ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2007. Т. LX, № 4.

УДК 532.542

ГИДРАВЛИКА
И ГИДРОТЕХНИЧЕСКИЕ СООРУЖЕНИЯ

Э.П. АЩИЯНЦ

ОБЩЕЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАЗГОНА ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДЕ

Исследуется нестационарный процесс в напорном цилиндрическом трубопроводе, возникающий при переходе жидкости из состояния покоя в состояние установившегося движения. Получено общее аналитическое решение, учитывающее влияние упругих свойств жидкости и трубопровода.

Ключевые слова: разгон жидкости, скоростной напор, упругие свойства, давление, скорость, коэффициент затухания.

Задача аналитического определения параметров нестационарного процесса, возникающего при разгоне жидкости в трубопроводе, в настоящее время не имеет оптимального решения. Существующие аналитические методы, определяющие параметры вышеуказанного переходного процесса [1, 2], базируются на использовании дифференциальных уравнений "жесткого" гидравлического удара, что искажает физику явления и не позволяет получить общее решение задачи.

Используемая в теории гидравлического удара система дифференциальных уравнений [3] из-за невозможности аналитического интегрирования не учитывает влияния скоростного напора на нестационарный процесс. Для нестационарных процессов, переходящих в состояние покоя, отсутствие этого параметра в дифференциальных уравнениях гидравлического удара существенно не влияет на изменение скорости течения жидкости и давления в трубопроводе при переходном процессе, однако в случае разгона идеальной жидкости вообще не позволяет решить поставленную задачу.

Целью работы является получение системы дифференциальных уравнений гидравлического удара, приближенно учитывающей влияние на переходной процесс скоростного напора и позволяющей аналитическим путем решить поставленную задачу.

Рассматривается случай, когда к напорному резервуару с постоянным горизонтом жидкости на свободной поверхности подсоединен горизонтальный цилиндрический трубопровод длиной l, на конце которого установлен затвор. При закрытом затворе жидкость в трубопроводе находится в состоянии покоя. При этом пьезометрический напор по всей длине водовода равен H_0. При "мгновенном" открытии затвора возникает течение жидкости с возрастающей скоростью, которая в случае идеальной жидкости стремится к своему максимальному значению, равному $\sqrt{2gH_0}$, где g - ускорение силы тяжести.

Для решения задачи используется система дифференциальных уравнений гидравлического удара для идеальной жидкости вида [4]

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial H}{\partial x} = \dfrac{1}{g}\left(\dfrac{\partial V}{\partial t} + V\dfrac{\partial V}{\partial x}\right), \\ -\dfrac{\partial H}{\partial t} = \dfrac{a^2}{g}\,\dfrac{\partial V}{\partial x} \quad , \end{cases} \tag{1}$$

где $H(x,t)$ - пьезометрический напор в трубопроводе; $V(x,t)$ - средняя в живом сечении трубы скорость течения жидкости; a - скорость распространения волны гидравлического удара; x - продольная координата оси трубопровода; t- текущее время.

Из системы (1) получается уравнение второго порядка относительно напора $H(x,t)$:

$$a^2\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + V\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial t} + \frac{g}{a^2}\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)^2. \tag{2}$$

Дифференциальное уравнение (2) не интегрируется аналитическими методами. Основной трудностью при аналитическом интегрировании уравнения (2) является учет влияния на нестационарный процесс смешанной производной, содержащей неизвестную функцию $V(x,t)$, что и является задачей дальнейших исследований.

В настоящей работе влияние этого слагаемого пренебрегается, а член $\dfrac{g}{a}\left(\dfrac{\partial H}{\partial t}\right)^2$ линеаризуется, что позволяет получить аналитическое решение рассматриваемой задачи. Таким образом, вместо дифференциального уравнения (2) будем интегрировать уравнение вида

$$a^2\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + 2b\frac{\partial H}{\partial t}, \tag{3}$$

где $2b$ - коэффициент затухания, подлежащий определению.

Для того чтобы из системы уравнений (1) получить уравнение вида (3), необходимо, чтобы первое уравнение системы (1) имело вид

$$-\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{g}\left(\frac{\partial V}{\partial t} + 2bV\right). \tag{4}$$

Таким образом, для решения поставленной задачи используется система дифференциальных уравнений гидравлического удара, предложенная И.А.Чарным [3], с той лишь разницей, что в системе [3] в случае идеальной жидкости коэффициент затухания $b=0$, а в рассматриваемой нами задаче он не равен нулю и подлежит определению. Для этого вначале методом Фурье интегрируется уравнение (3) при следующих начальных и граничных условиях:

$$\begin{cases} H(x,0) = H_0; \ \dfrac{\partial H}{\partial t}\Big/_{t=0} = 0, \\ H(0,t) = H_0; \ H(l,t) = 0. \end{cases} \tag{5}$$

В результате интегрирования получена зависимость вида [4]

$$H(x,t) = H_0(1-\frac{x}{l}) - \frac{2H_0 e^{-bt}}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n\pi}{n}(\cos q_n t + \frac{b}{q_n}\sin q_n t)\sin\frac{n\pi x}{l}, \quad (6)$$

которая является частным решением уравнения (2), где $q_n = \sqrt{(\frac{n\pi a}{l})^2 - b^2}$.

Затем интегрируется уравнение (4) при начальном условии (при t=0 - V=0), в котором выражение для функции $\partial H/\partial x$ определяется из зависимости (6). В результате получается аналитическая зависимость для скорости вида

$$V(x,t) = \frac{gH_0}{2bl}\left(1-e^{-2bt}\right) + \frac{2gH_0 e^{-bt}}{l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n\pi}{q_n}\sin q_n t\cdot\cos\frac{n\pi x}{l}. \quad (7)$$

Исходя из необходимости выполнения условия - при $t\to\infty$ $V\to\sqrt{2gH_0}$, определяется значение коэффициента затухания – 2b:

$$gH_0/2bl = \sqrt{2gH_0},$$

откуда

$$2b = \sqrt{2gH_0}/2l. \quad (8)$$

В случае разгона реальной жидкости в трубопроводе значение коэффициента затухания определяется исходя из необходимости выполнения условия: при $t\to\infty$ $V\to\sqrt{2gH_0}/\sqrt{1+\lambda_0 l/d}$, откуда

$$2b = \frac{\sqrt{2gH_0}}{2l}\sqrt{1+\lambda_0 l/d}, \quad (9)$$

где λ_0 - коэффициент гидравлических сопротивлений по длине трубопровода при установившемся движении; d – диаметр трубопровода.

Таким образом, окончательно зависимость для скорости разгона жидкости в трубопроводе принимает вид

$$V(x,l) = \frac{\sqrt{2gH_0}}{\sqrt{1+\lambda_0 l/d}}(1-e^{-2bt}) + \frac{2gH_0 e^{-bt}}{l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n\pi}{q_n}\sin q_n t\cdot\cos\frac{n\pi x}{l}. \quad (10)$$

Полученная зависимость правильно описывает физику явления при переходном процессе и удовлетворяет всем начальным граничным условиям. Например, при $t=0$ $\partial V-\partial t=0$.

Следует отметить, что в учебниках по гидравлике [2] соответствующая зависимость для скорости, помимо вышеуказанных недостатков, не удовлетворяет также и вышеуказанному условию, хотя совершенно очевидно, что в состоянии покоя жидкости в трубопроводе dv/dt=0. Это вполне объяснимо, так как эта зависимость является частным решением рассматриваемой задачи, и получена она из дифференциального уравнения первого порядка. Общее же решение рассматриваемой задачи получается из дифференциальных уравнений второго порядка, которые требуют выполнения и второго начального условия. Поэтому если к этой зависимости прибавить слагаемое, входящее в зависимость (10) и описывающее влияние упругих колебаний скорости при переходном процессе, то получим зависимость вида

$$V(x,t)=\frac{\sqrt{2gH_0}(1-e^{-2b_1t})}{\sqrt{1+\lambda_0 l/d}(1+e^{-2b_1t})}+\frac{2gH_0e^{-b_1t}}{l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n\pi}{q_n}\sin q_n t\cdot\cos\frac{n\pi x}{l}, \quad (11)$$

где $2b_1=\sqrt{2gH_0(1+\lambda_0 l/d}\,/l$.

Эта зависимость удовлетворяет всем начальным условиям и полностью учитывает влияние на переходной процесс скоростного напора. В этом смысле она более предпочтительна и может быть рекомендована для практических расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Попов Д.Н.** Нестационарные гидромеханические процессы. - М.: Машиностроение, 1982. - 240с.
2. **Альтшуль А.Д., Животовский Л.С., Иванов П.М.** Гидравлика и аэродинамика.-М.: Стройиздат, 1987. – 414 с.
3. **Чарный И.А.** Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. - М.: Недра, 1975. – 296 с.
4. **Ащиянц Э.П.** Гидравлический удар в магистральных водоводах насосных станций. - Ереван: Арег, 2005. – 150 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 23.01.2007.

Է.Պ. ԱՇՉԻՅԱՆՑ

ԽՈՂՈՎԱԿԱՇԱՐՈՒՄ ՀԵՂՈՒԿԻ ԹԱՓԱՌՔԻ ԽՆԴՐԻ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՎԵՐԼՈՒԾԱԿԱՆ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

Դիտարկելով ճնշումային խողովակաշարում հեղուկի շարժման թափ առնելու ընթացքը, ստացված են ընդհանուր անալիտիկ բանաձևեր, որոնք առավել լավ են նկարագրում ոչ ստացիոնար գործընթացի երևույթը:

Առանցքային բառեր. հեղուկի թափառք, ճնշում, արագություն, առաձգականություն, մարման գործակից:

E.P. ASHCHIANTS

COMMON ANALYTYCAL PROBLEM SOLUTION OF LIQUID MOMENTUM IN PIPELINE

A nonsteady process in pressure piping arising in liquid transition from rest into steady-state motion is considered. Analytical dependences more really determining hydrodynamical parameters of a nonsteady process along the water conduit are obtained.

Keywords: momentum, pressure, speed, resilient, damping coefficient.