

Г.С. КАРАЯН

О КВАНТОВЫХ НЕЙРОННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ

На основе условной динамики квантовой замкнутой системы построен унитарный оператор эволюции исходного информационного состояния при наличии в системе внутренней обратной связи. С помощью этого оператора можно представить некоторые сходящиеся алгоритмы квантово-нейронной обработки информации.

Ключевые слова: обратная связь, квантовое вычисление, нейронная сеть, магнитное поле, обработка информации, частота Раби, гамильтониан, квантовая динамика, алгоритм.

Введение. Параллельная и ассоциативная обработка информации реализуема нейросетями с классической (некогерентной) корреляцией между ячейками-нейронами, что гарантирует максимальную эффективность в рамках классического метода вычислений и позволяет выполнение рекуррентных алгоритмов, необходимых для создания искусственного интеллекта [1]. Однако некогерентность корреляции приводит к полиномиальной ограниченности зависимости производительности информационных систем от своих линейных размеров [2]. Законы квантовой физики обеспечивают квантовую корреляцию в системе и устраняют указанную ограниченность, а также позволяют произвести моделирование квантовых вероятностей и обратимых процессов вычисления [2].

В случае квантово-коррелированной параллельной обработки информации пока не решен вопрос обучения сетей, иными словами, не разработаны принципы квантовой нейроники.

Нейронная обработка цифровой информации производится некоторой совокупностью пространственно расположенных нейронов, каждый из которых выполняет нелинейное «пороговое» преобразование:

$$f_i \left(\sum_0^n W_{ij} x_j(t) \right) \rightarrow y_i(t), \quad (1)$$

где y_i – информация на выходе i -го нейрона; f_i – «пороговая» (логическая) функция, указывающая тип и модель нейрона; x_j – информация на выходе j -го источника информации, которая подается на вход i -го нейрона с весом W_{ij} .

Возможности реализации, в основном, обусловлены выполнением рекуррентных алгоритмов, когда в (1) веса W_{ij} в момент времени t зависят от значений весов и выходных сигналов в более ранние моменты времени $t' < t$, т.е.

$$W_{ij}(t) = W_{ij} \left\{ \left\{ W_{mn}(t') \right\} \left\{ y_l(t') \right\} \right\}_{k,j}. \quad (2)$$

Иными словами, необходимо осуществлять обратные связи либо физическим путем с использованием пространственного перемещения носителя

информации, либо программно-алгоритмическим способом на основе знания величины выходной информации (т.е. проведением измерения) в любой момент времени:

$$y_k(t) = \sum_{j=0}^N W_{jk} [t, W_{mn}(t'), y_e(t')] x_j. \quad (3)$$

При квантовом принципе обработки информации эта возможность запрещена, т.к. для выполнения всех операций, за исключением ввода и вывода информации, используется динамика замкнутой системы. Носителями информации в этом случае являются векторы состояния (или оператор плотности), которые наполняют комплексное гильбертово пространство (в отличие от классического случая). Пространство состояний комбинированной системы с когерентно-коррелированными компонентами A_i есть тензорное произведение пространств: $\otimes_i \mathcal{H}$, пространство тензорных произведений состояний из \mathcal{H}_i - через $\mathcal{H}_{\otimes A_i}$, а ортогональные дополнения - \mathcal{H}_{oc} :

$$\otimes_i \mathcal{H} = \mathcal{H}_{oc} \oplus \mathcal{H}_{\otimes A_i}.$$

Любое состояние из \mathcal{H}_{oc} является запутанным, содержит информацию обо всех компонентах системы. Как само такое состояние, так и процесс запутывания в классическом мире запрещены булевой логикой.

Наиболее простым из \mathcal{H}_i является пространство кубитов с информационным потенциалом (α, β) в базисе $\{|0\rangle, |1\rangle\}$:

$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad \alpha\alpha^* + \beta\beta^* = 1. \quad (4)$$

За счет ресурсов избыточной информации кубита образуются когерентно-коррелированные состояния многих кубитов (квантового n -разрядного регистра с состоянием из $\mathcal{H}_{\otimes A_i}$) и запутанные состояния (e -биты) из \mathcal{H}_{oc} .

Квантовый принцип обработки информации основан на следующих возможностях: векторы состояния из $\otimes \mathcal{H}$ могут быть использованы в качестве носителя информации; унитарными преобразованиями вектора состояния в гильбертовом пространстве можно представить необходимые для вычисления все действия алгебры логики; для преобразования информации необязательны пространственные перемещения ее носителя: при наличии когерентной корреляции происходит параллельная обработка информации, приводящая к экспоненциальной зависимости производительности от размерности $\otimes \mathcal{H}$, т.е. от количества компонент квантовой системы; квантовый принцип обработки применим в промежутке времени, ограниченном временем декогерентизации; можно осуществлять последовательно-параллельное вычисление, т.е. составить композицию (сочетание) унитарных операторов; можно моделировать квантовые процессы: результат обработки информации в общем случае носит вероятностный характер; нельзя произвести промежуточный информационный процесс без изменения состояния системы. Из этих свойств следует, что: а) индуцированный соотношением (2) классический алгоритм рекуррентности с

необратимыми информационными процессами не выполним динамикой изолированной квантовой системы; б) конечное число повторения в рекуррентном алгоритме по соотношению (2) можно представить квантовым алгоритмом с конечным числом последовательных обратимых процессов в замкнутой квантовой системе.

Требование рекуррентности выдвигает вопросы сходимости по какой-то норме и «близости». В классическом случае эта необходимость не вызывает никаких затруднений, т.к. у нас есть достаточные знания о системе; в любой момент времени мы можем измерить (или снять результаты вычисления) значения любого параметра, по какому-то алгоритму варьировать весовыми функциями.

В квантовом случае это не выполнимо, поэтому требуются другие принципы для проведения процедуры повторения и обеспечения сходимости. Это составляет сущность второго утверждения. На основе линейности унитарных преобразований и принципа суперпозиции одновременное параллельное воздействие нескольких информационных классического случая в квантовом случае можно заменить последовательными преобразованиями:

$$U_i(t) \sum W_{ij} \rightarrow \prod_j U_{ij}(t + j\tau) W_{ij} x_j. \quad (5)$$

В классическом случае управляются весовые функции, в квантовом случае - унитарные преобразования или исходное состояние. Поэтому обратную связь в классическом алгоритме (рекуррентная самозависимость) в квантовом случае заменим периодическим по времени повторением унитарного преобразования. Они физически реализуемы одной и той же квантовой системой с пространством $\otimes \mathcal{H}$.

Теперь определим меру близости векторов состояний. С физической и алгоритмической точек зрения, она важна лишь для формирования информации для обратной связи в случае повторяющихся процессов обработки информации.

Квантовые алгоритмы представляются некоторой алгеброй операторов на $\otimes \mathcal{H}$, общей и универсальной из которых является геометрическая алгебра Клиффорда, содержащая кватернионную, спинорную и другие алгебры. Квантовое представление такой опорной алгебры является последовательным способом обработки информации.

Нашей целью является нахождение принципов составления квантовых рекуррентных алгоритмов.

Теория. Среди физических путей реализации более предпочтительны твердотельные и полупроводниковые компьютеры со спинорным (псевдоспинорным) пространством состояний $\otimes \mathcal{H}$. Наиболее простой гамильтониан для обратимого выполнения унитарных и бинарных операций следующий:

$$\hat{H} = \hat{H}_A(\eta_A) \otimes \hat{I}_B + \hat{I}_A \otimes \hat{H}_B(\eta_B) + \hat{H}_{AB}(\xi_{AB}) + \hat{H}(\omega, t), \quad (6)$$

где η_A , η_B и ξ_{AB} - параметры управления кубитами A, B и их корреляцией, представляющие собой некоторые физические взаимодействия. Первые три члена (6) предназначены для образования нужного (четырёхуровневого) энергетического спектра, а с помощью последнего члена преобразуются (информационные) состояния системы.

Конкретный вид операторов в правой части (6) зависит от характера физических причин их появления, которые сказываются на количественных характеристиках, но не на качественных. Поэтому здесь ограничимся простыми спиновыми взаимодействиями (более общие гамильтонианы рассмотрены в работах [3, 4]). Пусть система находится в постоянном магнитном поле $(0, 0, B_0)$. Тогда имеем [3, 5]

$$\hat{H}_{AB} = \frac{1}{2} \mu_{A,B} g_{A,B} B_0 \sigma_z^{A,B}; \quad \hat{H}_{AB} = \frac{2\mu_0}{3} 2g_A \mu_A g_B \mu_B |\psi_0(0)|^2 (\hat{S}_A, \hat{S}_B), \quad (7)$$

где σ_i - матрицы Паули; $\mu_{AB} = e / cm_{AB}$; $g_{AB} \cdot \mu_{A,B}$ - магнитные моменты. Здесь \hat{H}_{AB} - гамильтониан взаимодействия электронного и ядерного спинов (гамильтониан Ферми); $|\psi(\vec{r})|^2$ - электронная плотность, играющая роль параметра ξ . Для спинов электронных систем можно было бы взять гамильтониан гейзенбергского типа, а для взаимодействия двух ядерных спинов - гамильтониан Изинги. Они отличались бы резонансными частотами, характером параметра управления ξ и временами декогерентизации. В качестве последнего члена в правой части (6) возьмем гамильтониан взаимодействия квантовой системы с импульсом электромагнитного поля с амплитудой $(0, B_i, 0)$:

$$\hat{H}(t) = \sum_i \hat{H}_i(t) = \sum_i \sigma_y B_i P(t) \sin \omega_i t, \quad (8)$$

где ω_i - резонансная частота для i -го импульса, определенная тонким и сверхтонким спектрами системы, а $P(t)$ - его огибающая. Последовательности этих импульсов соответствуют алгоритму обработки информации.

Каждый импульс поворачивает вектор состояния (спин) на угол $\varphi_\tau = \Omega\tau$ с частотой Раби $\Omega = -\mu B / 4$. Соответствующий унитарный оператор обозначим через \hat{U}_φ .

Выбором частоты ω_i регулируется динамика того или иного кубита под действием \hat{U}_φ . Поэтому \hat{U}_φ служит основой для выполнения логических операций, в том числе и бинарных, посредством условной динамики спина при взаимодействии с другим спином, представленным гамильтонианом \hat{H}_{AB} в формуле (7). Если это взаимодействие выключено, то последним членом в гамильтониане (6) при помощи опрокидывающего π - импульса можно производить одноместную операцию обмена места информационных потенциалов кубита (для чистых состояний- это операция NOT) и операцию перевода крайних точек выпуклого пространства \mathcal{H}_i в равновероятную суперпозицию базисных состояний (оператор Адамара, производящий поворот угла $\pi/4$):

$$N \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix}; \quad h \begin{pmatrix} 2\alpha \\ 2\beta \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\alpha \\ 2\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha + \beta \\ \alpha - \beta \end{pmatrix}. \quad (9)$$

В пространстве состояний $\otimes_1^n \mathcal{H}$ эту функцию выполняет тензорное произведение n операторов Адамара (оператор Уолша w), которое, как и n , можно представить в форме

$$w|x\rangle = \sqrt{\frac{1}{N}} \sum_0^{N-1} (-1)^{xy} |y\rangle; \quad xy = \sum_0^{N-1} (x_i \wedge y_i). \quad (10)$$

Если включить спин-спин взаимодействие в (6) и образовать запутанные состояния из \mathcal{H}_{AB} , то сможем выполнить условный поворот вектора состояния на угол φ , а также операторы XOR, обмена и т.д.:

$$U_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix}; \quad C_N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad S_w = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Здесь C_N (XOR «исключающее-ИЛИ») отображает состояние подпространства $\mathcal{H} \otimes$ в состояние $\mathcal{H}_{A \otimes B}$ и наоборот; S_w меняет состояние кубитов A и B. Операторы C_N и S_w , как и N и n , самообратимы. Эти операторы составляют достаточно эффективный набор, композициями которых можно

представить семейство $\left\{ \exp \frac{2\pi i}{N} k \right\}$ для $k=0, \dots, N-1$, операторы «инверсии»

«диффузии», группу Вейла, а также Фурье-, вейвлет-, пекаря (двусторонний сдвиг Бернулли)- преобразования и широкий класс квантовых алгоритмов.

Пусть $U(t)$ - некоторый квантовый алгоритм обработки информации (т.е. композиция по этому алгоритму операторов типа (9)-(11)). Тогда динамика системы задается уравнением

$$\psi(t) = U(t)\psi(0). \quad (12)$$

Здесь $U(t)$ может содержать некоторые цепочки рекуррентных или повторяющихся циклов, как, например, в алгоритме Гровера [3]. Это безусловная рекуррентия. Для обучения нейросетей необходима другая условная рекуррентия, когда повторение происходит при содействии некоторых условий, зависящих от прежних результатов обработки.

В классическом случае в любой момент времени мы можем знать (измерить) состояние системы, копировать его и применять в алгоритме решения. Из-за отсутствия этих свойств у квантовой системы поступим иначе. Сначала мы должны определить некоторую условную информационную меру, не совпадающую, вообще говоря, с мерой пространства $\otimes \mathcal{H}$. Ее выбор может быть разным в зависимости от характера и условий конкретной задачи. Можно выбрать меру близости $\Delta_k(\psi_k, \psi_{k-1})$ двух векторов состояния или меру близости $\Delta_k(U_k, U_{k-1})$ двух эволюционных операторов и т.д. В первом случае (12) приводит к рекуррентному соотношению

$$\psi_k(0) = U_\varphi(\Delta_k)\psi_{k-1}(0); \quad \psi_k(t) = U(t)\psi_k(0), \quad (13)$$

а во втором случае:

$$U_k(t) = U_\varphi(\Delta_k)U_{k-1}(t); \quad \psi_k(t) = U_k(t)\psi(0). \quad (14)$$

В соотношении (13) рекуррентность относится только к исходному состоянию $\psi(0)$, каждый результат которого обрабатывается одним и тем же алгоритмом $U(t)$. В (14)- наоборот: одно и то же исходное состояние подвергается рекуррентно меняющейся эволюции. Далее будем придерживаться соотношения (13), т.е. производится квантовая реализация классических принципов нейронной обработки информации. Для простоты в качестве Δ_k выберем просто разность состояний k и $(k-1)$. Заметим, что

$$C_N \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ a \oplus b \text{ mod } 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ (a-b) \text{ mod } 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ \Delta(a,b) \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Тогда фрагмент квантовой схемы для реализации (13) может быть представлен в виде, показанном на рисунке, откуда видно, что для формирования Δ_k неоднократно выполняются операции C_N по (14), $U(t)$ и $U_\varphi(\Delta_j)$, т.е. $\Delta_k = \Delta_k(C_N, U(t), U_\varphi, k, (k-1))$. В результате условно-рекуррентный алгоритм (11) с заданным числом повторения принимает вид

$$\psi_k(t) = U(t) \left(\prod^{k-1} U_\varphi(\Delta_i) \right) \psi(0) = U_{\text{tot}}(t, k) \psi(0). \quad (16)$$

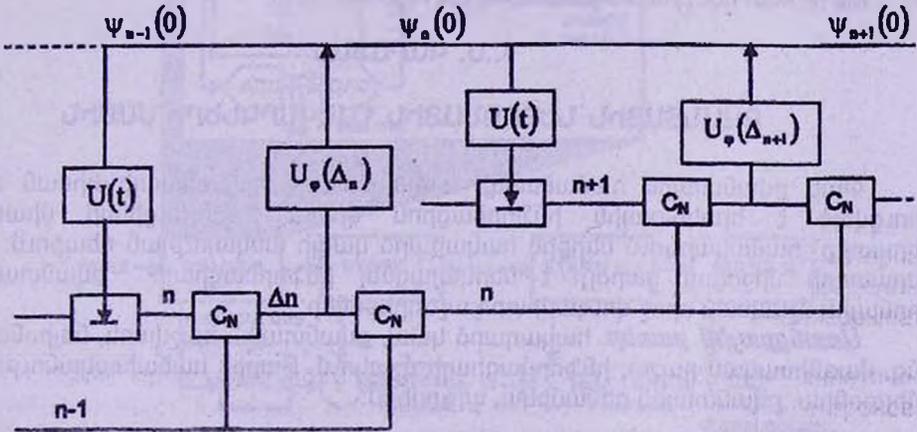


Рис. Фрагмент квантовой схемы обработки информации по формуле (16). Контролирующая в данной операции линия указана точкой, а контролируемая линия - символом оператора внутри квадрата. Стрела из оператора $U(t)$ указывает регистр с преобразованным состоянием

Обсуждение. Схема на рисунке отличается максимальным аппаратурным расходом, что можно «поменять» на временные расходы, если при помощи оператора обмена S_w очистить регистры. Тогда обработку информации можно выполнить только на трех квантовых регистрах для $\psi(0)$, $|n\rangle$ и $|n-1\rangle$ (или

вместо $|p-1\rangle$ некоторый заданный экспертный вектор $|d\rangle$). Очевидно, что если при некотором значении $\Delta_1 = 0$, то $U_\varphi(\Delta_1) = 1$, а также $\Delta_{i \geq 1} = 0$ и $U_\varphi(\Delta_{i \geq 1}) = 1$, т.е. получено искомое состояние.

Уравнение (16) описывает динамику замкнутой системы. Заметим, что полное время выполнения (16) должно быть меньше минимального времени декогерентизации. Это сужает область применения предложенного метода, тем не менее, если мы применим для тех алгоритмов, сходимость которых должна быть установлена заранее.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Осовский С.А. Нейронные сети для обработки информации. -М.: Финансы и статистика, 2002. - 344 с.
2. Фейнман Р. Квантовый компьютер и квантовые вычисления // РХД. - М., 1999. -Т.2. С. 96-125.
3. Валиев К.А., Кокин А.А. Квантовые компьютеры: Надежды и реальность // Регулярная и хаотическая динамика, -Ижевск, 2001.- 352 с.
4. Бенев П. Квантомеханические гамильтоновы модели машин Тьюринга // Квантовый компьютер и квантовые вычисления Т.2 // РХД. - М.,1999. -С. 53-96.
5. Ди Винченцо. Квантовые вычисления // Регулярная и хаотическая динамика. -Ижевск, 1999. -Т.1. -С. 35-55.

ЕГУ. Материал поступил в редакцию 20.10.2006.

Հ.Ս. ԿԱՐԱՅԱՆ

ԶՎԱՆՏԱՅԻՆ ՆԵՅՐՈՆԱՅԻՆ ՀԱՇՎԱՐԿՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Փակ քվանտային համակարգի պայմանական դինամիկայի հիման վրա կառուցված է ելակետային ինֆորմացիոն վիճակի էվոլյուցիայի միատեղ օպերատոր՝ համակարգում ներքին հակադարձ կապի առկայության դեպքում: Այդ օպերատորի միջոցով կարելի է ներկայացնել ինֆորմացիայի քվանտային նեյրոնային մշակման որոշ զուգամիտող ալգորիթմներ:

Առանցքային բառեր. հակադարձ կապ, քվանտային հաշվարկ, նեյրոնային ցանց, մագնիսական դաշտ, ինֆորմացիայի մշակում, Ռաբիի հաճախականություն համիլտոնիա, քվանտային դինամիկա, ալգորիթմ:

H.S. KARAYAN

ON QUANTUM NEURAL CALCULATIONS

On the basis of conditional dynamics of quantum closed system the evolution unitary operator of the initial information condition is constructed at the presence internal feedback in the system. With the help of this operator it is possible to present some descending algorithms of quantum-neural processing of the information.

Keywords: feedback, quantum calculation, neural network, magnetic field, information processing, frequency Ruby, hamiltonian, quantum dynamics, algorithm.