ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2007. Т. LX, **№ 1.**

УДК 621.311 ЭНЕРГЕТИКА

В.С. ХАЧАТРЯН, Н.Р. БАДАЛЯН, С.Э. ГРИГОРЯН

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДОПУСТИМОГО УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ И ЕЕ РЕАЛИЗАЦИЯ

Предлагается новая “Y-Z” математическая модель допустимого установившегося режима электроэнергетической системы (ЭЭС), когда независимые станционные узлы одновременно могут быть типа P-Q и P-U, и ее реализация методом первого порядка Ньютона.

Ключевые слова: математическая модель, система, режим, матрица, узел, мощность, рекуррентное выражение, допустимый режим.

Известно множество математических моделей допустимого установившегося режима ЭЭС, в основу которых положены Y, Z и Y-Z формы нелинейных алгебраических уравнений [1-11]. В этих моделях рассматривались случаи, когда независимые станционные узлы могут быть либо типа P-Q, либо типа P-U. В последнее время рассматривались также случаи, когда независимые станционные узлы одновременно могут быть как типа P-Q, так и типа P-U [9, 11]. В этих работах для построения соответствующей математической модели были использованы Y формы уравнения установившихся режимов. Математическая модель допустимого установившегося режима в [5, 7] основывается на Y-Z форме уравнения установившегося режима, однако при P-Q типе независимых станционных узлов.

В настоящей работе предлагается новая математическая модель допустимого установившегося режима ЭЭС, основанная на Y-Z формах уравнений установившегося режима при P-Q и P-U типах станционных узлов.

Для построения “Y-Z; P-Q; P-U” математической модели допустимого установившегося режима ЭЭС принимается следующая система индексов: $m(n)=0,1,2,\ldots,\tilde{A}_1$, где $\tilde{A}_1$ - число независимых станционных узлов типа P-Q, относительно которых в качестве исходной информации задаются активные и реактивные мощности, причем станционный узел с индексом “0” выбирается в качестве базисного и балансирующего; $k(\ell)=\tilde{A}_1+1,\tilde{A}_1+2,\ldots,\tilde{A}_1+\tilde{A}_2$, где $\tilde{A}_2$ - число независимых станционных улов типа P-U, относительно которых в качестве исходной информации задаются активные мощности и модули комплексных напряжений; $i(j)=\tilde{A}_1+\tilde{A}_2+1,\tilde{A}_1+\tilde{A}_2+1,\ldots,\tilde{A}_1+\tilde{A}_2+H$, где H - число нагрузочных узлов типа P-Q, относительно которых в качестве исходной информации задаются активные и реактивные мощности.

Согласно выбранной системе индексов, исходное матричное уравнение состояния для построения математической модели допустимого установившегося режима ЭЭС представляется в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_m \\ \dot{I}_k \\ \dot{U}_{i0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{m,n} & Y_{m,\ell} & \dot{A}_{m,j} \\ Y_{k,n} & Y_{k,\ell} & \dot{A}_{k,j} \\ \dot{B}_{i,n} & \dot{B}_{i,\ell} & Z_{i,j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_{n0} \\ \dot{U}_{\ell 0} \\ \dot{I}_j \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

где $Y_{m,n}$, $Y_{k,\ell}$ - соответственно неособенные квадратные матрицы собственных и взаимных комплексных проводимостей станционных узлов типа P-Q и P-U; $Z_{i,j}$ - неособенная квадратная матрица собственных и взаимных комплексных сопротивлений нагрузочных узлов типа P-Q; $Y_{m,\ell}$, $Y_{k,n}$ - прямоугольные матрицы взаимных комплексных проводимостей между станционными узлами типа P-Q и P-U; $\dot{A}_{m,j}$, $\dot{A}_{k,j}$, $\dot{B}_{i,n}$, $\dot{B}_{i,\ell}$ - прямоугольные матрицы, элементы которых являются безразмерными комплексными величинами.

На основе матричного уравнения состояния (1) строится “Y-Z; P-Q; P-U" математическая модель допустимого установившегося режима ЭЭС, имеющая вид

$$\begin{bmatrix} \Phi_{pm}(U_n, \Psi_{un}; U_\ell, \Psi_{u\ell}), & \\ \Phi_{qm}(U_n, \Psi_{un}; U_\ell, \Psi_{u\ell}), & \\ \Phi_{pk}(U_n, \Psi_{un}; U_\ell, \Psi_{u\ell}), & \\ \Phi_{qk}(U_n, \Psi_{un}; U_\ell, \Psi_{u\ell}); & \\ & \Phi_{pi}(I'_j, I''_j), \\ & \Phi_{qi}(I'_j, I''_j); \end{bmatrix} \qquad (2)$$

$$\begin{aligned} U_{m,min} &\le U_m \le U_{m,max}, \\ Q_{m,min} &\le Q_m \le Q_{m,max}, \end{aligned} \qquad (3)$$

$$\begin{aligned} U_{k,min} &\le U_k \le U_{k,max}, \\ Q_{k,min} &\le Q_k \le Q_{k,max}, \end{aligned} \qquad (4)$$

где ограничения типа неравенств (3) налагаются на станционные узлы типа P-Q с индексами $m(n)$, а ограничения типа неравенства (4) – на станционные узлы типа P-U с индексами $k(\ell)$.

Системы нелинейных алгебраических уравнений, являющиеся основой в математической модели допустимого установившегося режима ЭЭС, определяются в виде

- для независимых станционных узлов типа P-Q с индексами $m(n)$:

$$\Phi_{pm}(U_n,\Psi_{un};U_\ell,\Psi_{u\ell}) = P_m - \Bigg\{P_{\acute{A}m} + U_m\sum_{n=1}^{\tilde{A}_1}\big[g_{m,n}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{un}) + b_{m,n}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{un})\big]U_n + U_m\sum_{\ell=\tilde{A}_1+1}^{\tilde{A}}\big[g_{m,\ell}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{u\ell}) + b_{m,\ell}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{u\ell})\big]U_\ell\Bigg\}, \quad (5)$$

$$\Phi_{qm}(U_n,\Psi_{un};U_\ell,\Psi_{u\ell}) = Q_m - \Bigg\{Q_{\acute{A}m} + U_m\sum_{n=1}^{\tilde{A}_1}\big[g_{m,n}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{un}) - b_{m,n}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{un})\big]U_n + U_m\sum_{\ell=\tilde{A}_1+1}^{\tilde{A}}\big[g_{m,\ell}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{u\ell}) - b_{m,\ell}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{u\ell})\big]U_\ell\Bigg\}; \quad (6)$$

- для независимых станционных узлов типа P-U с индексом $k(\ell)$:

$$\Phi_{pk}(U_n,\Psi_{un};U_\ell,\Psi_{u\ell}) = P_k - \Bigg\{P_{\acute{A}k} + U_k\sum_{n=1}^{\tilde{A}_1}\big[g_{k,n}\cos(\Psi_{uk}-\Psi_{un}) + b_{k,n}\sin(\Psi_{uk}-\Psi_{un})\big]U_n + U_k\sum_{\ell=\tilde{A}_1+1}^{\tilde{A}}\big[g_{k,\ell}\cos(\Psi_{uk}-\Psi_{u\ell}) + b_{k,\ell}\sin(\Psi_{uk}-\Psi_{u\ell})\big]U_\ell\Bigg\}, \quad (7)$$

$$\Phi_{qk}(U_n,\Psi_{un};U_\ell,\Psi_{u\ell}) = Q_k - \Bigg\{Q_{\acute{A}k} + U_k\sum_{n=1}^{\tilde{A}_1}\big[g_{k,n}\sin(\Psi_{uk}-\Psi_{un}) - b_{k,n}\cos(\Psi_{uk}-\Psi_{un})\big]U_n + U_k\sum_{\ell=\tilde{A}_1+1}^{\tilde{A}}\big[g_{k,\ell}\sin(\Psi_{uk}-\Psi_{u\ell}) - b_{k,\ell}\cos(\Psi_{uk}-\Psi_{u\ell})\big]U_\ell\Bigg\}; \quad (8)$$

- для нагрузочных узлов типа P-Q с индексом $i(j)$:

$$\Phi_{pi}(I'_j,\, I''_j) = P_i - \Bigg\{P_{\acute{A}i} + \sum_{j=\tilde{A}+1}^{M}\Big[R_{i,j}\big(I'_iI'_j + I''_iI''_j\big) + X_{i,j}\big(I''_iI'_j - I'_iI''_j\big)\Big]\Bigg\}, \quad (9)$$

$$\Phi_{qi}(I'_j,\, I''_j) = Q_i - \Bigg\{Q_{\acute{A}i} + \sum_{j=\tilde{A}+1}^{M}\Big[X_{i,j}\big(I'_iI'_j + I''_iI''_j\big) - R_{i,j}\big(I''_iI'_j - I'_iI''_j\big)\Big]\Bigg\}. \quad (10)$$

В (5)-(10) приняты следующие обозначения:

$$P_{\acute{A}m} = -\sum_{t=1}^{\tilde{A}}\big(g_{m,t}\cos\Psi_{um} + b_{m,t}\sin\Psi_{um}\big)U_mU_0 + \sum_{j=\tilde{A}+1}^{\grave{I}}\big(a_{m,j}\cos\Psi_{um} + b_{m,j}\sin\Psi_{um}\big), \quad (11)$$

$$P_{\acute{A}k} = -\sum_{t=1}^{\tilde{A}}\big(g_{k,t}\cos\Psi_{uk} + b_{k,t}\sin\Psi_{uk}\big)U_kU_0 + \sum_{j=\tilde{A}+1}^{\grave{I}}\big(a_{k,j}\cos\Psi_{uk} + b_{k,j}\sin\Psi_{uk}\big), \quad (12)$$

$$Q_{\text{Ám}} = -\sum_{t=1}^{\tilde{A}} \left(g_{m,t} \sin\Psi_{um} - b_{m,t} \cos\Psi_{um}\right) U_m U_0 + \sum_{j=\tilde{A}+1}^{\text{Ì}} \left(a_{m,j} \sin\Psi_{um} - b_{m,j} \cos\Psi_{um}\right), \quad (13)$$

$$Q_{\text{Ák}} = -\sum_{t=1}^{\tilde{A}} \left(g_{k,t} \sin\Psi_{uk} - b_{k,t} \cos\Psi_{uk}\right) U_k U_0 + \sum_{j=\tilde{A}+1}^{\text{Ì}} \left(a_{k,j} \sin\Psi_{uk} - b_{k,j} \cos\Psi_{uk}\right), \quad (14)$$

$$P_{\text{Ái}} = I' U_0 - \sum_{t=1}^{\tilde{A}} c_{i,t} U_0 + \sum_{t=1}^{\tilde{A}} \left(c_{i,t} \cos\Psi_{ut} - d_{i,t} \sin\Psi_{u,t}\right) U_t\,, \quad (15)$$

$$Q_{\text{Ái}} = -I'' U_0 - \sum_{t=1}^{\tilde{A}} d_{i,t} U_0 + \sum_{t=1}^{\tilde{A}} \left(d_{i,t} \cos\Psi_{ut} + c_{i,t} \sin\Psi_{u,t}\right) U_t\,, \quad (16)$$

где

$$a_{m,j} = A'_{m,j} I'_j - A''_{m,j} I''_j, \quad (17)$$

$$b_{m,j} = A'_{m,j} I''_j + A''_{m,j} I'_j, \quad (18)$$

$$c_{i,t} = B'_{i,t} I' + B''_{i,t} I''_i, \quad (19)$$

$$d_{i,t} = B''_{i,t} I' - B'_{i,t} I''_i. \quad (20)$$

Для получения общего рекуррентного выражения реализации математической модели установившегося режима ЭЭС предполагается, что все независимые узлы являются узлами типа P-Q. При этом получим

$$\begin{bmatrix} \Psi_{um} \\ \hdashline U_m \\ \hline \Psi_{uk} \\ \hdashline U_k \\ \hline I'_i \\ \hdashline I''_i \end{bmatrix}^{\text{È}+1} = \begin{bmatrix} \Psi_{um} \\ \hdashline U_m \\ \hline \Psi_{uk} \\ \hdashline U_k \\ \hline I'_i \\ \hdashline I''_i \end{bmatrix}^{\text{È}} - \begin{bmatrix} \Delta\Psi_{um} \\ \hdashline \Delta U_m \\ \hline \Delta\Psi_{uk} \\ \hdashline \Delta U_k \\ \hline \Delta I'_i \\ \hdashline \Delta I''_i \end{bmatrix}, \quad (21)$$

где И – номер итерации.

Элементы $\Delta\Psi_{um}$, ΔU_m; $\Delta\Psi_{uk}$, ΔU_k; I'_i, I''_i определяются на основе следующего матричного выражения:

$$
\begin{bmatrix} \Delta P_m \\ \hdashline \Delta Q_m \\ \hline \Delta P_k \\ \hdashline \Delta Q_k \\ \hline \Delta P_i \\ \hdashline \Delta Q_i \end{bmatrix}
=
\left[\begin{array}{c:c:c:c|c:c}
\dfrac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{un}} & \dfrac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U_n} & \dfrac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{u\ell}} & \dfrac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U_\ell} & & \\ \hdashline
\dfrac{\partial \Phi_{qm}}{\partial \Psi_{un}} & \dfrac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U_n} & \dfrac{\partial \Phi_{qm}}{\partial \Psi_{u\ell}} & \dfrac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U_\ell} & & \\ \hdashline
\dfrac{\partial \Phi_{pk}}{\partial \Psi_{un}} & \dfrac{\partial \Phi_{pk}}{\partial U_n} & \dfrac{\partial \Phi_{pk}}{\partial \Psi_{u\ell}} & \dfrac{\partial \Phi_{pk}}{\partial U_\ell} & & \\ \hdashline
\dfrac{\partial \Phi_{qk}}{\partial \Psi_{un}} & \dfrac{\partial \Phi_{qk}}{\partial U_n} & \dfrac{\partial \Phi_{qk}}{\partial \Psi_{u\ell}} & \dfrac{\partial \Phi_{qk}}{\partial U_\ell} & & \\ \hline
 & & & & \dfrac{\partial \Phi_{pi}}{\partial I'_j} & \dfrac{\partial \Phi_{pi}}{\partial I''_j} \\ \hdashline
 & & & & \dfrac{\partial \Phi_{qi}}{\partial I'_j} & \dfrac{\partial \Phi_{qi}}{\partial I''_j}
\end{array}\right]
\cdot
\begin{bmatrix} \Delta \Psi_{um} \\ \hdashline \Delta U_m \\ \hline \Delta \Psi_{uk} \\ \hdashline \Delta U_k \\ \hline \Delta I'_i \\ \hdashline \Delta I''_i \end{bmatrix}. \qquad (22)
$$

Аналитические выражения частных производных, входящих в (22), подробно приводятся в [4]. Приращения узловых режимных параметров ΔP_m, ΔQ_m; ΔP_k, ΔQ_k; ΔP_i, ΔQ_i, входящие в (22), определяются в виде

$$\Phi_{pm}\left(U_n, \Psi_{un}; U_\ell, \Psi_{u\ell}\right) = P_m - \left[P_{\text{Ám}} + \varphi_{pm}\left(U_n, \Psi_{un}; U_\ell, \Psi_{u\ell}\right)\right] = \Delta P_m, \qquad (23)$$

$$\Phi_{qm}\left(U_n, \Psi_{un}; U_\ell, \Psi_{u\ell}\right) = Q_m - \left[Q_{\text{Ám}} + \varphi_{qm}\left(U_n, \Psi_{un}; U_\ell, \Psi_{u\ell}\right)\right] = \Delta Q_m, \qquad (24)$$

$$\Phi_{pk}\left(U_n, \Psi_{un}; U_\ell, \Psi_{u\ell}\right) = P_k - \left[P_{\text{Ák}} + \varphi_{pk}\left(U_n, \Psi_{un}; U_\ell, \Psi_{u\ell}\right)\right] = \Delta P_k, \qquad (25)$$

$$\Phi_{qk}\left(U_n, \Psi_{un}; U_\ell, \Psi_{u\ell}\right) = Q_k - \left[Q_{\text{Ák}} + \varphi_{qk}\left(U_n, \Psi_{un}; U_\ell, \Psi_{u\ell}\right)\right] = \Delta Q_k, \qquad (26)$$

$$\Phi_{pi}\left(I'_j, I''_j\right) = P_i - \left[P_{\text{Ái}} + \varphi_{pi}\left(I'_j, I''_j\right)\right] = \Delta P_i, \qquad (27)$$

$$\Phi_{qi}\left(I'_j, I''_j\right) = Q_i - \left[Q_{\text{Ái}} + \varphi_{qi}\left(I'_j, I''_j\right)\right] = \Delta Q_i. \qquad (28)$$

Аналитические выражения функций φ_{pm}, φ_{qm}; φ_{pk}, φ_{qk}; φ_{pi}, φ_{qi} нетрудно установить из (5)-(10). На основании матричного уравнения (22) необходимо установить выражения приращений режимных параметров, входящих в (21). Обращая неособенные квадратные подматрицы, входящие в (22), получим

$$
\begin{bmatrix} \Delta \Psi_{um} \\ \hdashline \Delta U_m \\ \hline \Delta \Psi_{uk} \\ \hdashline \Delta U_k \\ \hline \Delta I'_i \\ \hdashline \Delta I''_i \end{bmatrix}
=
\left[\begin{array}{c:c:c:c|c:c}
\alpha_{mn} & \beta_{mn} & \alpha_{m\ell} & \beta_{m\ell} & & \\ \hdashline
\gamma_{mn} & \delta_{mn} & \gamma_{m\ell} & \delta_{m\ell} & & \\ \hdashline
\alpha_{kn} & \beta_{kn} & \alpha_{k\ell} & \beta_{k\ell} & & \\ \hdashline
\gamma_{kn} & \delta_{kn} & \gamma_{k\ell} & \delta_{k\ell} & & \\ \hline
 & & & & a_{ij} & b_{ij} \\ \hdashline
 & & & & c_{ij} & d_{ij}
\end{array}\right]
\cdot
\begin{bmatrix} \Delta P_m \\ \hdashline \Delta Q_m \\ \hline \Delta P_k \\ \hdashline \Delta Q_k \\ \hline \Delta P_i \\ \hdashline \Delta Q_i \end{bmatrix}, \qquad (29)
$$

где α, β, γ и δ, а также a, b, c, d являются элементами обращенной матрицы. Нетрудно убедиться, что выражения (21), (29) в совокупности изображают рекуррентное выражение, вытекающее из метода Ньютона-Рафсона.

Согласно постановке задачи, станционные узлы с индексами $k(\ell)$ являются узлами типа P-U. Следовательно, имеет место соотношение:

$$[\Delta U_k] = 0. \tag{30}$$

При этом матричное выражение (29) принимает вид

$$\begin{bmatrix} \Delta\Psi_{um} \\ \hdashline \Delta U_m \\ \hline \Delta\Psi_{uk} \\ \hdashline 0 \\ \hline \Delta I'_i \\ \hdashline \Delta I''_i \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c:c:c|c:c} \alpha_{mn} & \beta_{mn} & \alpha_{m\ell} & \beta_{m\ell} & & \\ \hdashline \gamma_{mn} & \delta_{mn} & \gamma_{m\ell} & \delta_{m\ell} & & \\ \hdashline \alpha_{kn} & \beta_{kn} & \alpha_{k\ell} & \beta_{k\ell} & & \\ \hdashline \gamma_{kn} & \delta_{kn} & \gamma_{k\ell} & \delta_{k\ell} & & \\ \hline & & & & a_{ij} & b_{ij} \\ \hdashline & & & & c_{ij} & d_{ij} \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_m \\ \hdashline \Delta Q_m \\ \hline \Delta P_k \\ \hdashline \Delta Q_k \\ \hline \Delta P_i \\ \hdashline \Delta Q_i \end{bmatrix}. \tag{31}$$

Представим матричное выражение (31) в виде совокупности следующих подматричных уравнений:

$$\Delta\Psi_{um} = \alpha_{mn}\Delta P_m + \beta_{mn}\Delta Q_m + \alpha_{m\ell}\Delta P_k + \beta_{m\ell}\Delta Q_k, \tag{32}$$

$$\Delta U_m = \gamma_{mn}\Delta P_m + \delta_{mn}\Delta Q_m + \gamma_{m\ell}\Delta P_k + \delta_{m\ell}\Delta Q_k, \tag{33}$$

$$\Delta\Psi_{uk} = \alpha_{kn}\Delta P_m + \beta_{kn}\Delta Q_m + \alpha_{k\ell}\Delta P_k + \beta_{k\ell}\Delta Q_k, \tag{34}$$

$$0 = \gamma_{kn}\Delta P_m + \delta_{kn}\Delta Q_m + \gamma_{k\ell}\Delta P_k + \delta_{k\ell}\Delta Q_k, \tag{35}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta I'_i \\ \hdashline \Delta I''_i \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} a_{ij} & b_{ij} \\ \hdashline c_{ij} & d_{ij} \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \hdashline \Delta Q_i \end{bmatrix}. \tag{36}$$

Перепишем подматричное уравнение (35) в следующем виде:

$$[\delta_{k\ell}] \cdot [\Delta Q_k] = -\{[\gamma_{kn}] \cdot [\Delta P_m] + [\delta_{kn}] \cdot [\Delta Q_m] + [\gamma_{k\ell}] \cdot [\Delta P_k]\}. \tag{37}$$

Поскольку подматрица $[\delta_{k\ell}]$ является квадратной и неособенной, то напишем

$$[\Delta Q_k] = -[\delta_{k\ell}]^{-1} \cdot [\Delta_{k\ell}], \tag{38}$$

где

$$[\Delta_{k\ell}] = [\gamma_{kn}] \cdot [\Delta P_m] + [\delta_{kn}] \cdot [\Delta Q_m] + [\gamma_{k\ell}] \cdot [\Delta P_k]. \tag{39}$$

Матричное выражение (38) позволяет определить численные значения приращений реактивных мощностей независимых станционных узлов типа P-U с индексами $k(\ell)$. В результате можно установить численные значения действительных реактивных мощностей этих же станционных узлов, пользуясь уравнением (26):

$$Q_k - (Q_{\text{Á}k} + \varphi_{qk}) = \Delta Q_k, \tag{40}$$

откуда

$$Q_k = \Delta Q_k + (Q_{\text{Á}k} + \varphi_{qk}). \tag{41}$$

Устанавливая численные значения искомых реактивных мощностей Q_k станционных узлов типа P-U, проверяем условия их допустимости. Затем на основании (33) определяем численные значения приращений искомых модулей комплексных напряжений станционных узлов типа P-Q, а на основании второй строчки выражения (21) - их действительные значения U_m, а также проверяем условия их допустимости.

Таким образом, на каждой итерации проверяем следующие условия допустимости:

$$\begin{gathered} Q_{k,\min} \le Q_k \le Q_{k,\max}, \\ U_{m,\min} \le U_m \le U_{m,\max}. \end{gathered} \tag{42}$$

При проверке условия допустимости (42) могут быть следующие случаи:

1. Оба условия, приведенные в (42), обеспечиваются. Это означает, что полученные численные значения реактивных мощностей станционных узлов типа P-U, Q_k и модули комплексных напряжений станционных узлов типа P-Q, U_m находятся в пределах допустимости. В этом случае как для станционных узлов типа P-U, так и для нагрузочных узлов типа P-Q искомыми режимными параметрами остаются аргументы комплексных напряжений, которые определяются на основании подматричных выражений (32) и (34).

Объединяя подматричные уравнения (32) и (34), получим

$$\begin{bmatrix} \Delta\Psi_{um} \\ \hline \Delta\Psi_{uk} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \alpha_{mn} & \alpha_{m\ell} \\ \hline \alpha_{kn} & \alpha_{k\ell} \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_m \\ \hline \Delta P_k \end{bmatrix} + \left[\begin{array}{c|c} \beta_{mn} & \beta_{m\ell} \\ \hline \beta_{kn} & \beta_{k\ell} \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} \Delta Q_m \\ \hline \Delta Q_k \end{bmatrix}. \tag{43}$$

Определяя численные значения приращений аргументов комплексных напряжений $\Delta\Psi_{um}$ и $\Delta\Psi_{uk}$, устанавливаем их действительные значения согласно следующему выражению:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{um} \\ \hline \Psi_{uk} \end{bmatrix}^1 = \begin{bmatrix} \Psi_{um} \\ \hline \Psi_{uk} \end{bmatrix}^0 - \begin{bmatrix} \Delta\Psi_{um} \\ \hline \Delta\Psi_{uk} \end{bmatrix}^0. \tag{44}$$

Затем переходим к определению приращений составляющих комплексных токов нагрузочных узлов согласно следующему матричному выражению:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_i' \\ \hline \Delta I_i'' \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} a_{ij} & b_{ij} \\ \hline c_{ij} & d_{ij} \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \hline \Delta Q_i \end{bmatrix}. \tag{45}$$

Имея численные значения $\Delta I_i', \Delta I_i''$, определяем действительные значения составляющих комплексных токов станционных узлов:

$$\begin{bmatrix} I_i' \\ \hline I_i'' \end{bmatrix}^1 = \begin{bmatrix} I_i' \\ \hline I_i'' \end{bmatrix}^0 - \begin{bmatrix} \Delta I_i' \\ \hline \Delta I_i'' \end{bmatrix}. \tag{46}$$

Этим завершается первая итерация. Далее переходим к осуществлению второй. Если на второй итерации также обеспечиваются условия (42), то переходим к третьей итерации и т.д.

Итерационный процесс продолжается аналогичным образом, как в предыдущих итерациях, и считается завершенным, если обеспечиваются следующие условия:

$$\left|P_m - \left(P_{Ám} + \varphi_{pm}\right)\right| \le \Delta P_m, \qquad \left|Q_m - \left(Q_{Ám} + \varphi_{qm}\right)\right| \le \Delta Q_m, \tag{47}$$

$$\left|P_k - \left(P_{Ák} + \varphi_{pk}\right)\right| \le \Delta P_k, \qquad \left|Q_k - \left(Q_{Ák} + \varphi_{qk}\right)\right| \le \Delta Q_k, \tag{48}$$

$$\left|P_i - \left(P_{Ái} + \varphi_{pi}\right)\right| \le \Delta P_i, \qquad \left|Q_i - \left(Q_{Ái} + \varphi_{qi}\right)\right| \le \Delta Q_i, \tag{49}$$

где ΔP_m, ΔP_k, ΔP_i, ΔQ_m, ΔQ_k, ΔQ_i - допустимые небалансы узловых активных и реактивных мощностей, которые в данном случае являются также условиями сходимости решения систем нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС.

Для ослабления условия сходимости принимается

$$\begin{aligned} &\Delta P_m = \Delta P_k = \Delta P_i = \Delta P, \\ &\Delta Q_m = \Delta Q_k = \Delta Q_i = \Delta Q. \end{aligned} \tag{50}$$

Фактически задаваемые нами положительные величины ΔP и ΔQ характеризуют точность установления численных значений искомых режимных параметров.

2. Первое условие из (42) обеспечивается, а второе - нет. Это означает, что для независимых станционных узлов типа P-U полученные искомые значения реактивных мощностей Q_k находятся в пределах допустимости. Станционные узлы типа P-Q превращаются в станционные узлы типа P-U, причем в первом случае - в виде $P - U_{m,max}$, а во втором – в виде $P - U_{m,min}$.

В результате независимые станционные узлы становятся узлами типа P-U, и можем написать, что

$$\begin{aligned} &\left[U_m\right] = 0, \\ &\left[U_k\right] = 0. \end{aligned} \tag{51}$$

При этом матричное выражение (29) принимает вид

$$\begin{bmatrix} \Delta\Psi_{um} \\ 0 \\ \Delta\Psi_{uk} \\ 0 \\ \Delta I'_i \\ \Delta I''_i \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc|cc} \alpha_{mn} & \beta_{mn} & \alpha_{m\ell} & \beta_{m\ell} & & \\ \gamma_{mn} & \delta_{mn} & \gamma_{m\ell} & \delta_{m\ell} & & \\ \alpha_{kn} & \beta_{kn} & \alpha_{k\ell} & \beta_{k\ell} & & \\ \gamma_{kn} & \delta_{kn} & \gamma_{k\ell} & \delta_{k\ell} & & \\ \hline & & & & a_{ij} & b_{ij} \\ & & & & c_{ij} & d_{ij} \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_m \\ \Delta Q_m \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix}. \tag{52}$$

Представим матричное выражение (52) в виде совокупности подматричных выражений (36), (43) и

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{mn} & \gamma_{m\ell} \\ \gamma_{kn} & \gamma_{k\ell} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_m \\ \Delta P_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{mn} & \delta_{m\ell} \\ \delta_{kn} & \delta_{k\ell} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta Q_m \\ \Delta Q_k \end{bmatrix}, \tag{53}$$

Полученное матричное выражение (53) представим в виде

$$\left[\begin{array}{c|c}\delta_{mn} & \delta_{m\ell}\\ \hline \delta_{kn} & \delta_{k\ell}\end{array}\right]\cdot\left[\begin{array}{c}\Delta Q_m\\ \hline \Delta Q_k\end{array}\right]=-\left[\begin{array}{c|c}\gamma_{mn} & \gamma_{m\ell}\\ \hline \gamma_{kn} & \gamma_{k\ell}\end{array}\right]\cdot\left[\begin{array}{c}\Delta P_m\\ \hline \Delta P_k\end{array}\right], \qquad (54)$$

откуда можем определить

$$\left[\begin{array}{c}\Delta Q_m\\ \hline \Delta Q_k\end{array}\right]=-\left[\begin{array}{c|c}\delta_{mn} & \delta_{m\ell}\\ \hline \delta_{kn} & \delta_{k\ell}\end{array}\right]^{-1}\cdot\left[\begin{array}{c|c}\gamma_{mn} & \gamma_{m\ell}\\ \hline \gamma_{kn} & \gamma_{k\ell}\end{array}\right]\cdot\left[\begin{array}{c}\Delta P_m\\ \hline \Delta P_k\end{array}\right]. \qquad (55)$$

На основании (55) устанавливаем численные значения приращений реактивных мощностей ΔQ_m и ΔQ_k, а затем их действительные значения:

$$Q_m = \Delta Q_m + \left(Q_{Ám} + \varphi_{qm}\right), \qquad (56)$$

$$Q_k = \Delta Q_k + \left(Q_{Ák} + \varphi_{qk}\right). \qquad (57)$$

Имея численные значения искомых реактивных мощностей Q_m и Q_k, проверяем их условия допустимости:

$$\begin{aligned} &Q_{m,min} \le Q_m \le Q_{m,max}\,, \\ &Q_{k,min} \le Q_k \le Q_{k,max}\,. \end{aligned} \qquad (58)$$

Если условия (58) обеспечиваются, то другие неизвестные режимные параметры Ψ_{um} и Ψ_{uk} определяются на основании (44). Затем переходим к определению составляющих комплексных токов нагрузочных узлов:

$$\left[\begin{array}{c}I'_i\\ \hline I''_i\end{array}\right]^1=\left[\begin{array}{c}I'_i\\ \hline I''_i\end{array}\right]^0-\left[\begin{array}{c|c}a_{ij} & b_{ij}\\ \hline c_{ij} & d_{ij}\end{array}\right]\cdot\left[\begin{array}{c}\Delta P_i\\ \hline \Delta Q_i\end{array}\right]. \qquad (59)$$

В результате завершается первая итерация, после чего переходим к осуществлению второй. Если на второй и последующих итерациях сохраняются условия (58), то итерационный процесс продолжается и считается завершенным, когда обеспечиваются условия (47)-(49).

3. Первое условие из (42) не удовлетворяется, а второе - удовлетворяется. Это означает, что для независимых станционных узлов типа P-U полученные значения реактивных мощностей Q_k не находятся в пределах допустимости, а модули комплексных напряжений U_m станционных узлов типа P-Q, наоборот, находятся в пределах допустимости. При этом реактивные мощности могут быть больше допустимых максимальных значений $\left(Q_{m,max}\right)$ или меньше допустимых минимальных значений $\left(Q_{m,min}\right)$. В связи с этим станционные узлы типа P-U превращаются в узлы типа P-Q, причем в первом случае - в виде $P - Q_{m,max}$, а во втором – в виде $P - Q_{m,min}$.

В результате независимые станционные узлы становятся типа P-Q. При этом искомыми режимными параметрами являются модули и аргументы комплексных напряжений независимых станционных узлов и составляющие комплексных токов нагрузочных узлов.

Для определения неизвестных режимных параметров воспользуемся рекуррентным выражением

$$\begin{bmatrix} \Psi_{um} \\ \hdashline U_m \\ \hline \Psi_{uk} \\ \hdashline U_k \\ \hline I'_i \\ \hdashline I''_i \end{bmatrix}^1 = \begin{bmatrix} \Psi_{um} \\ \hdashline U_m \\ \hline \Psi_{uk} \\ \hdashline U_k \\ \hline I'_i \\ \hdashline I''_i \end{bmatrix}^0 - \left[\begin{array}{cccc|cc} \alpha_{mn} & \beta_{mn} & \alpha_{m\ell} & \beta_{m\ell} & & \\ \gamma_{mn} & \delta_{mn} & \gamma_{m\ell} & \delta_{m\ell} & & \\ \alpha_{kn} & \beta_{kn} & \alpha_{k\ell} & \beta_{k\ell} & & \\ \gamma_{kn} & \delta_{kn} & \gamma_{k\ell} & \delta_{k\ell} & & \\ \hline & & & & a_{ij} & b_{ij} \\ & & & & c_{ij} & d_{ij} \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_m \\ \hdashline \Delta Q_m \\ \hline \Delta P_k \\ \hdashline \Delta Q_k \\ \hline \Delta P_i \\ \hdashline \Delta Q_i \end{bmatrix}. \qquad (60)$$

Определяя численные значения вышеприведенных режимных параметров, устанавливаем также численные значения модулей комплексных напряжений независимых станционных узлов U_m и U_k.

Имея численные значения U_m и U_k, проверяем условия их допустимости:

$$\begin{gathered} U_{m,min} \le U_m \le U_{m,max}, \\ U_{k,min} \le U_k \le U_{k,max}. \end{gathered} \qquad (61)$$

Если условия (61) удовлетворяются, то переходим ко второй итерации.

В случае, когда на второй и последующих итерациях удовлетворяются условия (61), итерационный процесс считается завершенным, когда обеспечиваются условия (47)-(49).

4. Оба условия из (42) не обеспечиваются. Это означает, что для независимых станционных узлов типа P-Q полученные значения модулей комплексных напряжений и реактивных мощностей для станционных узлов типа P-U не находятся в пределах допустимости.

Необходимо отметить, что в результате независимые станционные узлы типа P-Q с индексами $m(n)$ превращаются в станционные узлы типа P-U, а независимые станционные узлы типа P-U с индексами $k(\ell)$ - в станционные узлы типа P-Q. Нетрудно заметить, что при этом повторяется первый случай, и задача будет решена таким же образом.

Для облегчения математических записей при решении поставленной задачи целесообразно индексы $m(n)$ заменить на $k(\ell)$, а последние - на $m(n)$.

В заключение отметим, что рассмотрены все случаи задания исходной информации относительно независимых станционных узлов при решении задачи расчета допустимых установившихся режимов ЭЭС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хачатрян В.С., Аль-Исса Ибрахим, Хачатрян К.В.** Метод определения допустимого установившегося режима электроэнергетической системы // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-1998.-Т. 51, N 3.-С. 295-300.
2. **Каримян А.С.** Расчет допустимого установившегося режима электроэнергетической системы при Y – форме задания состояния сети // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-1999.-Т. 52, N 1.-С. 43-50.

3. **Хачатрян К.В., Нашат А.А., Мкртчян Г.С.** Расчет допустимого установившегося режима Z эквивалентированной электроэнергетической системы // Моделирование, оптимизация, управление: Сборник научных трудов.-2000.-Вып. 3.-С. 103-108.
4. **Хачатрян В.С., Бадалян Н.П., Гулян А.Г.** Выбор состава уравнений установившегося режима электроэнергетической системы при P-U и P-Q типах станционных узлов // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-2003.-Т. 56, N 2.-С. 272-281.
5. **Сафарян В.С., Григорян С.Э.** Расчет допустимого установившегося режима электроэнергетической системы при Y-Z форме задания состояния сети // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-2003.-Т. 56, N 3.-С. 417-425.
6. **Мнацаканян М.А.** Расчет допустимого установившегося режима ЭЭС методом декомпозиции // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-2004.-Т. 57, N 1.- С. 83-93.
7. **Григорян С.Э.** Новый метод расчета допустимого установившегося режима ЭЭС // Вестник МАНЕБ. СПб. -2004.-N 3.-С. 69-73.
8. **Хачатрян В.С., Мнацаканян М.А.** Определение допустимых относительных приростов потерь активной мощности ЭЭС методом декомпозиции // Изв. НАН РА и ГИУА.-Сер. ТН.-2005.-Т. 58, N 1.-С. 260-268.
9. **Хачатрян В.С., Хачатрян К.В., Григорян С.Э., Гулян А.Г.** Расчет установившегося режима электроэнергетической системы при P-Q, P-U типах станционных узлов // Изв. НАН РА и ГИУА.Сер. ТН.-2006.-Т. 59, N 1.-С. 112-122.
10. **Хачатрян В.С., Тохунц А.Р.** Минимизация потерь активной мощности в электрических сетях с учетом ограничений, налагаемых на режимные параметры // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-2005.-Т. 58, N 3.-С. 481-489.
11. **Григорян С.Э.** Метод расчета допустимого установившегося режима электроэнергетической системы // Вестник ИАА.-2006.-Т. 3, N 1.-С. 54-65.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 15.02.2006.

Վ.Ս. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ն.Պ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Ս.Է. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԹՈՒՅԼԱՏՐԵԼԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՌԵԺԻՄԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԸ ԵՎ ՆՐԱ ԻՐԱՑՈՒՄԸ

Առաջարկվում է էլեկտրաէներգետիկական համակարգի թույլատրելի կայունացված ռեժիմի հաշվման նոր □Y-Z□ մաթեմատիկական մոդել, երբ անկախ կայանային հանգույցները միաժամանակ կարող են հանդես գալ ինչպես P-Q, այնպես էլ P-U տեսքերի և վերջինիս իրացումը Նյուտոնի առաջին կարգի մեթոդով:

Առանցքային բառեր. մաթեմատիկական մոդել, համակարգ, ռեժիմ, մատրից, հանգույց, ռեկուրենտային արտահայտություն, թույլատրելի ռեժիմ:

V.S. KHACHATRYAN, N.P. BADALYAN, S.E. GRIGORYAN

MATHEMATICAL MODEL OF ADMISSIBLE STEADY-STATE CONDITION IN ELECTRIC POWER SYSTEM AND ITS REALIZATION

A new Y-Z mathematical model of admissible steady-state system condition of electric power system (EPS) when independent stationary units can at the same time be of P-Q an P-U type is proposed. It is realized by the method of the girt order.

Keywords: mathematical model, system, condition, matrix, unit, power, recurrent express, on admissible condition.