ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2008. Т. LXI, № 1.

УДК 62-50

АВТОМАТИЗАЦИЯ И
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

О.Н. ГАСПАРЯН, Н.А. ВАРДАНЯН

О ТРАЕКТОРИЯХ КОРНЕЙ ЦИРКУЛЯНТНЫХ И АНТИЦИРКУЛЯНТНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

На основе метода характеристических передаточных функций исследованы свойства траекторий корней циркулянтных и антициркулянтных многомерных систем автоматического регулирования (ЦМСАР и АМСАР). Показано, что задача построения корневых годографов таких систем сводится к построению N годографов одномерных характеристических систем, где N - число отдельных каналов, причем правила построения этих годографов аналогичны известным правилам классической теории регулирования. Установлено, что в отличие от большинства других типов многомерных систем, центры асимптот траекторий корней ЦМСАР и АМСАР в общем случае являются попарно комплексно-сопряженными величинами.

Ключевые слова: многомерная система регулирования, циркулянтная система, антициркулянтная система, характеристическая передаточная функция, корневой годограф, устойчивость системы.

Метод корневого годографа является одним из основных инженерных методов исследования и проектирования систем регулирования с одним входом и выходом [1]. Работы [2-4] посвящены распространению метода корневого годографа на многомерные системы автоматического регулирования (МСАР). В [2-4] для исследования свойств корневых годографов квадратных МСАР общего вида используется метод характеристических передаточных функций (ХПФ). В настоящей статье, которая является продолжением работ [2,3], впервые исследуются свойства корневых годографов циркулянтных и антициркулянтных МСАР, в том числе и имеющих большое прикладное значение двумерных систем с симметричными и антисимметричными взаимными связями [1]. Показано, что для этих систем можно строго свести задачу построения корневых годографов к совокупности N одномерных задач.

Общие условия образования корней замкнутых МСАР. На рис.1 изображена матричная структурная схема N-мерной линейной МСАР, используемая при исследовании многомерных корневых годографов, где $W(s)$ - передаточная матрица разомкнутой системы, I - единичная матрица, k - скалярный действительный множитель.

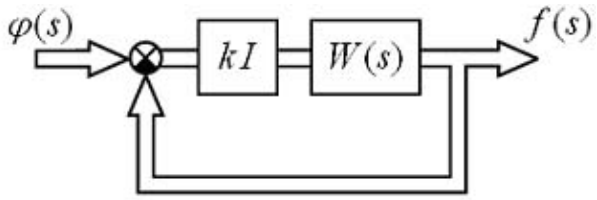


Рис. 1. Матричная структурная схема МСАР

Ставится задача построения траекторий корней замкнутой МСАР на рис.1 при изменении «коэффициента усиления» k от нуля до бесконечности. Как известно [4], характеристическое уравнение замкнутой МСАР может быть представлено в виде

$$\det[I + kW(s)] = \prod_{i=1}^{N}[1 + kq_i(s)] = 0 \quad , \qquad (1)$$

где через $q_i(s)$ обозначены ХПФ разомкнутой системы, при этом учтено, что при умножении матрицы на скаляр все е¸ собственные значения умножаютсяна тот же скаляр. Уравнение (1), очевидно, эквивалентно следующей системе уравнений:

$$1 + kq_i(s) = 0 \quad \text{или} \quad kq_i(s) = -1 \quad , \quad i = 1, 2, ..., N \quad , \qquad (2)$$

откуда видно, что корнями замкнутой МСАР при любом $k = \text{const}$ могут быть только те значения комплексной переменной s, для которых выполняются при некотором i следующие два условия:

$$|kq_i(s)| = 1, \qquad \arg q_i(s) = \pm(2r+1)180^\circ, \qquad r = 0, 1, 2, \ldots . \qquad (3)$$

Иными словами, корнями замкнутой МСАР могут быть только те значения s, при которых некоторые ХПФ $q_i(s)$ являются действительными отрицательными числами. К сожалению, использование условий (3) для построения корневых годографов обычно невозможно, так как ХПФ $q_i(s)$ в общем случае не имеют аналитического представления и являются алгебраическими функциями, лежащими на различных листах поверхности Римана и имеющими так называемые точки разветвления, чье нахождение для МСАР большой размерности связано с существенными трудностями и не всегда осуществимо.

Канонические представления циркулянтных и антициркулянтных МСАР. Основным отличительным признаком циркулянтных МСАР (ЦМСАР) служит циркулянтность передаточной матрицы разомкнутой системы $W(s)$. Напомним, что в циркулянтной матрице каждая последующая строка повторяет предыдущую при сдвиге всех элементов (кроме N-го) на одно место вправо; N-й элемент предыдущей строки при этом становится первым элементом следующей [5]. Для матрицы $W(s)$ это выглядит так:

$$W(s) = \begin{pmatrix} W_0(s) & W_1(s) & \dots & W_{N-1}(s) \\ W_{N-1}(s) & W_0(s) & \dots & W_{N-2}(s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_1(s) & W_2(s) & \dots & W_0(s) \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

МСАР, описываемые циркулянтными матрицами, составляют широко распространенный класс многомерных систем. В качестве примеров можно привести системы автоматического распределения дутья по фурмам доменной печи, системы регулирования трехосных гироскопических платформ. Легко понять, что любая циркулянтная матрица полностью определяется ее первой строкой. Воспользовавшись принятыми в (4) обозначениями $W_0(s)$ и $W_i(s)$ $(i = 1, 2, \dots, N-1)$ для элементов первой строки циркулянтной матрицы $W(s)$, ее можно записать в виде следующего матричного полинома:

$$W(s) = W_0(s)I + \sum_{k=1}^{N-1} W_k(s)\,U^k, \qquad (5)$$

где

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \qquad (6)$$

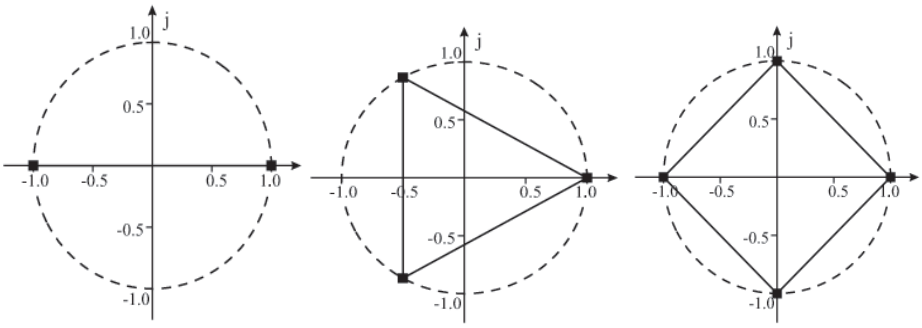
есть ортогональная матрица перестановок [5], которая удовлетворяет условиям: $U^{-1} = U^T, \det U = -1$; все собственные значения матрицы U имеют единичный модуль. Собственные значения β_i матрицы перестановок U являются корнями характеристического уравнения

$$\det[\beta I - U] = \beta^N - 1 = 0 \qquad (7)$$

и при любом N равны

$$\beta_i = \exp\{j2\pi(i-1)/N\}; \quad i = 1, 2, \dots, N. \qquad (8)$$

Геометрически корни β_i расположены на комплексной плоскости в вершинах правильного N-угольника, вписанного в окружность единичного радиуса, причем первый корень всегда действителен и равен единице (рис.2).



а) б) в)

Рис. 2. Собственные значения матрицы перестановок U (6): а - $N = 2$, б - $N = 3$, в - $N = 4$

Так же просто находятся и нормированные собственные векторы c_i матрицы U, равные [5]

$$c_i = 1/\sqrt{N}\,[1\ \beta_i\ \beta_i^2\ .....\ \beta_i^{N-1}]^T; \qquad i = 1, 2, ..., N. \tag{9}$$

Укажем, что поскольку матрица перестановок U относится к нормальным, то е, модальная матрица C, составленная из собственных векторов c_i (9), является унитарной, то есть $C^{-1} = C^*$.

В теории матриц доказывается, что если квадратная матрица A представляется в виде полинома со скалярными коэффициентами от некоторой другой матрицы B, то собственные значения матрицы A равны значениям соответствующего скалярного полинома, получаемого в результате подстановки вместо матрицы B собственных значений последней. Кроме того, собственные векторы матриц A и B для соответствующих друг другу собственных значений совпадают [5]. Применительно к циркулянтной матрице $W(s)$ (5) это значит, что ХПФ $q_i(s)$ ЦМСАР при любом числе N сепаратных каналов могут быть представлены в аналитической форме в следующем виде:

$$q_i(s) = w_0(s) + \sum_{k=1}^{N-1} w_k(s) \exp\{j2\pi(i-1)k/N\}, \qquad i = 1, 2, ..., N. \tag{10}$$

Из приведенного выше утверждения следует, что канонический базис циркулянтной матрицы $W(s)$ (5), т.е. канонический базис ЦМСАР, а вместе с ним и модальная матрица C, наследуются от матрицы перестановок U (6).

Возможность записи ХПФ $q_i(s)$ в аналитическом виде при любой размерности N значительно упрощает процедуру исследования ЦМСАР и, в частности, процедуру построения корневых годографов. Интересно и важно отметить, что канонические базисы ЦМСАР не

зависят от комплексной переменной s и совпадают между собой для всех систем одинаковой размерности N, независимо от конкретного вида передаточных функций $W_0(s)$ и $W_k(s)$ $(k = 1, 2, \ldots, N-1)$.

Еще один важный тип МСАР, который по структурным признакам можно выделить в самостоятельный класс, носит название антициркулянтных МСАР (АМСАР), т.е. систем с антициркулянтными передаточными матрицами $W(s)$. Основное отличие антициркулянтных матриц от обычных циркулянтных заключается в том, что расположенные по обе стороны от главной диагонали симметричные элементы имеют противоположные знаки, т.е. каждая последующая строка получается из предыдущей сдвигом на один элемент вправо, причем последний элемент предыдущей строки становится первым элементом последующей с обратным знаком. Так, антициркулянтная передаточная матрица разомкнутой системы $W(s)$ может быть записана в виде

$$W(s) = \begin{pmatrix} W_0(s) & W_1(s) & \ldots & W_{N-1}(s) \\ -W_{N-1}(s) & W_0(s) & \ldots & W_{N-2}(s) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -W_1(s) & -W_2(s) & \ldots & W_0(s) \end{pmatrix}. \qquad (11)$$

Если простейшей из циркулянтных матриц является матрица перестановок U (6) и любую циркулянтную матрицу можно выразить в виде полинома от U, то в случае антициркулянтных матриц аналогичную роль играет ортогональная матрица перестановок с изменением знака последнего элемента, которую мы обозначим через U_-. Эта матрица имеет вид

$$U_- = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}. \qquad (12)$$

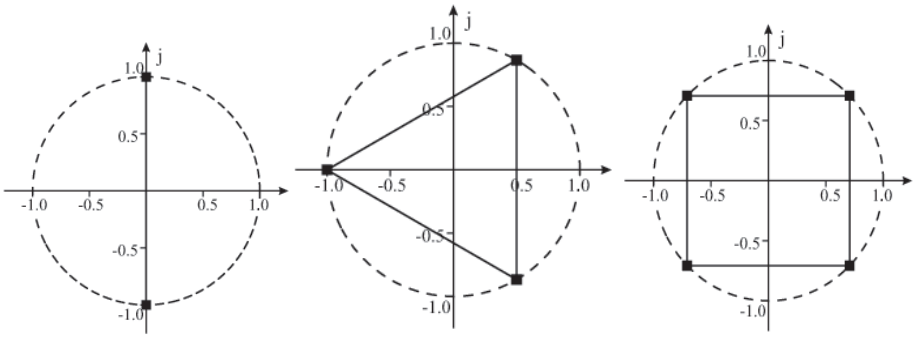
При умножении матрицы U на вектор x вторая компонента x_2 становится первой, третья – второй и т.д.; первая компонента x_1 становится последней с обратным знаком. Характеристическое уравнение матрицы U_- (12) имеет вид

$$\det[\beta I - U_-] = \beta^N + 1 = 0, \qquad (13)$$

а его корни β_i при любом N равны

$$\beta_i = \exp\{j[2(i-1)+1]\pi / N\}; \quad i = 1, 2, \ldots, N \qquad (14)$$

и так же, как и собственные значения матрицы перестановок U, расположены в вершинах правильного N -угольника, вписанного на комплексной плоскости в окружность единичного радиуса, как это показано для $N = 2, 3, 4$ на рис. 3.



а) б) в)

Рис. 3. Собственные значения матрицы $U_{_}$ (12): а - $N = 2$, б - $N = 3$, в - $N = 4$

Отметим, что если первое собственное значение β_1 матрицы U (6) при любом N всегда действительно и равно единице, то у матрицы $U_{_}$ (12) при четных N все собственные значения есть комплексно-сопряженные числа. Ортонормированные собственные векторы c_i матрицы $U_{_}$ выражаются через собственные значения β_i (14) теми же выражениями (9), что и в случае обычной матрицы перестановок U. Как следует из изложенного, любая антициркулянтная матрица вида (11) может быть представлена в виде полинома $(N-1)$-й степени от матрицы $U_{_}$:

$$W(s) = w_0(s)I + \sum_{k=1}^{N-1} w_k(s)\, U_{_}^k \,, \qquad (15)$$

причем для АМСАР четного порядка N, которые представляют на практике основной интерес, выражение (15) обычно удобнее преобразовать к несколько иной форме:

$$W(s) = w_0(s)I + w_{N/2}(s)\, U_{_}^{N/2} + \sum_{k=1}^{(N/2)-1} \left[w_k(s)\, U_{_}^k - w_{N-k}(s)(U_{_}^k)^{-1} \right]. \quad (16)$$

На основании приведенных выше свойств полиномов от матриц ХПФ $q_i(s)$ АМСАР представляются при любой размерности системы N в аналитической форме в виде

$$q_i(s) = w_0(s) + \sum_{k=1}^{N-1} w_k(s) \exp\{ jk[2(i-1)+1]\pi / N \} \,, \quad i = 1, 2, \ldots, N, \quad (17)$$

а модальная матрица C и ортонормированный канонический базис АМСАР не зависят от комплексной переменной s и совпадают с модальной матрицей и каноническим базисом матрицы перестановок с изменением знака последнего элемента $U_{_}$ (12).

С практической точки зрения, наибольший интерес представляют АМСАР с четным числом каналов N, для которых можно сформулировать следующее утверждение: при четном числе N сепаратных каналов и выполнении условий

$$w_k(s) = w_{N-k}(s); \qquad k = 1, 2, \ldots, N/2 - 1 \tag{18}$$

АМСАР являются антисимметричными системами регулирования.

Подставляя (18) в (16) и (17), получим для антисимметричных МСАР четного порядка:

$$W(s) = w_0(s)I + \left\{ w_{N/2}(s) U_-^{N/2} + \sum_{k=1}^{(N/2)-1} w_k(s)[U_-^k - (U_-^k)^{-1}] \right\}, \tag{19}$$

$$q_i(s) = w_0(s) + j(-1)^{i+1} w_{N/2}(s) + 2j \sum_{k=1}^{(N/2)-1} w_k(s) \sin\{[2(i-1)+1]\pi k / N\}, \tag{20}$$

где фигурными скобками в (19) выделена кососимметричная матрица [5].

Таким образом, рассмотренный аппарат антициркулянтных матриц позволяет описать аналитически важный класс антисимметричных МСАР четного порядка, что невозможно при помощи обычных циркулянтных матриц.

Корневые годографы ЦМСАР и АМСАР. Внутренние структурные характеристики и свойства циркулянтных и антициркулянтных систем настолько схожи, что при рассмотрении их корневых годографов можно ограничиться только случаем ЦМСАР, отметив попутно лишь некоторые особенности, присущие именно АМСАР.

Важнейшей чертой ЦМСАР является, как и в случае МОСАР [3], расположение корневых годографов одномерных характеристических систем на изолированных однолистных поверхностях Римана, т.е. и здесь задача построения траекторий корней распадается без всяких упрощений или предположений на N независимых одномерных задач. Далее ХПФ $q_i(s)$ ЦМСАР(10) могут быть записаны аналитически в виде дробно-рациональной функции комплексной переменной s при любом числе N отдельных каналов. При этом полюсы всех ХПФ равны совокупности полюсов элементов первой строки передаточной матрицы разомкнутой системы $W(s)$ и расположены симметрично относительно действительной оси. Что касается нулей ХПФ, то в общем случае они являются корнями полиномов с комплексными коэффициентами, и поэтому для каждой характеристической системы их расположение несимметрично относительно действительной оси. Вместе с тем любому такому расположению нулей соответствует «комплексно-сопряженное» расположение нулей некоторой другой характеристической системы, и в результате все нули ЦМСАР всегда образуют симметричную картину. Наконец, стоит указать, что число нулей всех ХПФ ЦМСАР одинаково, что вытекает из самой формы ХПФ $q_i(s)$ (10).

Если обозначить через $D(s)$ одинаковые полиномы знаменателей всех ЦМСАР, а через $M_i(s)$-полиномы числителей, то есть представить ХПФ в виде $q_i(s) = M_i(s)/D(s)$, то условия (2) можно записать для ЦМСАР в виде

$1 + kq_i(s) = D(s) + kM_i(s) = 0$ или $kq_i(s) = kM_i(s)/D(s) = -1$, $i = \overline{1,N}$. (21)

Данные условия дают возможность сформулировать приведенные далее правила построения траекторий корней ЦМСАР в форме, учитывающей специфические структурные особенности рассматриваемого класса многомерных систем.

***Правило* 1** (число траекторий корней). Число траекторий корней N-мерной ЦМСАР равно Np_0, где p_0 - число всех полюсов элементов первой строки циркулянтной матрицы $W(s)$.

***Правило* 2** (начало и конец траекторий корней). При $k = 0$ траектории каждой характеристической системы начинаются в одних и тех же корнях уравнения $D(s)=0$ и кончаются при $k=\infty$ в корнях уравнения $M_i(s)=0$. Если обозначить через z_0 одинаковые степени всех полиномов $M_i(s)$, то z_0 траекторий корней каждой характеристической системы неограниченно стремится при $k \to \infty$ к z_0 конечным нулям ХПФ $q_i(s)$.

***Правило* 3** (число траекторий, стремящихся к бесконечности). Число траекторий каждой характеристической системы, стремящихся к бесконечности при неограниченном возрастании k, одинаково и равно $e_0 = p_0 - z_0$. Соответственно, общее число траекторий корней ЦМСАР, стремящихся к бесконечности, равно Ne_0.

***Правило* 4** (наклон асимптот траекторий корней). Допустим, мы представили $q_i(s)$ в виде произведения сомножителей:

$$q_i(s) = M_i(s)/D(s) = \left[K_c^i \prod_{j=1}^{z_0} (s - Z_j^i) \right] \Big/ \prod_{j=1}^{p_0} (s - P_j), \qquad i = 1, 2, ..., N, \quad (22)$$

где через P_j обозначены полюсы (они одинаковы для всех i), Z_j^i - нули, а K_c^i - в общем случае комплексный «коэффициент усиления» i-й характеристической системы.

Можно показать, что e_0 уходящих в бесконечность траекторий корней i-й характеристической системы неограниченно приближаются к e_0-лучевой конфигурации, лучи которой (асимптоты траекторий) составляют с положительным направлением действительной оси углы:

$$\gamma_r = [(2r + 1)180^\circ - \arg K_c^i]/e_0, \qquad r = 0, 1, ..., e_0 - 1. \quad (23)$$

***Правило* 5** (центры асимптот траекторий корней). Центр асимптот i-й характеристической системы расположен на комплексной плоскости в точке

$$A_{ci} = \frac{\sum_{r=1}^{p_0} P_r - \sum_{r=1}^{z_0} Z_r^i}{p_0 - z_0}, \qquad i = 1, 2, \ldots, N \ , \qquad (24)$$

где обозначения те же, что и в (22). Здесь мы столкнулись с существенным отличием центров асимптот ЦМСАР от случая МОСАР. Если у МОСАР центры асимптот всех характеристических систем лежали в одной точке на действительной оси, то в общем случае ЦМСАР эти центры могут быть комплексными. Это вызвано тем, что комплексные нули Z_j^i в (24), будучи в общем случае корнями полиномов с комплексными коэффициентами, не будут иметь в этом случае комплексно-сопряженную пару. Однако каждому комплексному центру A_c^i всегда соответствует комплексно-сопряженный центр некоторой другой характеристической системы с комплексно-сопряженным полиномом в числителе ХПФ. Число таких комплексных центров в случае ЦМСАР нечетного порядка N равно $N-1$, а четного - $N-2$.

Укажем, что все центры асимптот АМСАР четного порядка являются комплексными. В этом нетрудно убедиться, рассмотрев расположение на единичной окружности собственных значений матрицы перестановок с изменением знака последнего элемента U_- (12) (рис. 3).

***Правило* 6** (симметричные траектории корней). Рассмотрим распределение собственных значений матрицы перестановок U (6) (рис. 2). Мы знаем, что, независимо от порядка N ЦМСАР, первое собственное значение β_1 матрицы U всегда равно единице. Далее при четных N $(1+N/2)$-е собственное значение $\beta_{i+N/2}$ всегда равно минус единице. Поэтому ХПФ $q_i(s)$, порожденные этими собственными значениями, будут в силу (10) иметь вещественные полиномы не только в знаменателе, но и в числителе. Соответственно, траектории корней этих характеристических систем подчиняются всем обычным правилам поведения траекторий корней систем регулирования с одним входом и выходом. Это касается симметричности траекторий корней относительно действительной оси, участков траекторий, принадлежащих этой оси, точек пересечения и т.д.

Сформулированные выше простые правила отражают специфику внутренней структуры ЦМСАР и АМСАР. Новым и важным здесь является то, что центры асимптот траекторий корней ЦМСАР и АМСАР располагаются не только на действительной оси, но могут быть комплексно-сопряженными. Вместе с тем, учитывая, что для центров асимптот и их наклонов имеются простые выражения (23), (24), а также принимая во внимание, что ХПФ $q_i(s)$ могут быть записаны в аналитическом виде при любом N, задачу построения траекторий корней ЦМСАР и АМСАР можно, как и в случае МОСАР, считать практически решенной.

Пример. Рассмотрим двумерную антисимметричную систему с передаточной матрицей

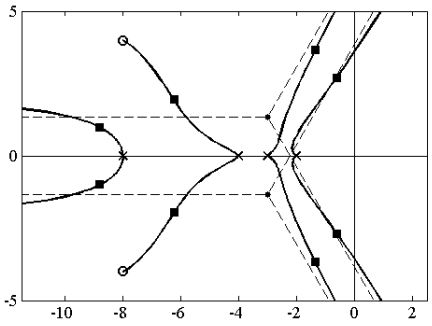
$$W(s) = \frac{50}{(s+2)(s+3)(s+4)} \begin{pmatrix} 1 & \dfrac{4}{(s+8)} \\ -\dfrac{4}{(s+8)} & 1 \end{pmatrix}. \qquad (25)$$

ХПФ $q_{1,2}(s)$ системы равны

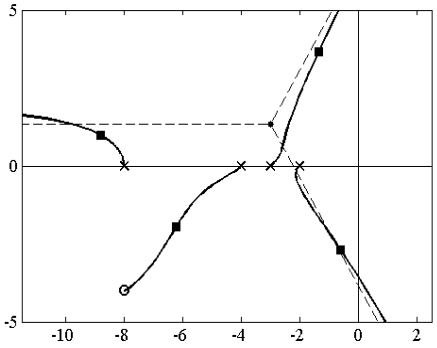
$$q_{1,2}(s) = \frac{50(s+8 \pm j4)}{(s+2)(s+3)(s+4)(s+8)}$$

и имеют два комплексно-сопряженных нуля в $Z_1 = -8 - j4$ и $Z_2 = -8 + j4$.

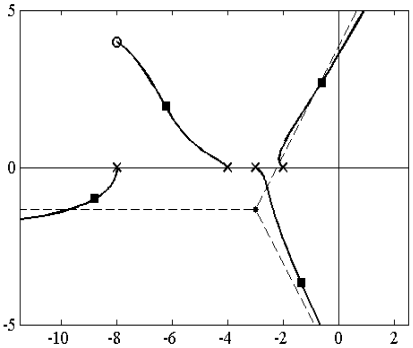
На рис. 4 а показан общий вид траекторий корней системы, откуда видно, что центры асимптот расположены в комплексно-сопряженных точках $A_{c1} = -3 + j1.333$ и $A_{c2} = -3 - j1.333$ (эти центры отмечены на рис. 4). Корневые годографы на рис. 4 построены при помощи специально разработанного на языке MATLAB [6] графического интерфейса пользователя. Как показывает распределение корней на рис. 4 (зачерненные квадратики), антисимметричная система (25) устойчива.



а)



б)



в)

Рис. 4. Корневые годографы двумерной антисимметричной системы (25):
а - общий вид траекторий корней, б - первая характеристическая система, в - вторая характеристическая система

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бессекерский В.А., Попов Е.П.** Теория систем автоматического регулирования.-М.: Наука, 2002. - 772 с.
2. **Гаспарян О.Н., Абгарян С.В., Варданян Н. А., Мхитарян Э.А.** К построению корневых годографов многомерных систем автоматического регулирования // Вестник Гос. инж. ун-та Армении. Серия "Моделирование, оптимизация, управление": - 2006. -Вып.7, т.1. - С.117-128.
3. **Kouvaritakis B.** and **Shaked U.** Asymptotic behavior of root-loci of multivariable systems // Int. J. Contr. -1976. - Vol. 23. -P.297-340.
4. **MacFarlane A.G. J.** and **Postlethwaite I.** Characteristic frequency functions and characteristic gain functions// Int. J. Contr. - 1997. - Vol. 26. -P. 265-278.
5. **Гантмахер Ф.Р.** Теория матриц.- М.: Наука, 2003. -575 с.
6. Using MATLAB. The MathWorks, Inc, Natick, 2000. - 874p.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 10.06.2007.

Օ.Ն. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Ն.Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ
ԲԱԶՄԱՉԱՓ ՑԻՐԿՈՒԼՅԱՆՏ ԵՎ ՀԱԿԱՑԻՐԿՈՒԼՅԱՆՏ ԱՎՏՈՄԱՏ ԿԱՐԳԱՎՈՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԱՐՄԱՏԱՅԻՆ ՀԵՏԱԳԾԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Բնութագրիչ փոխանցման ֆունկցիաների մեթոդի հիման վրա հետազոտվել են բազմաչափ ցիրկուլյանտ և հակացիրկուլյանտ ավտոմատ կարգավորման համակարգերի (ԲՑԱԿՀ, ՀՑԲԱԿՀ) արմատային հետագծերի հատկությունները: Ցույց է տրված, որ այդ համակարգերի արմատային հետագծերի կառուցման խնդիրը բերվում է N առանձին միաչափ բնութագրիչ համակարգերի հետագծերի կառուցման խնդրին, որտեղ N -ը առանձին կապուղիների թիվն է, ընդ որում, այդ հետագծերի կառուցման կանոնները համանման են դասական կառավարման տեսության հայտնի կանոններին: Հաստատված է, որ ի տարբերություն ուրիշ դասի բազմաչափ համակարգերի, ԲՑԱԿՀ-ի և ՀՑԲԱԿՀ-ի արմատային հետագծերի ասիմպտոտների կենտրոնները ընդհանուր դեպքում կոմպլեքս համալուծ մեծություններ են:

Առանցքային բառեր. բազմաչափ կառավարման համակարգ, ցիրկուլյանտ և հակացիրկուլյանտ համակարգեր, բնութագրիչ փոխանցման ֆունկցիա, արմատային հետագիծ, համակարգի կայունություն:

O.N. GASPARYAN, N.A. VARDANYAN
ON ROOT LOCI OF CIRCULANT AND ANTICIRCULANT FEEDBACK CONTROL SYSTEMS

The properties of root loci of circulant and anticirculant multi-input multi-output (MIMO) feedback control systems are investigated on the basis of the characteristic transfer function method. It is shown that the task of constructing root loci for such systems is reduced to the task of constructing N separate loci of one-dimensional characteristic systems, where N is the number of separate channels, and the rules of constructing these root loci are analogues to well known rules from the classical control theory. It is established that as opposed to the majority of other types of multivariable systems, the centres of root loci asymptotes for circulant and anticirculant MIMO systems are generally complex-conjugate values.

Keywords: multivariable control system, circulant system, anticirculant system, characteristic transfer function, root locus, system stability.