱՆԵՌ ՄԱՆԻՊՈՒԼՅԱՏՈՐՆԵՐԻ ՄՈՏԱՎՈՐ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄ ԸՍՏ ԵԼՔԻ ՕՂԱԿԻ ՈՉ ԼՐԻՎ ՈՐՈՇՎԱԾ ԴԻՐՔԵՐԻ

Դիտարկվում է տարածության մեջ օբյեկտի ոչ լրիվ որոշված դիրքերի բազմության մոտավոր վերարտադրության խնդիրը: Ներկայացված են խնդրի լուծման երկու պարզեցված մոտեցումներ. լուծման հանգեցումը օբյեկտի լրիվ որոշված դիրքերի վերարտադրության և կապակցված փոփոխականներով մոտարկման խնդրի տեսքով ներկայացումը: Մշակված են զուգահեռ մանիպուլյատորների մոտավոր նախագծման և կինեմատիկ հետազոտության ընթացակարգեր և ծրագրեր: Բերված է թվային օրինակ:

Առանցքային բառեր. զուգահեռ մանիպուլյատորներ, մոտավոր նախագծում, ոչ լրիվ որոշված դիրքեր, կապակցված փոփոխականներ:

Y.L. SARKISSYAN, T.F. PARIKYAN, K.G. STEPANYAN, A.G. KHARATYAN

APPROXIMATE SYNTHESIS OF PARALLEL MANIPULATORS ON OUTPUT LINK INCOMPLETELY SPECIFIED POSITIONS

Approximate generation of incompletely specified positions of object in 3D space is studied. The solution of this problem in general is extremely complicated. Two simplified approaches to solve this problem are presented. The first approach leads to the case of completely specified positions of rigid body. The second approach leads approximate synthesis to the approximation problem with bound variables. Algorithms and programs are developed for approximate synthesis and kinematic analysis of parallel manipulators, based on the proposed methods. The numerical example is presented.

Keywords: parallel manipulators, approximate synthesis, incompletely specified positions, bound variables.