

Г.Д. АКОПДЖАНИЯН, В.С. САФАРЯН

НОВЫЕ СООТНОШЕНИЯ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ РЕЖИМ РАБОТЫ ОДНОРОДНОЙ ЛИНИИ

Проведено исследование цепных схем, состоящих, в общем случае, из несимметричных четырехполюсных звеньев, относящихся к определению их передаточных функций по напряжению и току для различных ступеней цепной схемы. Получены новые соотношения для расчета режимов работы однородной линии.

Ключевые слова: несимметричные четырехполюсные звенья, цепные схемы, передаточные функции, однородная линия.

При решении различных практических задач и исследовании режимов работы длинных линий электропередач, линий связи и т.д. их представляют при помощи цепных схем (рис. 1), состоящих из ряда одинаковых, симметричных пассивных четырехполюсников.

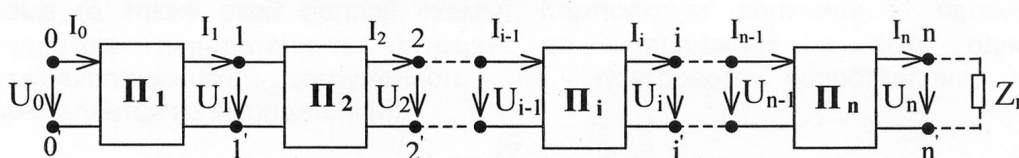


Рис. 1

В установившемся режиме работы нагруженной линии напряжения и токи в различных ее точках рассчитываются по известным соотношениям [1, 2]:

$$\begin{aligned}\dot{U}_x &= \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + Z_C \dot{I}_2)e^{\gamma x} + \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - Z_C \dot{I}_2)e^{-\gamma x} = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma x + Z_C \dot{I}_2 \operatorname{sh} \gamma x, \\ \dot{I}_x &= \frac{1}{2}\left(\dot{I}_2 + \frac{\dot{U}_2}{Z_C}\right)e^{\gamma x} + \frac{1}{2}\left(\dot{I}_2 - \frac{\dot{U}_2}{Z_C}\right)e^{-\gamma x} = \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \frac{\dot{U}_2}{Z_C} \operatorname{sh} \gamma x.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь x - расстояние, отсчитываемое от конца линии к ее началу; $\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$ - комплексы действующих значений напряжения и тока в конце линии; Z_C - волновое сопротивление; γ - коэффициент распространения однородной линии.

В настоящей статье на основе полученных авторами в [3] соотношений, определяющих передаточные функции для различных ступеней цепной схемы по напряжению и току, выводятся новые выражения, служащие для расчета режимов однородных линий.

В [3] для передаточных функций по напряжению $\left(K_{iU} = \frac{\dot{U}_i}{\dot{U}_0} \right)$ и току $\left(K_{iI} = \frac{\dot{I}_i}{\dot{I}_0} \right)$ для различных ступеней симметричной цепной схемы получены следующие соотношения:

$$\begin{aligned} K_{iU} &= \frac{1 + \alpha C^{n-i}}{1 + \alpha C^n} C^{\frac{i}{2}}, \\ K_{iI} &= \frac{1 - \alpha C^{n-i}}{1 - \alpha C^n} C^{\frac{i}{2}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\alpha = \frac{Z_H - Z_C}{Z_H + Z_C}$; Z_H - сопротивление нагрузки; Z_C - повторное сопротивление симметричных

четырёхполюсников, из которых состоит цепная схема (а также всей цепной схемы). Комплексная величина C является квадратом передаточных функций по напряжению и току одного четырёхполюсника, нагруженного на повторное сопротивление, и определяется из выражения [3]:

$$C = \frac{\sqrt{Z_a} - \sqrt{Z_{ab}}}{\sqrt{Z_a} + \sqrt{Z_{ab}}} = \frac{Z_a - Z_C}{Z_a + Z_C}, \quad (3)$$

где Z_a - входное сопротивление одного четырёхполюсника при холостом ходе, а Z_{ab} - то же, при коротком замыкании.

Выясним связь между величиной C и мерой передачи четырёхполюсника g . Известно [1], что

$$\text{thg} = \sqrt{\frac{Z_{ab}}{Z_a}} = \frac{e^g - e^{-g}}{e^g + e^{-g}} = A, \quad (4)$$

где A - комплексное число.

Решая это уравнение относительно меры передачи четырёхполюсника g , получим

$$g = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + A}{1 - A}. \quad (5)$$

Подставляя в (5) значение A , получим

$$g = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{Z_a} + \sqrt{Z_{ab}}}{\sqrt{Z_a} - \sqrt{Z_{ab}}} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1}{C} \right),$$

откуда находим, что $e^g = \frac{1}{\sqrt{C}}$, $e^{-g} = \sqrt{C}$ и $C = e^{-2g}$.

Преобразуя передаточные функции цепной схемы (2) и подставляя в них значения C и α , получим

$$\begin{aligned} K_{IU} &= \frac{1 + \alpha e^{-2g(n-i)}}{1 + \alpha e^{-2gn}} e^{-gi} = \frac{Z_H \operatorname{ch}(n-i)g + Z_C \operatorname{sh}(n-i)g}{Z_H \operatorname{ch}ng + Z_C \operatorname{sh}ng}, \\ K_{II} &= \frac{1 - \alpha e^{-2g(n-i)}}{1 - \alpha e^{-2gn}} e^{-gi} = \frac{Z_C \operatorname{ch}(n-i)g + Z_H \operatorname{sh}(n-i)g}{Z_C \operatorname{ch}ng + Z_H \operatorname{sh}ng}. \end{aligned} \quad (6)$$

Теперь перейдем к однородной линии (рис. 2). Пользуясь равенствами (1) и учитывая, что $\dot{U}_2 = Z_H \dot{I}_2$, определим передаточные функции по напряжению и току для любой точки однородной линии:

$$\begin{aligned} K_{xU} &= \frac{\dot{U}_x}{\dot{U}_0} = \frac{Z_H \operatorname{ch}\gamma x + Z_C \operatorname{sh}\gamma x}{Z_H \operatorname{ch}\gamma \ell + Z_C \operatorname{sh}\gamma \ell}, \\ K_{xI} &= \frac{\dot{I}_x}{\dot{I}_0} = \frac{Z_C \operatorname{ch}\gamma x + Z_H \operatorname{sh}\gamma x}{Z_C \operatorname{ch}\gamma \ell + Z_H \operatorname{sh}\gamma \ell}, \end{aligned} \quad (7)$$

где ℓ - длина однородной линии; $\dot{U}_0$ и $\dot{I}_0$ - комплексы действующих значений напряжения и тока в начале линии.

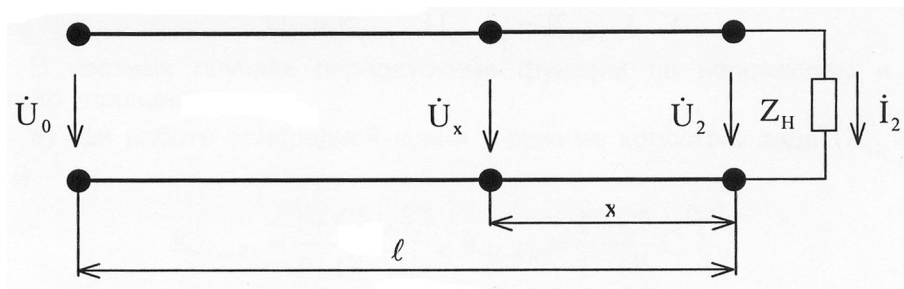


Рис. 2

Сравнивая приведенные в (6) и (7) выражения для передаточных функций по напряжению и току однородной цепной схемы и однородной линии, нетрудно заметить, что они адекватны. Действительно, заменив в (7) $\gamma \ell$ на gn , γx на $g(n-i)$, получим соотношения (6), соответствующие равенствам (2).

Из вышеприведенных замен вытекает, что в равенствах (2) n , т.е. количество четырехполюсников в цепной схеме, можно заменить величиной $\frac{\gamma}{g} \ell$, а $n-i$ - величиной $\frac{\gamma}{g} x$.

Учитывая, что при моделировании однородной линии симметричной цепной схемой мера передачи одного четырехполюсника (g), замещающего

единицу длины линии, равна коэффициенту распространения однородной линии (γ) , что вытекает из $gn = \gamma \ell$, считая, что каждый из четырехполюсников, входящих в состав цепной схемы, соответствует единице длины линии (а за единицу длины линии можно принять любой ее отрезок с длиной $\frac{\ell}{n}$), а также имея в виду вышеприведенные замены, соотношения (2) примут вид

$$\begin{aligned} K_{(\ell-x)U} &= \frac{1 + \alpha C^x}{1 + \alpha C^\ell} C^{\frac{\ell-x}{2}}, \\ K_{(\ell-x)I} &= \frac{1 - \alpha C^x}{1 - \alpha C^\ell} C^{\frac{\ell-x}{2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Следует заметить, что в равенствах (2), например, C^n заменяется на $C^{\frac{\gamma}{g}\ell} = C^\ell$, причем здесь степень величины C не имеет размерности, т.к. γ измеряется m^{-1} , а g - безразмерная величина.

Соотношения (8) дают возможность определить напряжение и ток в любой точке однородной линии при известных значениях напряжения $(\dot{U}_0)$ и тока $(\dot{I}_0)$ в начале линии:

$$\dot{U}_x = K_{(\ell-x)U} \dot{U}_0, \quad \dot{I}_x = K_{(\ell-x)I} \dot{I}_0. \quad (9)$$

В частных случаях передаточные функции по напряжению и току несколько упрощаются:

а) при работе однородной линии в режиме холостого хода $(Z_H = \infty)$, $\alpha = 1$ и

$$K_{(\ell-x)U} = \frac{1 + C^x}{1 + C^\ell} C^{\frac{\ell-x}{2}}, \quad K_{(\ell-x)I} = \frac{1 - C^x}{1 - C^\ell} C^{\frac{\ell-x}{2}};$$

б) при линии короткозамкнутой в конце $(Z_H = 0)$, $\alpha = -1$ и

$$K_{(\ell-x)U} = \frac{1 - C^x}{1 - C^\ell} C^{\frac{\ell-x}{2}}, \quad K_{(\ell-x)I} = \frac{1 + C^x}{1 + C^\ell} C^{\frac{\ell-x}{2}};$$

в) при согласованной нагрузке линии $(Z_H = Z_C)$, $\alpha = 0$ и

$$K_{(\ell-x)U} = K_{(\ell-x)I} = C^{\frac{\ell-x}{2}}.$$

Напомним, что расстояние в (8) и (9) отсчитывается от конца линии к началу. При счете расстояния от начала линии соотношения (8) принимают вид

$$\begin{aligned} K_{xU} &= \frac{1 + \alpha C^{\ell-x}}{1 + \alpha C^{\ell}} C^{\frac{x}{2}}, \\ K_{xI} &= \frac{1 - \alpha C^{\ell-x}}{1 - \alpha C^{\ell}} C^{\frac{x}{2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Из (10) легко заметить, что при согласованной нагрузке линии ($Z_H = Z_C$ и $\alpha = 0$), а также при линии бесконечной длины ($\ell \rightarrow \infty$ и $C^{\ell} \rightarrow 0$) передаточные функции по напряжению и току принимают вид

$$K_{xU} = K_{xI} = C^{\frac{x}{2}}.$$

Таким образом, получены соотношения (8) и (10), служащие для определения напряжений и токов в любой точке линии, отличающиеся от классических формул (1) тем, что в них вместо основания натурального логарифма основополагающей является величина $C = e^{-2\gamma}$, являющаяся квадратом передаточных функций по напряжению и току линии единичной длины с согласованной нагрузкой или линии бесконечной длины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В.** Основы теории цепей. - М., 1963. - 440 с.
2. **Демирчян К.С., Нейман А.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.А.** Теоретические основы электротехники. Том II. - М., 2006. - 575 с.
3. **Акопджанян Г.Д., Сафарян В.С.** Исследование однородных цепных схем // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2005. - Т 58, № 2. - С. 285 - 290.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 20.06.2007.

Գ.Դ. ՀԱԿՈԲՋԱՆՅԱՆ, Վ.Ս. ՍԱՖԱՐՅԱՆ

**ՀԱՄԱՍԵՌ ԳԾԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՌԵԺԻՄԸ ԲՆՈՒԹԱԳՐՈՂ ՆՈՐ
ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ**

Ոչ սիմետրիկ քառաբևեռներից կազմված շղթայական սխեմաների՝ լարման և հոսանքի փոխանցման ֆունկցիաների որոշման տեսակետից ուսումնասիրությունները հանգեցրին համասեռ հաղորդման գծերի աշխատանքային ռեժիմները բնորոշող նոր բանաձևերի ստացման:

Առանցքային բաներ. ոչ սիմետրիկ քառաբևեռային շղթաներ, շղթայական սխեմաներ, փոխանցման ֆունկցիաներ, համասեռ գիծ:

G.D. HAKOBYANYAN, V.S. SAFARYAN

**NEW RELATIONSHIP CHARACTERIZING MODE OF OPERATION FOR
UNIFORM LINE**

Recurrent network studies consisting, in general, of nonsymmetric four-terminal network links referring to determination of their transfer functions for voltage and current with different stages of recurrent network a new relationship for the condition of the uniform line operation mode is obtained.

Keywords: recurrent networks, nonsymmetric four-terminal network, transfer function, uniform line.