

Р.П. ДЖАВАХЯН, Н.А. МАХСУДЯН

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СФЕРИЧЕСКИХ И ПЛОСКИХ КРИВОШИПНО-КОРОМЫСЛОВЫХ МЕХАНИЗМОВ С СИММЕТРИЧНЫМ ЗАКОНОМ ДВИЖЕНИЯ КОРОМЫСЛА

Рассматриваются семейства плоских и сферических кривошипно-коромысловых механизмов, коэффициент изменения средней скорости коромысла которых равен единице. Выполнен их сравнительный анализ по безразмерным коэффициентам кинематического и динамического характера, характеризующим движение коромысла. Получены корреляционные зависимости для определения наибольших значений этих безразмерных коэффициентов. Приведены два примера синтеза указанных механизмов.

Ключевые слова: рычажный механизм, плоский четырехзвенный механизм, сферический механизм, коэффициент изменения средней скорости, безразмерный коэффициент динамической мощности, корреляционная зависимость.

Цель работы - исследовать семейства плоских и сферических кривошипно-коромысловых механизмов с коэффициентом изменения средней скорости коромысла, равным единице; выполнить их сравнительный анализ по кинематическим и динамическим безразмерным коэффициентам, характеризующим движение коромысла; получить корреляционные зависимости для определения наибольших значений этих коэффициентов и с их помощью осуществить синтез механизмов рассматриваемых семейств.

Из сферических кривошипно-коромысловых механизмов взято выявленное Вилле семейство механизмов [1], у которых экстремумы угловой скорости коромысла имеют место в одном и том же положении его прямого и обратного ходов. Это свойство характерно тем, что межосевые углы вращательных пар коромысла и стойки (рис.1) равны между собой, т.е. когда

$$\alpha = \alpha_3. \quad (1)$$

Четырехзвенный сферический рычажный механизм характеризуется четырьмя межосевыми углами между осями вращательных пар его звеньев, а именно, углами α_1 , α_2 , α_3 и α , показанными на рис.1, а его функцию положения в явном виде можно представить аналогично функции положения плоского четырехшарнирного механизма [2], приведенного на рис.2:

$$\varphi_3(\varphi_1) = \theta(\varphi_1) + k\beta(\varphi_1), \quad (2)$$

где φ_1 - входной угол; θ и β - промежуточные переменные углы, значения которых изменяются в пределах $0 \leq \theta \leq 2\pi$ и $0 < \beta < \pi$ и определяются по формулам

$$\cos \theta = \frac{(a_1 \sin \alpha + L_1 \cos \alpha \cos \varphi_1)}{\sqrt{(a_1 \sin \alpha + L_1 \cos \alpha \cos \varphi_1)^2 + (L_1 \sin \varphi_1 - L_0)^2}}, \quad (3)$$

$$\cos \beta = \frac{\cos \varphi_3 (a_1 \sin \alpha + L_1 \cos \alpha \cos \varphi_1) + \sin \varphi_3 (L_1 \sin \varphi_1 - L_0)}{\sqrt{(a_1 \sin \alpha + L_1 \cos \alpha \cos \varphi_1)^2 + (L_1 \sin \varphi_1 - L_0)^2}}. \quad (4)$$

Величина $k = \pm 1$ в (2) является коэффициентом сборки группы шатун-коромысло и определяется следующим образом:

если при $\varphi_1 = 0$ имеет место $0 < \varphi_3 < \pi$, то $k = +1$;

если при $\varphi_1 = 0$ имеет место $\pi \leq \varphi_3 \leq 2\pi$, то $k = -1$.

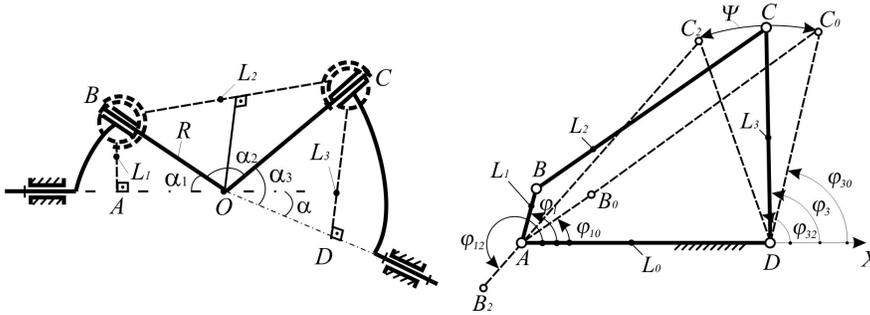


Рис.1. Сферический четырехзвенный кривошипно-коромысловый механизм

Дважды дифференцируя по φ_1 выражения (2)-(4), получим формулы для определения аналогов угловой скорости и ускорения коромысла и производных $\theta^n = \theta^n(\varphi_1)$, $\beta^n = \beta^n(\varphi_1)$, $n = 1; 2$ промежуточных углов θ и β , входящих в (5) (см. [2]):

$$\varphi_3' = \omega_3 / \omega_1 = \theta' + k\beta', \quad \varphi_3'' = \varepsilon_3 / \omega_1^2 = \theta'' + k\beta''. \quad (5)$$

Для рассматриваемых сферических механизмов (рис.1) назначим следующие области изменения и значения их постоянных параметров:

$$\alpha_1 = 10 \dots 30^\circ, \quad \alpha_2 = 50 \dots 90^\circ, \quad (6)$$

$$\alpha = \alpha_3 = 90^\circ. \quad (7)$$

Анализ семейства сферических механизмов показывает, что при выполнении условия (7) коэффициент изменения средней угловой скорости коромысла имеет значение

$$K = 1. \quad (8)$$

Исходя из этого, для плоских кривошипно-коромысловых механизмов (рис.2) назначим следующие области изменения длин звеньев:

$$L_1 = 1, \quad L_2 = 2 \dots 7, \quad (9)$$

а длины двух других звеньев определим по формулам

$$L_0 = \sqrt{L_3^2 + L_2^2 - L_1^2}, \quad L_3 = L_1 / \sin(\Psi/2), \quad (10)$$

гарантирующим выполнение условия (8).

Движение выходного коромысла сферического механизма характеризуется безразмерными коэффициентами его скорости (K_ω), ускорения (K_ϵ) и динамической мощности (K_p), значения которых для кривошипно-коромысловых механизмов определяются по формулам [3]

$$K_\omega = \varphi_3' \cdot \varphi_\Psi / \Psi, \quad K_\epsilon = \varphi_3'' \cdot \varphi_\Psi^2 / \Psi, \quad K_p = K_\omega K_\epsilon, \quad (11)$$

где Ψ - угол размаха коромысла, значение которого определяется по формуле

$$\Psi = |\varphi_3(\varphi_{10}) - \varphi_3(\varphi_{12})|, \quad (12)$$

$\varphi_3(\varphi_{12})$ и $\varphi_3(\varphi_{10})$ - наибольшее и наименьшее значения угла φ_3 , координирующего коромысло; φ_Ψ - угол поворота кривошипа, соответствующий углу размаха Ψ коромысла. Величина угла φ_Ψ определяется разностью значений входного угла φ_1 в крайних положениях коромысла, обозначенных вторыми индексами 0 и 2:

$$\varphi_\Psi = |\varphi_{12} - \varphi_{10}|. \quad (13)$$

Коэффициент изменения средней угловой скорости коромысла определяется как отношение значений углов поворота кривошипа, соответствующих рабочему и холостому ходам коромысла:

$$K = \varphi_\Psi / (2\pi - \varphi_\Psi). \quad (14)$$

Графики перемещения $\varphi_3(\varphi_1)$ коромысел рассматриваемых механизмов имеют осевую симметрию относительно оси $\varphi_1 = 180^\circ$, т.е. для них имеет место условие $\varphi_3(\varphi_1) = \varphi_3(2\pi - \varphi_1)$, а для графиков изменения аналога $\varphi_3'(\varphi_1)$ их угловых скоростей относительно точки $(\pi, 0)$ - условие $\varphi_3'(\varphi_1) = -\varphi_3'(2\pi - \varphi_1)$ центральной симметрии. Следовательно, рассматриваемые сферические механизмы реализуют возвратное движение выходного звена по *симметричному* закону, предопределяющему лучшие динамические характеристики, поскольку в этом случае имеем наименьшие значения ускорения, сил инерции и моментов от сил инерции.

Для рассматриваемых четырехзвенных рычажных механизмов с геометрическими параметрами (6) и (7) на рис.3 приведены графики изменения наибольших значений безразмерных коэффициентов (11):

$$\max K_\omega = f_1(\alpha_2), \quad \max K_\epsilon = f_2(\alpha_2), \quad (15)$$

а в табл. 1 - корреляционные зависимости, приближенно описывающие функции (15), и значения коэффициентов корреляции Γ_{ab} и Γ_{cd} .

Таблица 1

$\alpha_1 = 10^\circ \dots 30^\circ, \alpha_2 = 50^\circ \dots 90^\circ, \alpha = \alpha_3 = 90^\circ$						
Корреляционная зависимость	a	b	r_{ab}	$10^3 c$	d	r_{cd}
$\max K_\omega = (a\alpha_2^{-2} + b)\alpha_1^2 + (c\alpha_2^6 + d) \quad (16)$	0,72	0,26	0,99	-2,5	1,56	0,98
$\max K_p = (a\alpha_2^{-2} + b)\alpha_1^2 + (c\alpha_2 + d) \quad (17)$	7,39	1,35	0,99	-450	4,49	0,99

Корреляционные зависимости (16) и (17), приведенные в табл. 1, с высокой точностью описывают зависимость наибольших значений безразмерных коэффициентов от геометрических параметров любого сферического механизма семейства (6), (7).

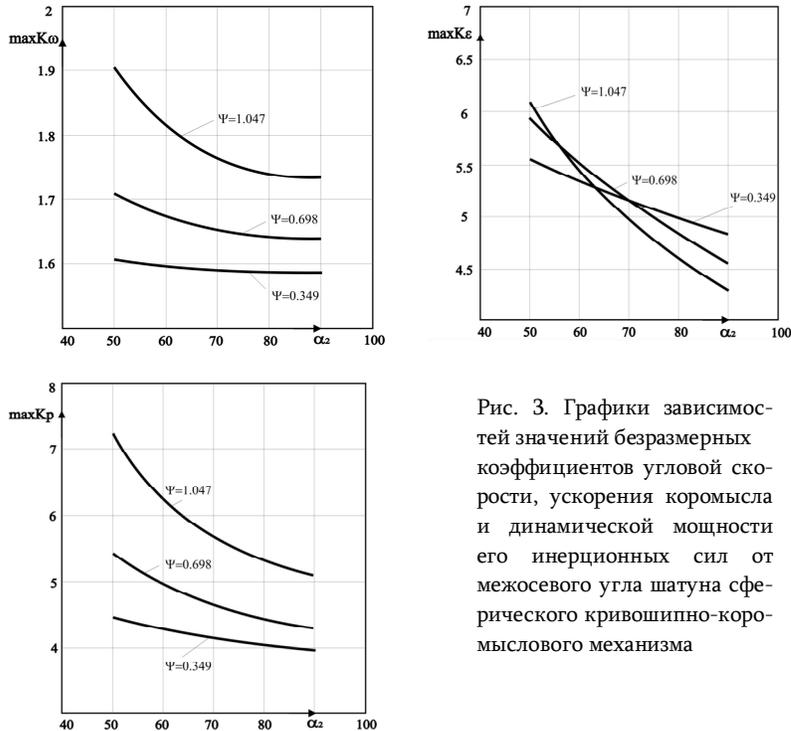


Рис. 3. Графики зависимостей значений безразмерных коэффициентов угловой скорости, ускорения коромысла и динамической мощности его инерционных сил от межосевого угла шатуна сферического кривошипно-коромыслового механизма

Результаты исследования основных параметров семейства (9), (10) плоских кривошипно-коромысловых механизмов представлены графиками (рис. 4) и корреляционными зависимостями (табл.2).

С помощью корреляционных зависимостей (16)-(20), приведенных в табл. 1 и 2, можно при известных геометрических параметрах сферических и плоских кривошипно-коромысловых механизмов определить наибольшие значения характеризующих закон движения коромысла безразмерных

коэффициентов (11), а также осуществить синтез механизмов по указанным коэффициентам.

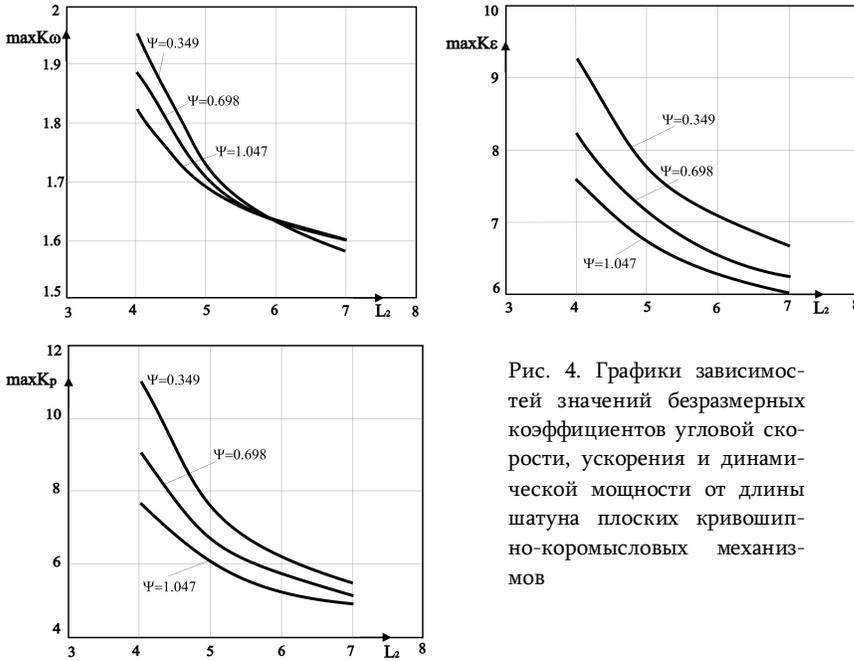


Рис. 4. Графики зависимостей значений безразмерных коэффициентов угловой скорости, ускорения и динамической мощности от длины шатуна плоских кривошипно-коромысловых механизмов

На рис. 5 для плоских и сферических четырехзвенных кривошипно-коромысловых механизмов приведены графики зависимости максимальных значений безразмерных коэффициентов угловой скорости (рис. 5а), ускорения (рис 5б) и динамической мощности (рис. 5в) коромысла от угла размаха коромысла¹ и области их изменения.

Таблица 2

$L_1 = 1, L_2 = 2 \dots 7, \Psi = 0,349 \dots 1,047$						
Корреляционная зависимость	a	b	r_{ab}	c	d	r_{cd}
$\max K_\omega = (a\Psi + b)L_2^{-2} + (c\Psi + d) \quad (18)$	1,06	0,65	0,99	-0,07	1,59	0,98
$\max K_\epsilon = (a\Psi + b)L_2^{-1} + (c\Psi^3 + d) \quad (19)$	4,24	3,74	0,99	0,09	4,93	0,99
$\max K_p = (a\Psi + b)L_2^{-1} + (c\Psi + d) \quad (20)$	12,02	4,37	0,99	1,53	3,73	0,99

¹ Для сравнения механизмов со значением коэффициента изменения средней угловой скорости коромысла $K = 1$ при одинаковых углах размаха коромысел

Сравнение результатов, полученных для плоских и сферических четырехзвенных кривошипно-коромысловых механизмов, показывает, что при прочих равных условиях наибольшие значения коэффициентов углового ускорения в $1,529 \dots 1,328$ раза и динамической мощности коромысла в $1,526 \dots 1,14$ раза в сферических механизмах меньше, чем в плоских механизмах, а экстремальные значения коэффициента угловой скорости практически не отличаются.

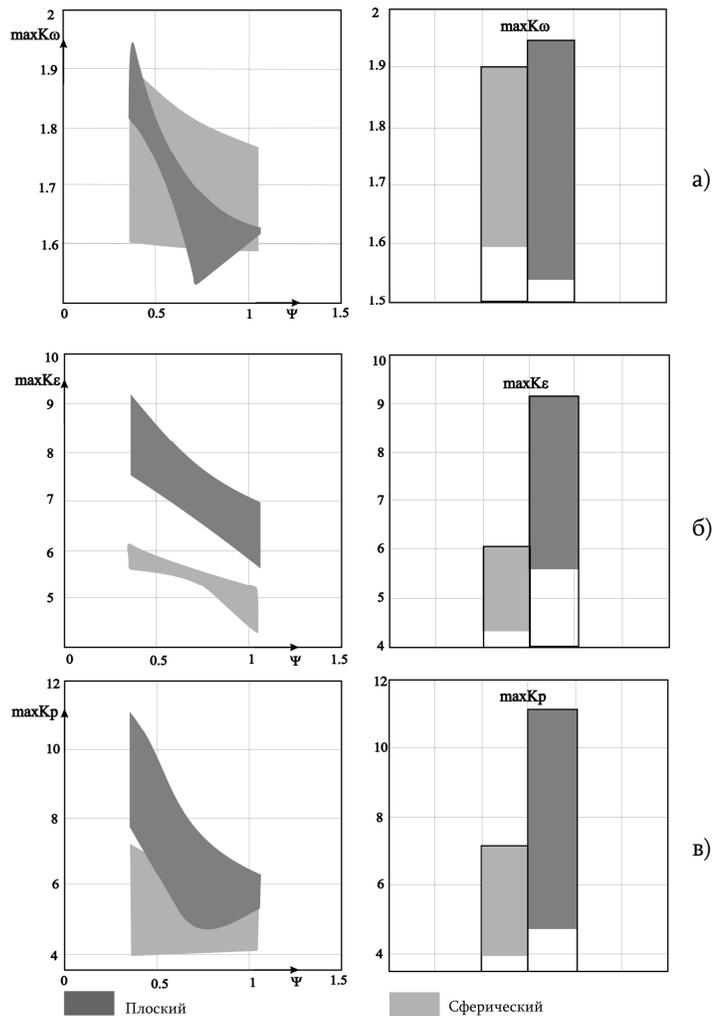


Рис. 5. Графики зависимостей наибольших значений коэффициентов угловой скорости (а), ускорения (б) и динамической мощности (в), характеризующих закон движения выходного звена сферических и плоских кривошипно-коромысловых механизмов от угла размаха и области их изменения

С помощью полученных корреляционных зависимостей (16)-(20) можно решить задачи синтеза плоских и сферических механизмов по наибольшим значениям безразмерных коэффициентов K_ω , K_ϵ и K_p , характеризующих наибольшие значения угловой скорости, ускорения выходного коромысла, а также входного динамического момента от его инерционных сил.

Пример 1. Требуется спроектировать сферический кривошипно-коромысловый механизм при следующих значениях входных параметров синтеза: $\alpha = \alpha_3 = 90^\circ$, $\max K_\omega = 1,6$, $\max K_p = 4,2$.

Совместно решая нелинейные уравнения (16) и (17) относительно неизвестных углов α_1 и α_2 , находим искомые значения $\alpha_1 = 12^\circ$, $\alpha_2 = 72^\circ$ межосевых углов проектируемого механизма. Полученный механизм обеспечивает точные значения $\max K_\omega = 1,59$ и $\max K_p = 4,18$, ошибка которых от требуемых значений не превышает 0,287%.

Пример 2. Требуется спроектировать плоский кривошипно-коромысловый механизм при известном значении $\max K_p = 8$.

Принимая $L_1 = 1$ и решая нелинейное уравнение (20), находим $L_2 = 2,23$ ($\Psi = 0,349$). Полученный механизм обеспечивает значение $\max K_p = 7,9$, ошибка которого от требуемого значения не превышает 0,13%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Wille Von F.** Raumliche Gelenkvierecke und Schubkurbeln und die identischen Lagen der extremen Uebersetzungsverhaeltnisse //Feinwerktechn+Messtechn.- 1976. - 84, N6. - P. 285-287.
2. **Джавахан Р.П.** Структура и кинематика механизмов.- Ереван, 2003. - 391 с.
3. **Левитский Н.И.** Кулачковые механизмы.- М.: Машиностроение, 1964.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 24.12.2006.

Ռ.Պ. ԶԱՎԱԽՅԱՆ, Ն.Ա. ՄԱԽՍՈՒԴՅԱՆ

**ՃՈՃԱԼԾԱԿԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ՀԱՄԱՉԱՓ ՕՐԵՆՔ ԱՊԱՀՈՎՈՂ ԳՆԴՈԼՈՐՏԱՅԻՆ ԵՎ ՀԱՐԹ
ՇՈՒՈՏՎԻԿ-ՃՈՃԱԼԾԱԿԱՅԻՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐԻ ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ ԵՎ
ՄԻՆԹԵԶ**

Դիտարկվում են հարթ և գնդաձևային շուռտվիկ-ճոճալծակային մեխանիզմների ընտանիքներ, որոնց ելքի ճոճալծակի միջին արագության փոփոխման գործակիցը հավասար է մեկի, կատարվում է դրանց համեմատական վերլուծություն ըստ ելքի օղակի շարժումը բնորոշող կինեմատիկ և դինամիկ բնույթի չափագուրկ գործակիցների, ստացված են կոռելյացիոն բանաձևեր՝ այդ չափագուրկ գործակիցների առավելագույն արժեքների որոշման համար, բերված են մեխանիզմների սինթեզի երկու օրինակներ:

Առանցքային բառեր. լծակային մեխանիզմ, հարթ քառօղակ մեխանիզմ, գնդաձևային մեխանիզմ, միջին արագության փոփոխման չափագուրկ գործակից, դինամիկ հզորության չափագուրկ գործակից, հարաբերակցական կախում:

R.P. JAVAKHYAN, N.A. MAKHSUDYAN

COMPARATIVE ANALYSIS AND SYNTHESIS OF PLANAR AND SPHERIC CRANK-AND-ROCKER MECHANISMS PROVIDING A SYMMETRIC LAW OF ROCKER MOTION

Planar and spheric crank-and-rocker mechanisms families have been studied. The coefficient of the output rocker average velocity is equal to one. Their comparative analysis has been made according to dimensionless coefficients of kinematic and dynamic nature describing the output link motion. Correlation functions have been obtained to determine maximum values of these dimensionless coefficients. Two examples of the mechanisms synthesis have been presented.

Keywords: lever mechanism, plane four-link mechanism, spherical mechanism, coefficient of average velocity change, dimensionless coefficient of dynamic power, correlation dependence.