УДК 677.052.3 МАШИНОСТРОЕНИЕ

А.Р. ПАПОЯН, А.С. ЧАХАЛЯН

ДИНАМИКА БЫСТРОХОДНОГО РОТОРНОГО УЗЛА С КОМБИНИРОВАННЫМИ ОПОРАМИ

Рассматривается динамика быстроходного ротора, установленного на комбинированные опоры: упругий поворотный шарнир с одного конца и дисковая опора в промежуточной части ротора с упругой подвеской. Составлены динамическая модель, уравнения движения системы и исследовано влияние упруго-геометрических параметров на условия вращения ротора. Предложенные алгоритм и программа расчета применены для решения оптимизационных задач минимизации динамических нагрузок в опорах и амплитуды колебаний ротора.

Ключевые слова: быстроходный ротор, комбинированные опоры, уравнения движения, амплитуда и фазовый портрет, жесткость опоры.

Исследования проводились для роторного узла новой конструкции, защищенной авторскими правами [1]. Особенностью конструкции предложенного узла являются опоры ротора. Вращение ротора осуществляется от соосного роторного привода, передающего крутящий момент с помощью упругой муфты, а ось вращения ротора обеспечивается с помощью дисковой опоры, которая через упругую подвеску вмонтирована в корпус ротора.

Ранее проведенные исследования показали, что если опоры ротора достаточно податливы, то при частоте вращения до 10000 c^{-1} его можно рассматривать как жесткий, установленный на упругих опорах [2,3]. В работе ротор моделирован как жесткий вал с диском, имеющим массу m, с осевым и экваториальным моментами инерции J_c и A_c соответственно. Ротор одним концом установлен в шарнирную опору, имеющую поворотную жесткость c_φ и коэффициент затухания ξ_φ, а в промежуточной части установлен в опоре с линейной характеристикой, жесткостью c_1, коэффициентом затухания ξ_1. Эта опора, в свою очередь, установлена в упругой подвеске с массой m_3, жесткостью c_2, коэффициентом затухания ξ_2 (рис.1а). Динамическая неуравновешенность ротора характеризуется эксцентриситетом e от центра масс диска до оси вращения и углом δ между осью вращения и главной центральной осью диска.

Для составления уравнений установившегося движения ротора выбрана неподвижная система координат $OXYZ$ (рис.1б), где оси X и Z направлены перпендикулярно оси ротора, а ось Y совпадает с осью находящегося в равновесии ротора. O_1 и O_2 - геометрические центры ротора и подвески в точке, совпадающей с центром масс ротора, соответственно, при отклонении системы от положения равновесия. Указанные оси составляют правую систему координат [4].

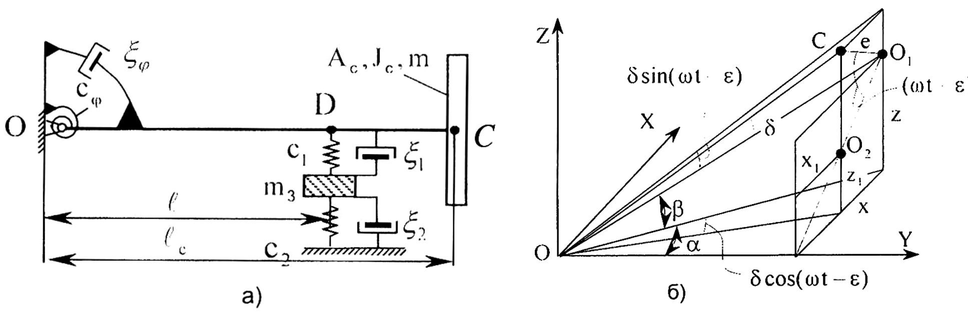

Рис.1, а - расчетная схема ротора; б - система координат ротора

Положение главной центральной оси ротора можно представить с помощью углов α_1 и β_1, значения которых можно рассчитать выражениями

$$\alpha_1 = \alpha + \delta\cos(\omega t - \varepsilon) = (x/\ell) + \delta\cos(\omega t - \varepsilon), \tag{1}$$

$$\beta_1 = \beta + \delta\sin(\omega t - \varepsilon) = (z/\ell) + \delta\sin(\omega t - \varepsilon). \tag{2}$$

Тогда координаты центра масс ротора можно рассчитать из выражений

$$x_c = (\ell_c/\ell)x + e\cos\omega t\,, \tag{3}$$

$$z_c = (\ell_c/\ell)z + e\sin\omega t\,. \tag{4}$$

Для составления уравнений движения ротора воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot q_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot q_j} = 0\,, \tag{5}$$

где Π - потенциальная энергия системы, определяемая в виде

$$\Pi = \frac{1}{2}c_2\left(x_1^{\,2} + z_1^{\,2}\right) + \frac{1}{2}c_1\left((x - x_1)^2 + (z - z_1)^2\right) + \frac{c_\varphi}{2\cdot\ell^2}\cdot\left(x^2 + z^2\right); \tag{6}$$

T - кинетическая энергия системы, определяемая в виде

$$\begin{aligned} T &= 0{,}5m\left(\dot x_c^2 + \dot z_c^2\right) + 0{,}5J_c\omega_y^2 + \frac{1}{2}A_c\left(\omega_x^2 + \omega_z^2\right) + 0{,}5m_3\left(\dot x_1^2 + \dot z_1^2\right) = \\ &= 0{,}5\frac{m}{\ell^2}\left[\left(\ell_c\dot x - \ell e\omega\sin\omega t\right)^2 + \left(\ell_c\dot z + \ell e\omega\cos\omega t\right)^2\right] + \\ &+ 0{,}5J_c\left(\omega + \frac{\dot x}{\ell^2}z - \delta\omega\frac{z}{\ell}\sin(\omega t - \varepsilon) + \delta\frac{\dot x}{\ell}\sin(\omega t - \varepsilon)\right)^2 + 0{,}5A_c \times \\ &\times\left(\left(\frac{\dot x}{\ell} - \delta\omega\sin(\omega t - \varepsilon)\right)^2 + \left(\frac{\dot z}{\ell} + \delta\omega\cos(\omega t - \varepsilon)\right)^2\right) + 0{,}5m_3\left(\dot x_1^2 + \dot z_1^2\right); \end{aligned} \tag{7}$$

Φ - функция рассеивания энергии Релея, определяемая в виде

$$\Phi = 0{,}5\xi_2\left(\dot{x}_1^{\,2} + \dot{z}_1^{\,2}\right) + 0{,}5\xi_1\left((\dot{x} - \dot{x}_1)^2 + (\dot{z} - \dot{z}_1)^2\right) + 0{,}5\left(\xi_\varphi / \ell^2\right)\left(\dot{x}^2 + \dot{z}^2\right). \quad (8)$$

С помощью (5) и с учетом (6)-(8) дифференциальные уравнения движения роторной системы принимают вид

$$\begin{cases} \left(m\ell_c^2 + A_c\right)\ddot{x} + \left(\xi_1\ell^2 + \xi_\varphi\right)\dot{x} - \xi_1\ell^2\dot{x}_1 + J_c\omega\dot{z} + c_1\ell^2(x - x_1) + c_\varphi x = \\ \quad = m\ell_c\ell e\omega^2\cos(\omega t) + \left(A_c - J_c\right)\ell\omega^2\delta\cos(\omega t - \varepsilon), \\ \left(m\ell_c^2 + A_c\right)\ddot{z} + \left(\xi_1\ell^2 + \xi_\varphi\right)\dot{z} - \xi_1\ell^2\dot{z}_1 - J_c\omega\dot{x} + c_1\ell^2(z - z_1) + c_\varphi z = \\ \quad = m\ell_c\ell e\omega^2\sin(\omega t) + \left(A_c - J_c\right)\ell\omega^2\delta\sin(\omega t - \varepsilon), \\ m_3\ddot{x}_1 + (\xi_1 + \xi_2)\dot{x}_1 - \xi_1\dot{x}_1 + (c_1 + c_2)x_1 - c_1 x = 0, \\ m_3\ddot{z}_1 + (\xi_1 + \xi_2)\dot{z}_1 - \xi_1\dot{z}_1 + (c_1 + c_2)z_1 - c_1 z = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Система уравнений решена в среде программного пакета MathCAD с помощью численного метода Рунге-Кутта с фиксированным шагом. В пакете предусмотрена подпрограмма Rkfixed (y_0, t_0, t_1, M, D), которая предназначена для решения системы уравнений только первого порядка. При реализации этой подпрограммы необходимо иметь следующие исходные параметры системы: y_0 - вектор начальных значений в точке t_0 размера $N \times 1$ (N - число уравнений в системе); t_0 - начальная точка расчета; t_1 - конечная точка расчета; M - число шагов, на которых численный метод находит решение; D - векторная функция аргумента t того же размера $N \times 1$ [5]. Для решения рассматриваемой задачи с помощью данной подпрограммы сначала необходимо снизить порядок уравнений системы (9) с помощью нижеприведенных назначений:

$$\begin{aligned} y_0 &\equiv x, \; y_4 \equiv x_1, \\ y_1 &\equiv \dot{x}, \; y_5 \equiv \dot{x}_1, \\ y_2 &\equiv z, \; y_6 \equiv z_1, \\ y_3 &\equiv \dot{z}, \; y_7 \equiv \dot{z}_1. \end{aligned}$$

В результате получим новую систему восьми дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{y}_0 = y_1, \\ \dot{y}_1 = d - hy_1 + gy_5 - ay_3 - b(y_0 - y_4) - cy_0, \\ \dot{y}_2 = y_3, \\ \dot{y}_3 = k - hy_3 + gy_7 + ay_1 - b(y_2 - y_6) - cy_2, \\ \dot{y}_4 = y_5, \\ \dot{y}_5 = qy_0 - py_5 + vy_1 - ny_4, \\ \dot{y}_6 = y_7, \\ \dot{y}_7 = qy_2 - py_7 + vy_3 - ny_6, \end{cases} \quad (10)$$

где приняты следующие обозначения:

$$a = J_c\omega / \left(ml_c^2 + A_c\right), b = c_1 l^2 / \left(ml_c^2 + A_c\right), c = c_\varphi / \left(ml_c^2 + A_c\right),$$

$$q = c_1/m_3,\ h = \left(\xi_1 l^2 + \xi_\varphi\right)/\left(m\ell_c^2 + A_c\right),\ g = \xi_1 l^2/\left(m\ell_c^2 + A_c\right),$$
$$d = (ml_c le\omega^2\cos(\omega t) + (A_c - J_c)l\delta\omega^2\cos(\omega t - \varepsilon))/\left(ml_c^2 + A_c\right),$$
$$k = (ml_c le\omega^2\sin(\omega t) + (A_c - J_c)l\delta\omega^2\sin(\omega t - \varepsilon))/\left(ml_c^2 + A_c\right),$$
$$p = \left(\xi_1 + \xi_2\right)/m_3,\ v = \xi_1/m_3,\ n = \left(c_1 + c_2\right)/m_3.$$

Отметим, что при выводе вектора начальных значений y_0 необходимо учесть, что в момент, когда $t = 0$, перемещения осей ротора и подвески под опорой D равны нулю. Выбор времени интегрирования рассчитан из условия наблюдения колебаний ротора примерно в течение 20 оборотов. При частоте вращения ротора 5000 *с*$^{-1}$ период вращения ротора составляет около 0,001*с*. Следовательно, время интегрирования желательно взять 0,02 *с*.

Расчеты произведены для ротора со следующими физико-геометрическими параметрами, которые определены для реального экспериментального образца нового роторного узла: $m = 0{,}15$ *кг*, $m_3 = 0{,}2$ *кг*, $J_c = 2{,}54 \cdot 10^{-4}$ *кгм²*, $A_c = 2{,}02 \cdot 10^{-4}$ *кгм²*, $\ell_c = 0{,}07$ *м*, $\ell = 0{,}03$ *м*, $c_\varphi = 2000$ *Нм/рад*.

На рис. 2а приведены графики изменения абсолютной величины амплитуды колебаний ротора и упруго-подвешенной подвески, а также изменения относительного перемещения ротора и подвески.

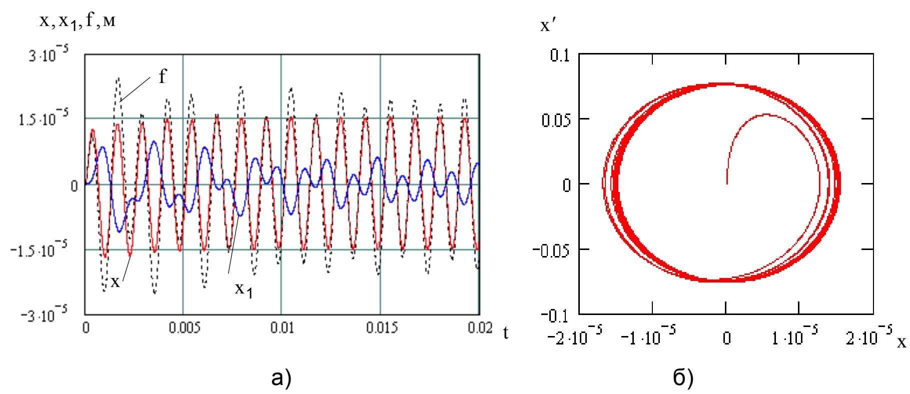

Рис. 2. Амплитуда колебаний ротора и подвески (а) и фазовый портрет колебаний ротора (б): x - абсолютные колебания ротора; x_1 - абсолютные колебания подвески; $f = x - x_1$ - относительные колебания ротора и подвески

Последняя разница - характерный показатель для оценки величины динамической составляющей нагрузки в дисковой опоре.

Результаты получены при следующих исходных значениях параметров системы: жесткость дисковой опоры и подвески $c_1 = 10^6$ *Н/м* и $c_1 = 10^4$ *Н/м* соответственно, поворотная жесткость шарнира $c_\varphi = 2 \cdot 10^3$ *Нм/рад,* коэффициенты затухания упругих элементов опор $\xi_1 = \xi_2 = 10$ *Нс/м*, шарнирной опоры - $\xi_\varphi = 10$ *Нм/с*$^{-1}$*,* частота вращения ротора $\omega = 5000$ *с*$^{-1}$. Как показывает анализ результатов, амплитуды колебаний ротора и подвески существенно отличаются. Если параметры системы подобраны необоснованно, то колебания этих элементов системы могут не совпадать по фазе, и в этом случае нагрузка на дисковую опору может значительно увеличиваться, что приведет к потере долговечности дисков. При этом необходимо отметить, что состояние системы устойчивое, о чем свидетельствует образ фазового портрета ротора (рис. 2б). Варьирование значениями коэффициентов затухания показывает, что изменение ξ_1 и ξ_2 незначительно влияет на поведение системы. В то же время выбор значения коэффициента ξ_φ очень существенен. При увеличении ξ_φ от 10 до 20 *Нм/с*$^{-1}$ максимальные значения параметров x, x_1 и f снижаются почти в два раза (см. табл.).

Таблица

No	ξ_φ, *Нм/с*$^{-1}$	Максимальное значение амплитуды колебаний, *м*		
		x	x_1	f
1	10	$1{,}5 \cdot 10^{-5}$	$9{,}7 \cdot 10^{-6}$	$2{,}2 \cdot 10^{-5}$
2	20	$7{,}2 \cdot 10^{-6}$	$4{,}7 \cdot 10^{-6}$	$1{,}2 \cdot 10^{-5}$

Отметим также, что изменение поворотной жесткости шарнира также незначительно влияет на рассматриваемые динамические параметры системы. Таким образом, для проектирования упруго-шарнирной опоры можно рекомендовать жесткость опоры примерно $c_\varphi = 2 \cdot 10^3$ *Нм/рад* с возможно высокой способностью шарнира к рассеиванию энергии. Также рассматривается случай, когда $c_\varphi = 0$ («чистый» шарнир без диссипативного элемента). При этом колебания ротора возрастают, а его фазовый портрет показывает на неустойчивость системы при вращении с постоянной частотой. В работе рассматривается случай, когда дисковая опора и упугая подвеска имеют одинаковую жесткость: низкую - $c_1 = c_2 = 10^4$ *Н/м* и высокую - $c_1 = c_2 = 10^6$ *Н/м.* В первом случае можно констатировать, что в динамике подвеска почти не колеблется (просто не успевает следить за процессом), и колебания ротора, а значит, и динамические нагрузки полностью воспринимают на себя дисковые опоры. Во втором случае колеблются и ротор, и подвеска ($x_{max} = 1{,}3 \cdot 10^{-5}$ *м,* $x_{1max} = 1{,}1 \cdot 10^{-5}$ *м*), но они двигаются в противофазе, и амплитуда относительных колебаний составляет $f = 2{,}6 \cdot 10^{-5}$ *м.*

Из вышесказанного следует, что необходимо правильно подобрать соотношение жесткостей дисковых опор и подвески.

Далее нами рассмотрено поведение системы при разных частотах вращения. На рис.3 приведены графики колебаний ротора и подвески, их фазовые портреты при исходных значениях коэффициентов жесткости и затухания опор, когда частота вращения ротора равна $\omega = 2500\,с^{-1}$ и $\omega = 6000\,с^{-1}$.

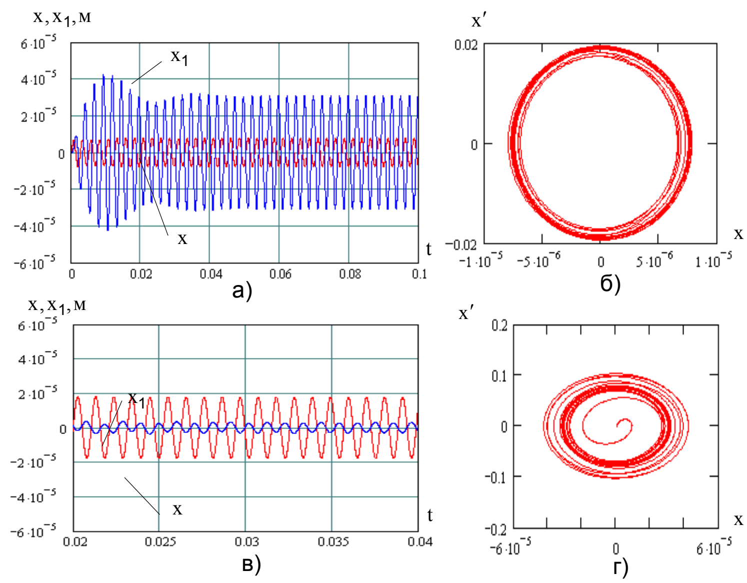

Рис. 3. Абсолютная амплитуда колебаний ротора (x), подвески (x_1) и фазовые портреты их колебаний при частоте вращения
$\omega = 2500\ c^{-1}$ (графики а,б), $\omega = 6000\ c^{-1}$ (графики в,д)

Анализ результатов показывает, что при низких частотах вращения ротора доминантными являются колебания подвески. Амплитудное значение колебаний подвески составляет $x_{1max} = 4{,}2 \cdot 10^{-5}$ *м*, в то время как для основного ротора этот показатель равен лишь $x_{max} = 0{,}85 \cdot 10^{-5}$ *м* (рис. 2а). При увеличении частоты вращения ротора до $\omega = 6000\ с^{-1}$ наблюдается относительное уменьшение амплитуд колебаний подвески - $x_{1max} = 0{,}35 \cdot 10^{-6}$ *м*, но при этом доминантными становятся колебания ротора - $x_{max} = 1{,}7 \cdot 10^{-5}$ *м* (рис. 2в). Этот эффект позволяет предположить, что можно подобрать такие параметры системы, при которых амплитуды колебания этих двух элементов были бы равны и находились в одной фазе. Тогда упругая подвеска дисковой опоры будет работать в режиме динамического разгружателя. Однако отметим, что динамическое разгружение опоры произойдет только на определенной частоте вращения ротора. Если даже можно будет достичь частичного разгружения дисковой опоры, то это значительно увеличит его долговечность, и тем самым открывается реальная перспектива эксплуатации ротора на высоких частотах вращения. Изучение системы показало, что реально и эффективно этот процесс можно управлять с помощью жесткости дисковой опоры c_1. На рис. 4 приведены совмещенные графики абсолютных колебаний ротора, подвески и относительного колебания этих элементов при разных частотах вращения с изменением c_1.

Из графиков видно, что при вращении ротора с частотой $\omega = 1000$ *с⁻¹*, когда $c_1 = 5 \cdot 10^6$ *Н/м,* дисковая опора практически полностью разгружена. Этот режим наступает примерно через 0,01 *с* (рис. 4а).

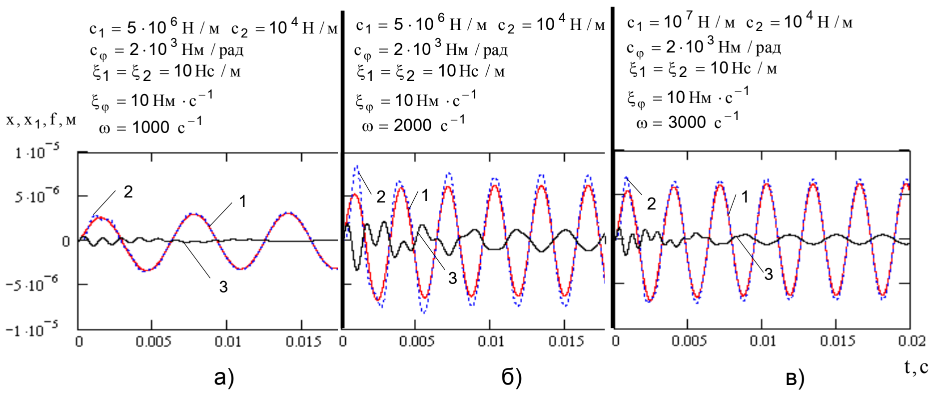

Рис. 4. Графики абсолютных амплитуд колебаний ротора x (кривая 1), подвески x_1 (кривая 2) и относительной амплитуды колебаний опорных дисков f (кривая 3)

При увеличении частоты вращения до $\omega = 2000$ *с⁻¹* отношение $f/x = 0{,}2$, т.е. опора разгружается на 80% (рис. 4б); при частоте вращения $\omega = 3000$ *с⁻¹* отношение $f/x = 0{,}5$ - эффективность разгружения снижается. Но достаточно увеличить жесткость опоры до $c_1 = 1 \cdot 10^7$ *Н/м,* и f/x снижается до уровня 0,2 (рис. 4 в).

Таким образом, предложенный роторный узел можно весьма эффективно эксплуатировать при высоких частотах вращения ротора, если при этом целенаправленно подобрать основные характеристики жесткости и затухания упругих опор и подвесок. Самыми эффективными параметрами для управления процессом разгружения наиболее проблемной дисковой опоры узла являются жесткости дисковой и шарнирной опор и диссипативный элемент в шарнирной опоре ротора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Արտոնագիր N 1840, A2: ՀՀ: Ռոտորի հենարանային հանգույց / **Ա.Պապոյան, Հ.Չախալյան,** հրատ. 15.09.2006, Արդ. սեփականություն. - N 3. - էջ 15-16:
2. **Кельзон А.С.** и др. Динамика роторов в упругих опорах. – М.: Наука, 1982.- 280 с.
3. **Папоян А., Чахалян А.** Теоретическое обоснование выбора динамической модели для новой конструкции высокоскоростного ротора с комбинированными опорами // Международная конференция по теории механизмов и механике машин: Тезисы докладов.- Краснодар, РФ. 2006. – С.179-181.
4. Вибрации в технике: Спр.- Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов. - М.: Машиностроение, 1981. - 456 с.
5. **Кирьянов Д.В.** Самоучитель Mathcad 11.- СПб: БХВ – Петербург, 2004.- 560 с.

ГФ ГИУА. Материал поступил 15.03.2007.

Ա.Ռ. ՊԱՊՈՅԱՆ, Հ.Ս. ՉԱԽԱԼՅԱՆ

ՀԱՄԱԿՑՎԱԾ ՀԵՆԱՐԱՆՆԵՐՈՎ ԱՐԱԳԸՆԹԱՑ ՌՈՏՈՐԱՅԻՆ ՀԱՆԳՈՒՅՑԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱՆ

Դիտարկվում է համակցված հենարաններում՝ (առաձգական պտտական հոդակապ մի ծայրից և առաձգական կախոցով սկավառակային հենարան միջանկյալ տեղամասում) տեղակայված արագընթաց ռոտորի դինամիկան: Ստացված են դինամիկական մոդելը, համակարգի շարժման հավասարումները և հետազոտված է առաձգական-երկրաչափական պարամետրերի ազդեցությունը ռոտորի պտտման պայմանների վրա: Առաջարկված ալգորիթմը և հաշվման ծրագիրն օգտագործված են հենարաններում դինամիկական բեռնվածքների և տատանումների լայնույթի նվազարկման լավարկային խնդրի լուծման համար:

Առանցքային բառեր. արագընթաց ռոտոր, համակցված հենարաններ, շարժման հավասարումներ, լայնույթ և փուլային պատկեր, հենարանի կոշտություն:

A.R. PAPOYAN, H.S. CHAKHALIAN

DYNAMICS OF HIGH-SPEED ROTOR ASSEMBLY WITH COMBINED SUPPORTS

The dynamics of high-speed rotor settled on combined supports - resilient rotary hinge at one end and a disk support with resilient bracket in the intermediate part of the rotor is considered. The dynamic model and equations of the system motion are worked out. The influence of elastic-geometric parameters on conditions of rotor’s rotation is investigated.The proposed algorithm and program of calculation are used for solution of optimization problems to minimize dynamic loads in supports and the amplitude of rotor’s vibration.

Keywords: high-speed rotor, combined supports, equations of motion, amplitude and phase portrait, support stiffness.