ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2007. Т. LX, № 2.

ՀՏԴ 62-503.56

ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՈՒՄ ԵՎ
ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ

Թ.Ա. ՆԱԼՉԱՋՅԱՆ, Հ.Գ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

ՀԱՎԱՆԱԿԱՆԱՅԻՆ ԲՆՈՒՅԹ ՈՒՆԵՑՈՂ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՆԵՐԻ ԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՎԱԾ ՄՈԴԵԼԻ ՄԱՍԻՆ

Քննարկվում են հավանականային գործընթացների ինտեգրալային մոդելները, որոնք, ի տարբերություն սովորական մաթեմատիկական մոդելների, հաշվի են առնում կառավարման պարամետրերի հավանականությունների բաշխման օրենքների իրական տեսքերը՝ հնարավորություն ստեղծելով հայտնաբերել հետազոտվող համակարգերի արդյունավետության մինչ այդ չբացահայտված ռեզերվները և հասնել հնարավոր առավելագույն արդյունավետության:

Առանցքային բառեր. բաշխման ֆունկցիա, գին, արդյունավետություն, մոդել, լավարկում, կառավարում:

Հայտնի է [1, 2], որ հավանականային բնույթ ունեցող տեխնոլոգիական գործընթացների լավարկված կառավարման բազմաբնույթ խնդիրներում միշտ չէ, որ կառավարման գործոնները նորմալ բաշխված պատահական մեծություններ են. դրանք կարող են ունենալ հավանականությունների բաշխման կամայական օրենքներ: Նման դեպքերում հարց է առաջանում հնարավորինս հաշվի առնել կառավարման գործոնների բաշխման օրենքների՝ իրականում գոյություն ունեցող տեսքերը, քանի որ դրանց՝ նորմալ օրենքից ունեցած տարբերությունները կարող են նպաստել հայտնաբերելու գործող համակարգերի արդյունավետության թաքնված, առաջին հայացքից չնկատվող ռեզերվները: Բացի դրանից, նման համակարգերի արդյունավետության մոդելավորման ժամանակակից մեթոդների մեծամասնությունը կա՛մ մշակված է գործոնների նորմալ բաշխման դեպքում, կա՛մ էլ ենթադրում է դրանց նորմալ բաշխվածությունը՝ դրանով իսկ չապահովելով կառուցվող մոդելների ճշտությունը, մոդելավորվող համակարգի և մոդելի համարժեքությունը:

Հավանականությունների բաշխման օրենքների իրական տեսքերը հաշվի առնելու համար կարելի է օգտվել [2, 3]-ում դիտարկված արդյունավետության ինտեգրալային մոդելներից, որոնց ընդհանուր տեսքը հետևյալն է.

$$Q = \int \dots \int_G b(\bar{x}) f(\bar{x} - x_0) d\bar{x} \rightarrow \max , \qquad (1)$$

որտեղ $\bar{x}$ -ը համակարգի կառավարման պատահական վեկտորն է՝ $f(\bar{x})$-ը՝ կառավարման վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտության n-չափանի ֆունկցիան, $b(\bar{x})$ -ը՝ կառավարման համակարգի «գնի», «արդյունքի» ֆունկցիան , որը ցույց է տալիս, թե $\bar{x}$ վեկտորի կամայական, պատահականորեն ընտրված յուրաքանչյուր վիճակին ինչպիսի արդյունք է համապատասխանում, G -ն՝ կառավարումների (լուծումների) թույլատրելի բազմությունը, որը n-չափանի տարածության մեջ ունի բազմաչափ ծավալի իմաստ և ընդհանուր դեպքում կարող է լինել ինչպես ուռուցիկ, այնպես էլ ոչ ուռուցիկ, Q-ն համակարգի արդյունավետությունն է, որը կախված է կառավարման $\overline{x}$ վեկտորի որոնելի $\overline{x_0}$ շեղման վեկտորից, $\overline{x_0}$-ն՝ կառավարման վեկտորի այն լավարկված շեղումն է, որի դեպքում արդյունավետությունը հասնում է իր մեծագույն արժեքին:

Դժվար չէ նկատել, որ առաջարկվող (1) մոդելը կարելի է համարել ընդհանրացված նպատակային ֆունկցիա, որը ներառում է նաև բոլոր հնարավոր սահմանափակումները և արտաքին տեսքով նման է անպայման էքստրեմումի փնտրման խնդրի, մինչդեռ այն ներառում է ոչ միայն բոլոր հնարավոր կոշտ, հոլոնոմ սահմանափակումները թույլատրելի լուծումների G բազմության տեսքով, այլ նաև պարունակում է սովորական մոդելներում չհանդիպող «սահուն» (կամ «ճկուն») ֆունկցիոնալ սահմանափակումների մի ամբողջ համակարգ, որը ենթաինտեգրալային $f(\overline{x})$ կշռային ֆունկցիան է՝ հավանականությունների բաշխման խտության տեսքով:

Նշենք նաև, որ (1) մոդելում $f(\overline{x})$-ը նույնպես ունի հոլոնոմ սահմանափակումների իմաստ, որը, սակայն ձեռք է բերում «ճկուն» տեսք, ի տարբերություն G - կոշտ սահմանափակումների, քանի որ այն հաշվի է առնում նաև կառավարման վեկտորի տարբեր վիճակների ֆիզիկական իրացվելիության աստիճանը՝ դրանց հնարավոր գոյության հավանականությունների տեսքով:

Ինտեգրալային (1) մոդելի հետազոտումը ցույց է տալիս նաև, որ, եթե լուծումների թույլատրելի G բազմությունը բավականին մեծ է, այնպես, որ

$$\lim_{G\to\infty}\int\ldots\int_G f(\overline{x})d\overline{x}\to 1, \qquad (2)$$

ապա (1) որոշյալ ինտեգրալի թվային արժեքը ձգտում է $b(\overline{x})$ ֆունկցիայի մաթեմատիկական սպասմանը՝

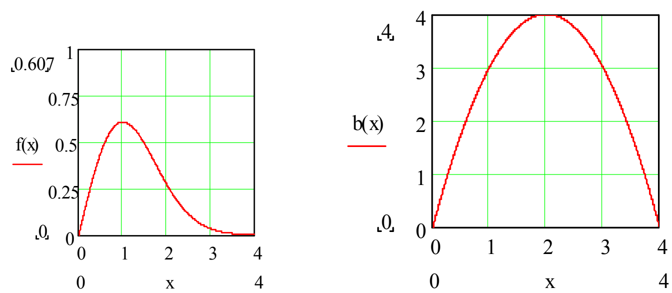
$$\lim_{G\to\infty} M\left[b(\overline{x})\right]: \qquad (3)$$

Այսպիսով, ստացվում է, որ, եթե $b(\overline{x})$-ը դիտարկվող հավանականային համակարգի մաթեմատիկական մոդելն է, իսկ G-ն՝ լուծումների թույլատրելի բազմությունը, ապա (1) մոդելը տարբերվում է դրանից նրանով, որ փոխանակ փնտրելու $b(\overline{x})$-ի մեծագույն արժեքը G տիրույթում, $b(\overline{x})$-ը համարում է պատահական մեծություն և փնտրում այդ պատահական մեծության մաթեմատիկական սպասման մեծագույն արժեքը, քանի որ այն ոչ թե հաստատուն մեծություն է, այլ կախված է հավանականությունների բաշխման խտության $f(\overline{x})$ օրենքի դիրքից՝ այսինքն $\overline{x_0}$ շեղման վեկտորի դիրքից՝ բազմաչափ տարածության մեջ: Դա նշանակում է, որ ընդհանրացված (1) մոդելը հաշվի է առնում նաև կառավարման վեկտորի՝ G տիրույթի յուրաքանչյուր կետում գտնվելու հավանականությունը, այսինքն՝ փնտրվող լավարկված լուծման «ֆիզիկական իրացվելիության» հնարավորությունը:

Ինտեգրալային մոդելի հնարավորությունները ցույց տալու նպատակով դիտենք հետևյալ օրինակները.

$$\text{Օրինակ 1.Դիցուք} \quad b(x) = 4x - x^2; 0 \le x \le 4; f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}: \tag{4}$$

Այս խնդրի պայմանները գրաֆիկորեն ներկայացված են նկ. 1-ում:



Նկ. 1

Եթե դիտենք միայն $b(\overline{x})$ մոդելը $0 \le x \le 4$ սահմաններում, առանց հավանականությունների բաշխման օրենքի հաշվառման, պարզ է, որ $b(\overline{x})$ մեծագույն արժեքը հավասար կլինի 4 միավորի և այն կհամապատասխանի $x = 2$ կետին:

Իսկ նույն խնդիրը (1) ինտեգրալային մոդելով քննարկելիս հավանականությունների բաշխման ֆունկցիայի ոչ սիմետրիկությունը զգալիորեն կազդի ինչպես լավարկված լուծման $x = 2$ արժեքի, այնպես էլ արդյունավետության մեծության վրա:

Իրոք, դիտարկելով արդյունավետության ինտեգրալ մոդելը՝

$$Q(x_0) = \int_{x_0}^{4} (4x_0 - x^2)(x - x_0)\exp(-\frac{(x - x_0)}{2}dx \to \max,$$

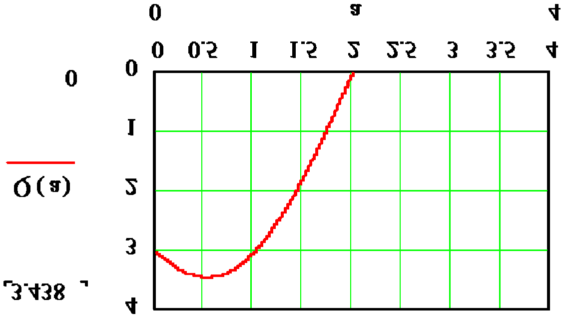
և Matcad ծրագրային միջավայրում վերլուծելով այն, կստանանք՝

$$Q(0) = 3; \; x_0 = 1{,}52; \; Q(1{,}52)_{\max} = 3{,}438;$$

որը նշանակում է, որ նախկին $x = 2$ օպտիմալ լուծումը պետք է փոխարինել $x_0 = 1.52$ լավարկված կառավարմամբ, որի դեպքում արդյունավետության աճը կկազմի

$$\frac{Q_{\max} - Q(0)}{Q(0)}100\% = \frac{3{,}347 - 3}{3}100\% = 11{,}57\%:$$

Q արդյունավետությունը կախված է $f(x)$ ֆունկցիայի շեղման x_0 չափից: Այդ կապը ցույց է տրված նկ. 2-ում, որտեղից ակնհայտ են դառնում (1) մոդելի հնարավորությունները: Նկ.2-ում x_0 շեղման չափը, նպատակահարմարության համար, նշանակված է a -ով:



Նկ. 2

Օրինակ 2. Դիցուք $b(x)=(x=3)^2$; $f(x)=\dfrac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$:

Պարզ է, որ $b(x)$ մոդելի մեծագույն արժեքը գտնվում է $x=3$ կետում և հավասար է $b(3)=36$:

Ընդհանրացված (1) մոդելով նույն խնդրի լուծումը Matcad ծրագրային միջավայրում կլինի՝ $x_0=2$; $Q_{max}=19,244$; $Q(0)=10$, իսկ սա նշանակում է, որ համակարգը պետք է կառավարել ոչ թե $x=3$ կետում և ստանալ ակնկալվող 36 միավոր արդյունք, ինչը շատ քիչ հավանական է, այլ $x_0=2$ կետում և ստանալ $Q_{max}=19{,}244$ արդյունք:

Այսպիսով, կարելի է եզրակացնել, որ ընդհանրացված (1) մոդելներն ավելի իրականորեն են նկարագրում հետազոտվող համակարգի արդյունավետությունը և ցույց են տալիս դրան հասնելու միջոցը՝ միջին կառավարումից x_0 չափով շեղումը:

Այսպիսի խնդիրներ լուծելիս անհրաժեշտ է նկատի ունենալ, որ իրական պայմաններում պատահական կառավարումը բացառիկ դեպքերում կարող է գտնվել $M[x]$ մաթեմատիկական սպասման շրջակայքում և ապահովել մեծագույն արդյունքի ստացումը:

Իրական պայմաններում $\overline{x}$ կառավարումը փոփոխվում է պատահականորեն՝ ենթակա լինելով հավանականությունների բաշխման $f(\overline{x})$ օրենքների, ուստի իրականում միջին արդյունավետությունը առանց $f(\overline{x})$-ի հաշվառման երբեք չի կարող լինել b_{max}-ին հավասար, ինչը կնշանակի արդյունավետության թաքնված ռեզերվների հայտնաբերում և ստացում՝ ընդ որում առանց դրա համար նախնական կապիտալ ներդրումներ կամ այլ ծախսեր կատարելու:

Գտնում ենք, որ նմանատիպ ինտեգրալային մոդելների միջոցով հավանականային տեխնոլոգիական գործընթացների լավարկված կառավարումը կարող է գտնել լայն կիրառում ինչպես տեխնիկական, այնպես էլ տնտեսագիտական բազմաթիվ խնդիրներ լուծելիս:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Горелова Г.В., Здор В.В., Свечарник Д.В.** Метод оптимума номинала и его применение. – М.: Энергия, 1970.-200 с.
2. **Свечарник Д.В., Налчаджян Т.А.** Дискретный принцип оптимума номинала // Межвузовский тематический научный сборник. Вып. 1/ ТРТИ. – Таганрог, 1974. – С. 12-28.
3. **Арешян Г.Л., Захарьян С.С., Налчаджян Т.А.** Два метода повышения эффективности производственных процессов. – Ереван: Айастан, 1983. – 161 с.

ՀՊՃՀ. Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 21.09.2006:

Т.А. НАЛЧАДЖЯН, А.Г. АКОПЯН

ОБ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Рассматриваются интегральные модели вероятностных технологических процессов, которые, в отличие от обыкновенных математических моделей, учитывают реально существующие формы законов распределения управляющих параметров и создают возможность выявления дополнительных резервов эффективности исследуемых систем.

Ключевые слова: закон распределения, цена, эффективность, модель, оптимизация, управление.

T.A. NALCHAJYAN, H.G. HAKOBYAN

ON GENERALIZED MODEL OF PROBABILISTIC TECHNOLOGICAL PROCESS EFFICIENCY

The integral models of the probable processes are discussed, but in comparison with the ordinary mathematical models they take into account the real forms of the distribution of management parameters probabilities and give a chance to find out the supplementary reserves of the productivity of researching systems to be studied and to reach the greatest possible productivity.

Keywords: distributional function, price, productivity, model, optimality, management.