

М.К. БАГДАСАРЯН, А.М. АВЕТИСЯН

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА  
РУДОРАЗМОЛЬНОЙ МЕЛЬНИЦЫ

Получены условия устойчивого вхождения двигателя электроприводной системы рудоразмольной мельницы в синхронный режим с целью предотвращения аварий в электроприводной системе в результате выпадения двигателя из синхронизма под действием различных воздействий.

**Ключевые слова:** устойчивость, вхождение двигателя в синхронный режим, асинхронный режим.

Изучение эксплуатации рудоразмольных мельниц, используемых при измельчении металлических и неметаллических руд, показало низкую надежность их электроприводной системы. Причиной этого является возможность возникновения кратковременных асинхронных режимов при эксплуатации синхронных двигателей электроприводной системы рудоразмольной мельницы. Несмотря на то, что асинхронный пуск синхронных двигателей, необходимый для их последующей нормальной работы, исследован достаточно, полученные результаты не могут использоваться при определении условия устойчивого вхождения двигателя в синхронный режим по отношению к аварийным, возникающим в результате выпадения двигателя электропривода рудоразмольной мельницы из синхронного режима. Указанное объясняется тем, что электроприводная система рудоразмольной мельницы характеризуется нелинейностью механической характеристики мельниц [1] и двигателей. Исходя из вышесказанного, целью настоящей статьи является разработка модели для исследования режимов работы, определяющей условия устойчивого вхождения двигателя электроприводной системы рудоразмольной мельницы в синхронный режим для предотвращения аварий в электроприводной системе в результате выпадения двигателя из синхронизма под действием различных воздействий.

При разработке модели для исследования рабочих режимов при эксплуатации двигателя электропривода рудоразмольной мельницы будем исходить из уравнения, выражающего взаимосвязь механических характеристик двигателя и мельницы:

$$M_{\text{дин}} = M_{\text{с}} + M_{\text{ас}} - M_{\text{мел}}, \quad (1)$$

где  $M_{\text{с}}$ ,  $M_{\text{ас}}$  – соответственно синхронная и асинхронная составляющие моментов синхронного двигателя;  $M_{\text{мел}}$  – момент сопротивления, создаваемый мельницей;  $M_{\text{дин}}$  – динамический момент.

Динамический момент зависит от момента инерции системы  $J$ , который является переменной величиной [2], так как внутримельничная нагрузка в зависимости от скорости вращения барабана мельницы будет представлять переменную массу

$$M_{дин} = J \frac{d\omega}{dt} . \quad (2)$$

Учитывая, что при асинхронном пуске синхронного двигателя  $M_c=0$ , из уравнений (1) и (2) получим время разгона мельницы каждого участка:

$$\Delta t_i = J \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{(M_{ac_i} - M_{\square\square\square i}) - (M_{ac_{i+1}} - M_{\square\square\square i+1})} \ln \frac{(M_{ac_i} - M_{\square\square\square i})}{(M_{ac_{i+1}} - M_{\square\square\square i+1})}, \quad (3)$$

где  $M_{ac_i}$ ,  $M_{мел_i}$  - асинхронный момент и момент сопротивления, создаваемые мельницей при частоте вращения  $\omega_i$  и, соответственно, определяемые в виде [3]

$$M_{ac_i} = \frac{2M_K(\omega_0 - \omega_i)}{s_K \omega_0}, \quad (4)$$

$$M_{мел_i} = mgR_{01} \frac{\omega_{мел}}{\eta_n \omega_i} \sin \alpha . \quad (5)$$

Здесь  $\omega_0$  - синхронная скорость двигателя;  $M_K$  - критический момент;  $s_K$  - критическое скольжение;  $m$  - масса измельчаемого материала в мельнице;  $g$  - ускорение свободного падения;  $\eta_n$  - КПД передачи от вала двигателя к барабану мельницы;  $R_{01}$  - расстояние центра тяжести дробящей среды от оси барабана;  $\alpha$  - угол поворота центра тяжести дробящей среды.

Для исследования динамики пуска воспользуемся следующим уравнением [4]:

$$T_m \frac{ds}{dt} + M_{ac} = M_{мел}, \quad (6)$$

полученным после соответствующего преобразования уравнений (1) и (2).

Известно, что при  $s=0$  угол  $\theta$ , определяемый угловым положением ротора относительно результирующего вращающегося магнитного потока статора, постоянный, и, наоборот, чем больше  $s$ , тем быстрее изменяется  $\theta$ . Поэтому  $s$  пропорционально  $d\theta/dt$ , при малых скольжениях момент  $M_{ac}$  изменяется практически пропорционально  $s$ , и, кроме того, влияние пульсирующего момента  $M_\theta$  становится заметным. Пульсирующий момент можно разделить на две составляющие [4]:

$$M_\theta = m_1 + m_2,$$

$$\text{где } m_1 = \frac{U_n^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\theta, \quad m_2 = \tau_d U_n I_f \sin \theta, \quad \tau_d = \frac{X_{ad}}{X_d}, \quad U_n - \text{напряжение питания; } X_d,$$

$X_q$ , - индуктивные сопротивления обмотки якоря продольной и поперечной осей;  $I_f$  - ток возбуждения.

Учитывая вышесказанное, уравнение (6) можно представить следующим образом:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{1}{T_m} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{мел}}{\eta_n \omega_0} \sin \alpha \right) \frac{d\theta}{dt} + \frac{M_\theta}{T_m} \sin \theta - mgR_{01} \frac{\omega_{мел}}{T_m \eta_n \omega_0} \sin \alpha = 0. \quad (7)$$

Разложив функции (7) в ряд Тейлора, получим

$$\theta(t) = \theta(0) + \theta'(0)\frac{t}{1} + \theta''(0)\frac{t^2}{2} + \theta'''(0)\frac{t^3}{6} + \dots \quad (8)$$

при  $t=0$ ,  $\theta(t)=0$ ,  $\theta'(t)=0$ .

Из (7) получим

$$\theta''(0) = mgR_{01} \frac{\omega_{\text{мел}}}{T_m \eta_{\text{п}} \omega_0} \sin \alpha, \quad \frac{d^3 \theta}{dt^3} = -\frac{1}{T_m} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{\text{мел}}}{\eta_{\text{п}} \omega_0} \sin \alpha \right) \frac{d^2 \theta}{dt^2} - \frac{M_{\square}}{T_m} \cos \theta,$$

$$\theta'''(0) = -\frac{1}{T_m} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{\text{мел}}}{\eta_{\text{п}} \omega_0} \sin \alpha \right) mgR_{01} \frac{\omega_{\text{мел}}}{T_m \eta_{\text{п}} \omega_0} \sin \alpha - \frac{M_{\square}}{T_m}.$$

В результате уравнение (8) примет вид

$$\theta(t) = mgR_{01} \frac{t^2 \omega_{\text{мел}}}{2T_m \eta_{\text{п}} \omega_0} \sin \alpha -$$

$$- \frac{t^3}{6T_m} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{\text{мел}}}{\eta_{\text{п}} \omega_0} \sin \alpha \right) mgR_{01} \frac{\omega_{\text{мел}}}{T_m \eta_{\text{п}} \omega_0} \sin \alpha - \frac{t^3 M_{\square}}{6T_m}. \quad (9)$$

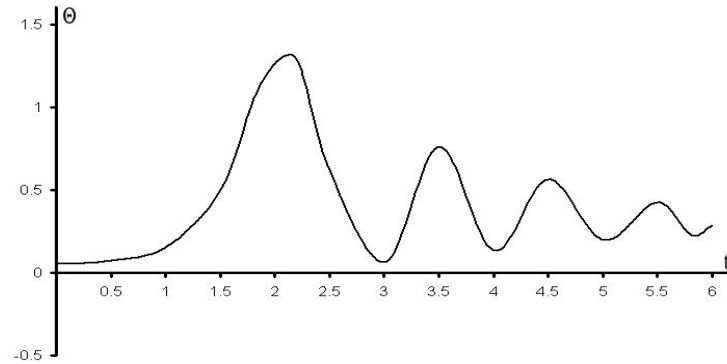


Рис.1. Зависимость изменения угла ( от времени

Хотя зависимость (9) позволяет исследовать изменение угла ( по времени (рис.1), однако она не дает полного представления о процессе вхождения двигателя в синхронизм. Так как практически важен не столько общий вид функции  $\theta(t)$  в течение процесса вхождения двигателя в синхронизм, сколько условия, определяющие достижение синхронизма, следует исследовать устойчивость данной точки синхронного равновесия. Для этого воспользуемся уравнением (7). Применив ряд Маклорена относительно третьего члена уравнения (7), получим уравнение, позволяющее определить

условия устойчивого вхождения двигателя электропривода рудоразмольной мельницы в синхронизм:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + a_1 \frac{d\theta}{dt} + a_2\theta = 0, \quad (10)$$

$$\text{где } a_1 = \frac{1}{T_m} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{\text{мел}}}{\eta_n \omega_0} \sin \alpha \right), \quad a_2 = \frac{M_{\square}}{T_m}.$$

Путем замены переменной ( $= e^{kx}$ ) получим характеристическое уравнение

$$k^2 + a_1 k + a_2 = 0. \quad (11)$$

Значения корней уравнения (11) определяют вид фазовых траекторий в окрестности точки равновесия, поэтому устойчивость решения уравнения (11) определяется характером корней  $k_1$  и  $k_2$ :

$$k_{1,2} = -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_2}.$$

Устойчивость системы обеспечена, если все коэффициенты при  $k$  положительны и корни или действительные отрицательные, или комплексные с отрицательной действительной частью [3].

Рассмотрим все возможные варианты.

Независимо от корней характеристического уравнения, необходимо, чтобы все его коэффициенты были положительными, поэтому рассмотрим коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$ :  $a_2 > 0$  всегда имеет место, однако из  $a_1 > 0$  следует необходимость выполнения условия

$$\sin \alpha < \frac{K \eta \omega_0}{mgR_{01} \omega_{\text{мел}}}. \quad (12)$$

Рассмотрим корни  $k_1$  и  $k_2$ , характеризующие уравнение (11) на устойчивости, определяемой углом ( $\text{учитывается, что } 30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ).

1. Корни характеристического уравнения действительные, если параметры системы удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} \frac{1}{T_m^2} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{\text{мел}}}{\eta_n \omega_0} \sin \alpha \right)^2 - 4 \frac{M}{T_m} > 0, \\ -\frac{1}{2T_m} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{\text{мел}}}{\eta_n \omega_0} \sin \alpha \right) + \sqrt{\frac{1}{4T_m^2} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{\text{мел}}}{\eta_n \omega_0} \sin \alpha \right)^2 - \frac{M}{T_m}} < 0. \end{cases} \quad (13)$$

Очевидно, что второе условие всегда имеет место, следовательно, из (12) и (13) получим условия устойчивого асинхронного пуска синхронного двигателя электроприводной системы рудоразмольной мельницы:

$$\begin{cases} \frac{K - 2\sqrt{MT_m}}{mgR_0\omega_{мел}}\eta\omega_0 < \sin\alpha < 1, \\ 0,5 < \sin\alpha < \frac{K + 2\sqrt{MT_m}}{mgR_0\omega_{мел}}\eta\omega_0, \\ \sin\alpha < \frac{K\eta\omega_0}{mgR_0\omega_{мел}}. \end{cases} \quad (14)$$

2. Корни характеристического уравнения (11) комплексные с отрицательной действительной частью, если параметры системы удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} \frac{1}{T_m^2} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{мел}}{\eta_n \omega_0} \sin\alpha \right)^2 - 4 \frac{M}{T_m} < 0, \\ \operatorname{Re} \left[ -\frac{1}{2T_m} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{мел}}{\eta_n \omega_0} \sin\alpha \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4T_m^2} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{мел}}{\eta_n \omega_0} \sin\alpha \right)^2 - \frac{M}{T_m}} \right] < 0. \end{cases} \quad (15)$$

Обозначив

$$\sqrt{\frac{1}{4T_m^2} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{мел}}{\eta_n \omega_0} \sin\alpha \right)^2 - \frac{M}{T_m}} = x + jy, \quad (16)$$

получим 
$$\begin{cases} \frac{1}{4T_m^2} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{мел}}{\eta_n \omega_0} \sin\alpha \right)^2 - \frac{M}{T_m} = x^2 + y^2, \\ 2jxy = 0. \end{cases}$$

то есть корень  $\sqrt{\frac{1}{4T_m^2} \left( K - mgR_{01} \frac{\omega_{мел}}{\eta_n \omega_0} \sin\alpha \right)^2 - \frac{M}{T_m}}$  - всегда действительный или мнимый.

Из вышеприведенных соображений очевидны условия устойчивого асинхронного пуска двигателя электроприводной системы рудоразмольной мельницы, если корни характеристического уравнения (11) комплексные:

$$\begin{cases} \sin\alpha > \frac{K - 2\sqrt{MT_m}}{mgR_{01}\omega_{мел}}\eta\omega_0, \quad \sin\alpha < \frac{K + 2\sqrt{MT_m}}{mgR_{01}\omega_{мел}}\eta\omega_0, \\ \sin\alpha < \frac{K\eta\omega_0}{mgR_{01}\omega_{мел}}. \end{cases} \quad (17)$$

Условия (14) и (17) определяют границы динамической устойчивости при синхронной работе двигателя электроприводной системы рудоразмольной мельницы.

На основании полученных условий приводятся фазовые траектории (рис.2).

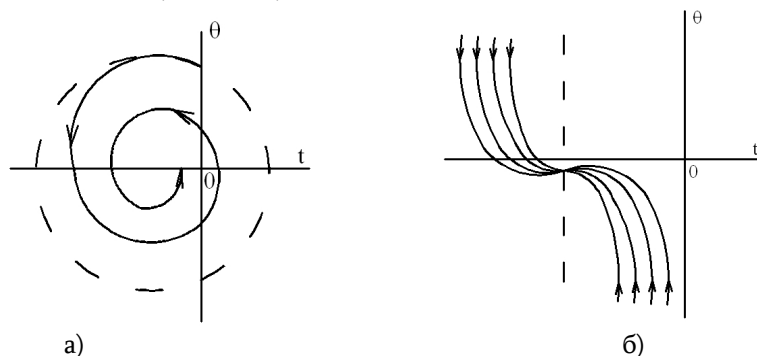


Рис.2. Фазовые траектории: а - корни характеристического уравнения действительные; б - корни характеристического уравнения комплексные

Результаты исследования показывают качественное отличие особенностей динамических процессов, которые могут возбуждаться в электроприводных системах рудоразмольной мельницы в различных режимах работы. Кроме того, полученные условия устойчивости позволяют без решения дифференциальных уравнений обеспечить возможность вхождения двигателя в синхронизм с учетом нелинейной характеристики изменения внутримельничной нагрузки, а также предотвратить аварии в электроприводной системе рудоразмольной мельницы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Estimation of shear rates inside a ball mill/ **F.N. Shi, T.J.NapierMunn**//Int.I.Miner. Process. – 1999. – N3. – P. 167-181.
2. **Багдасарян М.К.** Модель формирования момента сопротивления, создаваемого рудоразмольной мельницей //Проблемы прикладной механики. – Тбилиси, 2002. – N1 (6). – С. 58-60.
3. **Багдасарян М.К.** К вопросу разработки модели активной мощности, потребляемой рудоразмольной мельницей //Изв. НАН РА и ГИУА. Сер.ТН. – 2002. – Т.55, (1. – С. 84-88.
4. **Павлюк К., Беднарек С.** Пуск и асинхронные режимы синхронных двигателей / Пер. с польск.-М.: Энергия, 1971.-272с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 25.10.2006.

**Մ.Ք. ԲԱԴԴԱՍԱՐՅԱՆ, Ա.Մ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ**

**ՀԱՆՔԱՄԱՆՐԻՉ ԱՂԱՑԻ ԷԼԵԿՏՐԱԲԱՆԵՑՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՇԱՐԺԻՉԻ ԿԱՅՈՒՆ  
ՄԻՆԽՐՈՆ ՌԵժԻՄ ՄՏՆԵԼՈՒ ՄԱՍԻՆ**

Ստացվել են հանքամանրիչ աղացի բանեցման համակարգի շարժիչի կայուն սինխրոն ռեժիմ մտնելու պայմանները, ինչը հնարավորություն է տալիս կանխել այն վթարները, որոնք կարող են առաջանալ տարբեր գործոնների ազդեցություններով:

**Առանցքային բառեր.** կայունություն, շարժիչի մուտքը սինխրոն ռեժիմ, ասինխրոն ռեժիմ:

**M.K. BAGHDASARYAN, A.M. AVETISYAN**

**ON STABILITY OF SYNCHRONOUS MOTOR DRIVE FOR  
ORE GRINDING MILL**

Conditions of the electric motor drive system for the ore grinding mill coming into synchronous regime to prevent the failure in the electric drive system as a result of falling out from synchronism under different actions are obtained.

**Keywords:** stability, engine coming into synchronous, regime, asynchronous regime.