

Д.С. ГАБРИЕЛЯН

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ У ТРЕЩИН КОРКИ НЕПРЕРЫВНОГО СЛИТКА В ЗОНЕ ВТОРИЧНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

Рассматриваются задачи определения напряженного состояния корки слитка при наличии наружных или внутренних трещин. Решение задачи как для наружной трещины, так и для внутренней залечивающейся трещины сведено к линейной системе алгебраических уравнений. На основе полученных решений можно рассмотреть поведение трещин в зоне вторичного охлаждения с учетом высокого температурного поля, имеющегося в слитке, а также силовых факторов, возникающих в результате взаимодействия слитка с направляющим аппаратом машины непрерывной разливки.

Ключевые слова: трещина, непрерывный слиток, зона охлаждения, вершина трещины, коэффициент интенсивности напряжений, температурное поле, корка непрерывного слитка.

Многочисленные исследования, проведенные различными авторами, показывают, что трещины, существующие в кристаллизующемся металле, в основном возникают в области, включающей двухфазную зону затвердевающего слитка. Поведение трещины в технологическом процессе непрерывной разливки стали можно изучить, имея картину напряженно-деформированного состояния корки слитка в области, включающей трещину. Коэффициент интенсивности напряжений у вершины определяет возможность распространения трещины в глубь твердой корки, а направления перемещений берегов трещины определяют возможность проникновения жидкого металла в щель и дальнейшее ее "залечивание".

В данной работе сделана попытка получить решение задачи определения напряженно-деформированного состояния корки слитка в окрестности появившейся трещины в форме, позволяющей применять полученное решение для инженерных расчетов. Здесь учитывается наращивание толщины корки за счет кристаллизации жидкого металла по закону $k\sqrt{t}$, где k – коэффициент кристаллизации [1,4]. Отвердевает и жидкий металл, проникающий в щель, но коэффициент кристаллизации k_1 у него ($k_1 > k$) определяется в зависимости от глубины и степени раскрытия берегов трещины в начальный момент ее возникновения. Учитывается также зависимость упругих характеристик стали от температуры. Модуль Юнга аппроксимируется следующим выражением:

$$E = E_0 \exp(-\delta T), \quad (1)$$

где E_0 , δ – постоянные, определяемые из существующих экспериментальных кривых [2]; T – температура слитка.

Температурное поле в корке непрерывного слитка имеет слабую нелинейность по толщине корки и может быть достаточно хорошо аппроксимировано квадратичным полиномом

$$T = \left(1 - \frac{x}{a(t)}\right) T_H + C_1 \frac{x}{a(t)} + \varepsilon_1 \frac{x}{a(t)} \left(1 - \frac{x}{a(t)}\right), \quad (2)$$

где T_H – температура на наружной поверхности слитка; C_1, ε_1 – постоянные, определяемые из условий аппроксимации температурных кривых; $a(t) = a_0 + k\sqrt{t}$ – текущая толщина корки слитка в момент $t > 0$; a_0 – толщина корки слитка в момент появления трещины.

Поставленная задача сводится к решению задачи для бесконечной полосы со свободными боковыми поверхностями при условиях:

а) когда

$$t < \frac{(\ell_0 - \ell_1)^2}{(k_1 - k)^2} \quad (3)$$

с двумя поперечными трещинами, одна из которых краевая (рис. 1).

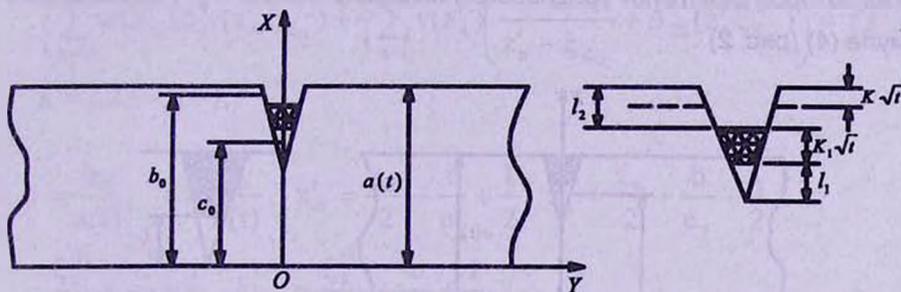


Рис. 1. Начальная стадия "залечивания" трещины

Напряжения, действующие на берега трещин (в безразмерных координатах), определяются выражением

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(i)} = & -\alpha E_0 \exp(-\delta T_H) \left\{ \left[T_H + c_1 a(t) \xi_i \lambda_i + \varepsilon_1 a^2(t) \lambda_i \xi_i (1 - \lambda_i \xi_i) \right] \times \right. \\ & \times \exp \left[-\delta \left(c_1 a(t) \xi_i \lambda_i + \varepsilon_1 a^2(t) \lambda_i \xi_i (1 - \xi_i \lambda_i) \right) \right] - T_H \left(1 - 6(\lambda_i \xi_i - \frac{1}{2}) \right) J_1 - \\ & - J_2 \left[c_1 a(t) + 12 \left(\lambda_i \xi_i - \frac{1}{2} \right) \times \left(T_H - \frac{1}{2} c_1 a(t) \right) \right] - \\ & - \lambda_i \xi_i a^2(t) \left(1 - 6(\lambda_i \xi_i - \frac{1}{2}) \right) J_3 - 12 \left(\lambda_i \xi_i - \frac{1}{2} \right) \times \\ & \left. \times (c_1 a(t) J_4 + \varepsilon_1 a^2(t) J_5) \right\}, \quad (4) \end{aligned}$$

где $\lambda_i = \frac{\ell_i}{a(t)}$, $\xi_i = \frac{x}{\ell_i}$, $\ell_2 = (\ell_0 - \ell_1 - k_1 \sqrt{t})$; индекс 1 соответствует краевой трещине, а индекс 2- внутренней трещине; α - коэффициент теплового расширения; J_1, J_2, J_3, J_4, J_5 - величины, которые вычисляются при помощи определенных интегралов.

Чтобы иметь истинное поле напряжений, к полученным значениям напряжений σ прибавляем решение той же задачи с учетом, что на берегах трещин действуют равные по величине, но обратные направленные напряжения

$$\sigma_y^i = -P_i(x); \quad (5)$$

б) когда

$$t \geq \frac{(\ell_0 - \ell_1)^2}{(k - k_1)^2}, \quad (6)$$

то краевая трещина "залечивается" и остается только внутренняя трещина, на берегах которой действуют уравновешенные напряжения $\sigma_y^{(2)}$, выраженные по формуле (4) (рис. 2).

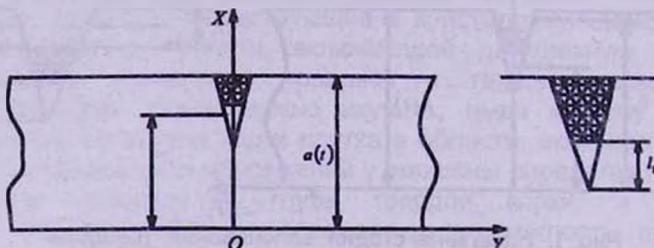


Рис. 2. Вторая стадия "залечивания" трещины

Для первого случая задача сводится к решению систем интегральных уравнений Фредгольма первого рода [3]:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 v_1'(\eta) \left(\frac{1}{\eta - \xi_1} + \Delta_{11} \right) d\eta + \int_{-1}^1 v_2'(\eta) \Delta_{12} d\eta &= \pi P_1(\xi), \\ \int_{-1}^1 v_2'(\eta) \left(\frac{1}{\eta - \xi_2} + \Delta_{22} \right) d\eta + \int_{-1}^1 v_1'(\eta) \Delta_{21} d\eta &= \pi P_2(\xi), \end{aligned} \quad (7)$$

где v_1 - нормальное перемещение берегов краевой трещины; v_2 - то же, для внутренней трещины; ' - означает дифференцирование по x ; $\Delta_{ij} = \Delta_{ij}(\eta, \xi_i, \xi_j)$ - функции, определяемые при помощи несобственных интегралов.

Следуя [3], представим функции v в виде

$$\begin{aligned} v'_1(z_m) &= w(z)(1-z^2)^{-1/2}, \\ v'_2(z_n) &= v(z)(1-z^2)^{-1/2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $w(z)$ и $v(z)$ ищем в виде интерполяционного полинома Лагранжа по чебышевским узлам:

$$z_m = \cos \frac{2m-1}{2i} \pi, \quad z_n = \cos \frac{2n-1}{2j} \pi, \quad (9)$$

где i и j - натуральные числа.

Из системы интегральных уравнений (7) получим $i+j-2$ линейных алгебраических уравнений для определения $i+j$ неизвестных:

$$\frac{1}{i} \sum_{m=1}^i w(z'_m) \left(\frac{1}{z'_m - \xi_{K_{11}}} + \Delta_{11}(z'_m \xi_{K_{11}}) \right) + \frac{1}{j} \sum_{k=1}^j v(z'_n) \Delta_{12}(z'_n \xi_{K_{12}}) = f_K^{(1)},$$

$$k = 1, 2, \dots, i-1, \quad (10)$$

$$\frac{1}{i} \sum_{m=1}^i w(z'_m) \Delta_{21}(z'_m \xi_{K_{11}}) + \frac{1}{j} \sum_{n=1}^j v(z'_n) \left(\frac{1}{z'_n - \xi_{K_{12}}} + \Delta_{22}(z'_n \xi_{K_{12}}) \right) = f_K^{(2)},$$

$$k = 1, 2, \dots, j-1,$$

$$\text{где } b = \frac{b_0}{a(t)}, \quad c = \frac{c_0}{a(t)}, \quad z'_m = \frac{z_m}{2} + \frac{c}{e_1} + \frac{1}{2}, \quad z'_n = \frac{z_n}{2} + \frac{b}{e_2} + \frac{1}{2},$$

$$\xi_{K_{11}} = \frac{\xi_K^{(1)}}{2} + \frac{c}{e_1} + \frac{1}{2}, \quad \xi_{K_{12}} = \frac{\xi_K^{(2)}}{2} + \frac{b}{e_2} + \frac{1}{2},$$

$$\xi_K^{(1)} = \cos \frac{K\pi}{i}, \quad \xi_K^{(2)} = \cos \frac{K\pi}{j}, \quad f_K^i = \frac{1}{\pi} P(x).$$

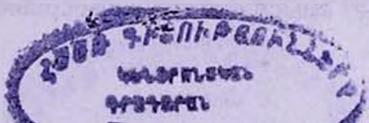
Недостающие два уравнения получим из условий

$$v_n(-1) = 0, \quad w_n(-1) = 0,$$

$$\sum_{n=1}^i w(z'_m) v(z'_n) \operatorname{tg} \frac{z_n - 1}{4i} \pi = 0, \quad (11)$$

$$\sum_{m=1}^i w(z'_m) = 0.$$

Определив неизвестные по полученным формулам (10) и (11), вычислим коэффициенты интенсивности напряжений [3]:



$$\begin{aligned}
 K_1 &= \frac{\alpha E_0}{\pi} \sqrt{\frac{\ell_2}{2}} \frac{1}{i} \sum_{m=1}^i (-1)^m w_m \operatorname{ctg} \frac{2n-1}{4i} \pi, \\
 K_2 &= \frac{\alpha E_0}{\pi} \sqrt{\frac{\ell_1}{2}} \frac{1}{i} \sum_{m=1}^i (-1)^{m+1} v_m \operatorname{ctg} \frac{2n-1}{4i} \pi, \\
 K_3 &= \frac{\alpha E_0}{\pi} \sqrt{\frac{\ell_1}{2}} \frac{1}{i} \sum_{m=1}^i (-1)^{m+i} v_m \operatorname{tg} \frac{2n-1}{4i} \pi,
 \end{aligned} \tag{12}$$

где K_1 соответствует вершине краевой трещины, а K_2 и K_3 - "верхней" и "нижней" вершинам внутренней трещины. Под "верхней" вершиной трещины подразумевается вершина, направленная в сторону краевой трещины.

Во втором случае, когда для вершины справедливо соотношение (6), краевая трещина закроется и останется только внутренняя трещина (рис. 2).

Соответственно, вместо системы интегральных уравнений (7) получается интегральное уравнение Фредгольма первого рода [3]:

$$\int_{-1}^1 V'(\eta) \left(\frac{1}{\eta - \xi} + K(\xi, \eta) \right) d\eta = f_{\kappa}^{(1)}. \tag{13}$$

Из решения (13), которое реализуется аналогично первому случаю, определяются коэффициенты интенсивности напряжений K_2 и K_3 у вершины внутренней трещины.

На рис.3 приведены графики изменения коэффициентов интенсивности напряжений у вершин краевой и внутренней трещин в зависимости от времени. Графики построены на основе численного решения полученных интегральных уравнений для случая, когда начальная толщина корки - $a=20$ мм, коэффициент кристаллизации - $k=2,75$ мм/(с)^{0,5}, а коэффициент кристаллизации жидкого металла, заполнявшего трещину, $k_1=3,57$ мм/(с)^{0,5}. Как следует из приведенных графиков, наблюдается резкое изменение коэффициентов интенсивности напряжений как в начальной стадии затвердевания жидкого металла в щели, так и в конечной стадии.

Нестабильность коэффициентов интенсивности напряжений в начальный период наблюдается у трещин с более короткой начальной длиной $\ell_0=2; 4$ мм (рис.3 а, б). У трещин сравнительно "большой" длины $\ell_0=6...10$ мм (рис.3 в, б, г) в первый период ($t < 1с$) затвердевания жидкого металла в щели коэффициенты интенсивности напряжений ведут себя "спокойно", а в дальнейшем наблюдается нестабильность поведения во времени.

Для трещин, начальная длина которых меньше 4 мм, возможно "залечивание" трещины при отсутствии других внешних факторов (изгиб, растяжение и т.д.). То же можно говорить и о трещине длиной около 6 мм, но у последней возможно образование пор у вершины трещины благодаря совпадению знаков K_2 и K_3 в начальный период затвердевания жидкого металла в щели. Учитывая вышесказанное, исследование поведения берегов имеет смысл для трещины сравнительно короткой начальной длины.

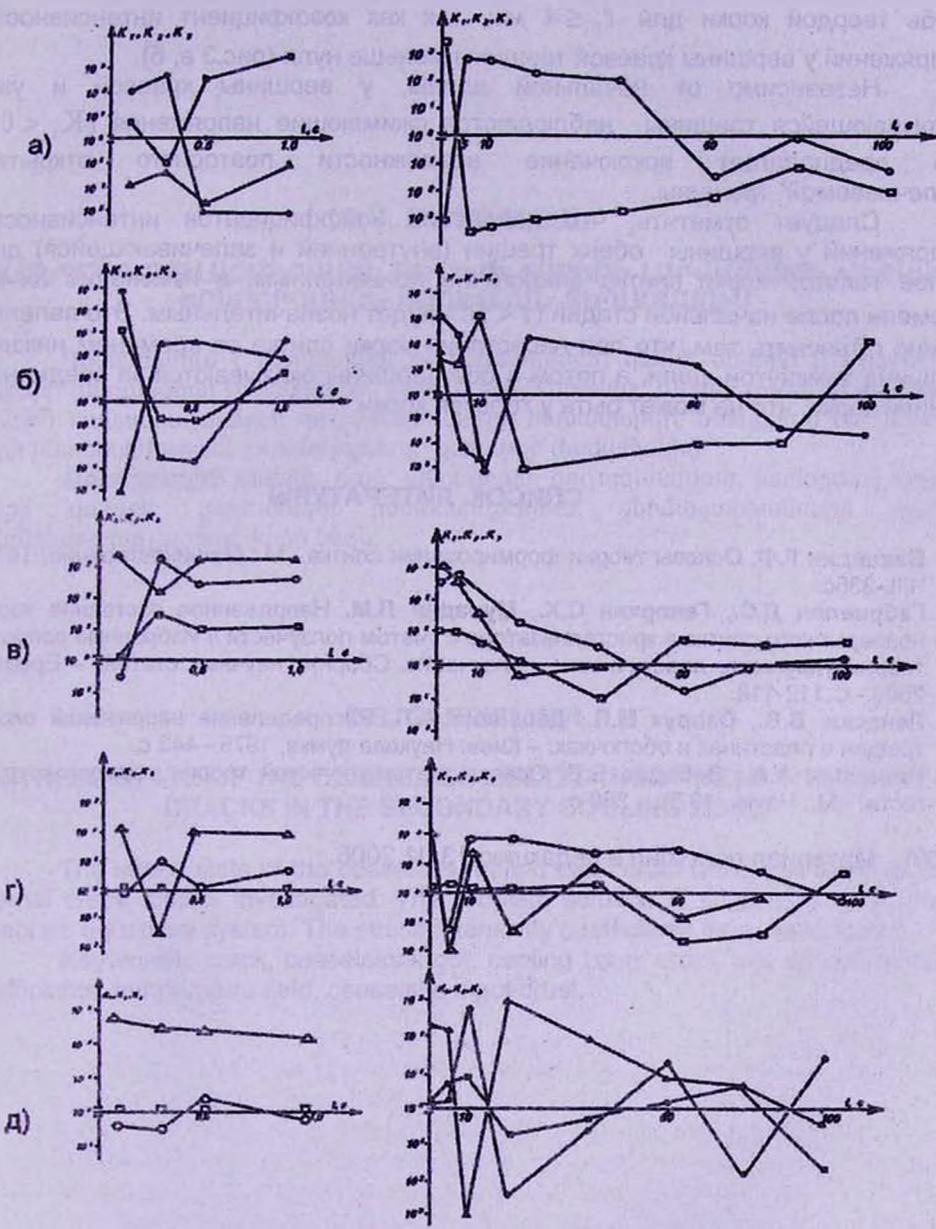
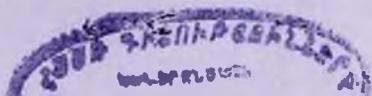


Рис. 3. Изменение коэффициентов интенсивности напряжений во времени
 \triangle - K_1 , \square - K_2 , \circ - K_3 ,

а - $l_0 = 2 \text{ мм}$; б - $l_0 = 4 \text{ мм}$, в - $l_0 = 6 \text{ мм}$, г - $l_0 = 8 \text{ мм}$, д - $l_0 = 10 \text{ мм}$



Необходимо отметить, что исключается проникновение трещины в глубину твердой корки для $l_0 \leq 4$ мм, так как коэффициент интенсивности напряжений у вершины краевой трещины меньше нуля (рис.3 а, б).

Независимо от начальной длины, у вершины краевой и уже закрывающейся трещины наблюдаются сжимающие напряжения ($K_1 < 0$), что предполагает исключение возможности повторного открытия "залечиваемой" трещины.

Следует отметить, что поведение коэффициентов интенсивности напряжений у вершины обеих трещин (внутренней и залечиваемой) для более толстой корки слитка аналогично приведенным, а изменение их во времени после начальной стадии ($t < 5c$) будет незначительным. Это явление можно объяснить тем, что при нарастании корки слитка со временем нижняя вершина замкнутой щели, а потом и обе вершины оказываются за срединной линией корки, что не может быть у толстой корки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баландин Г.Ф. Основы теории формирования слитка.- М.: Машиностроение, 1979. Ч II.-335с.
2. Габриелян Д.С., Геворкян С.Х., Мурадян Л.М. Напряженное состояние корки непрерывного слитка в кристаллизаторе с учетом ползучести // Избранные вопросы теории упругости, пластичности, ползучести: Сборник научных статей. – Ереван, 2006.- С.112-118.
3. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацышин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. – Киев: Наукова думка, 1976.- 443 с.
4. Ильюшин А.А., Победра Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. - М.: Наука, 1970. – 280 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 13.01.2006.

Դ.Ս. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ

ԱՆՆՆԴՐԱՏ ԶՈՒՄԱԶԱՆԳՎԱԾԻ ԿԵՂԵՎԻ ՃԱՔԵՐԻ ԼԱՐՎԱՅԱՑԻՆ ՎԻՃԱԿԸ ԵՐԿՐՈՐԴԱԿԱՆ ՍԱՌԵՑՄԱՆ ՏԵՐԱՄԱՍՈՒՄ

Դիտարկվում է անընդհատ ձուլազանգվածի կեղևի ներքին և արտաքին ճաքերի զագաթների շրջակայքում լարվածային վիճակը: Խնդրի լուծումը բերված է գծային հանրահաշվական հավասարումների համակարգի, ստացված են լարումների ինտենսիվության գործակիցները՝ կախված ժամանակից:

Առանցքային բառեր. ճաք, անընդհատ ձուլազանգված, սառեցման գոտի, ճաքի զագաթ, լարումների ինտենսիվություն, ջերմաստիճանային դաշտ, անընդհատ ձուլազանգվածի կեղև:

D.S. GABRIELIAN

STRESS STATE OF THE CEASELESS MELTED INGOT NEAR THE CRUST CRACKS IN THE SECONDARY COOLING ZONE

The stress state of the ceaseless melted ingot crust within the external and internal crack tops is investigated. The problem solution is presented as a linear algebraic equations system. The stress intensity coefficients have been found.

Keywords: crack, ceaseless ingot, cooling zone, crack top, stress intensity coefficients, temperature field, ceaseless ingot crust.