

ՀՏԴ 621.316

ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՈՒՄ ԵՎ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ
ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ

DOI 10.53297/0002306X-2021.v74.4-480

Ա.Գ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Դ.Ա. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա.Ն. ԲԱԲԱՅԱՆ

ԳԾԱՅԻՆ ԲԱԶՄԱԶԱՓԱՆԻՇԱՅԻՆ ԾՐԱԳՐԱՎՈՐՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ
ԼՈՒԾՈՒՄԸ՝ ԲԱԶՄԱԶԱՓ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ԿԻՐԱՌՄԱՄԲ

Առաջարկվում է գծային բազմաչափանիշային ծրագրավորման խնդիրների լուծման նպատակով կիրառել բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխությունները: Նախ՝ կշռային գործակիցների ներմուծմամբ, որոնք դիտարկվում են որպես պարամետրեր, բազմաչափանիշային խնդիրը ներկայացվում է ընդհանրական նպատակային ֆունկցիայով միաչափանիշային բազմապարամետրական օպտիմալացման խնդրով: Ստացված բազմապարամետրական խնդիրն արդեն լուծվում է բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխությունների և սիմպլեքս ձևափոխությունների կիրառմամբ: Լուծման արդյունքում ձևավորվում են պարամետրերի՝ կշռային գործակիցների փոփոխման միջակայքերն ու դրանցից յուրաքանչյուրում բազմապարամետրական օպտիմալ նպատակային ֆունկցիան և փոփոխականների օպտիմալ արժեքները:

Առանցքային բառեր. բազմաչափանիշային օպտիմալացում, կշռային գործակիցներ, բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխություններ, սիմպլեքս ձևափոխություններ:

Ներածություն: Բարդ գործնական խնդիրները շատ հաճախ հանգում են բազմաչափանիշային օպտիմալացման խնդիրների, որոնց լուծման բազմաթիվ եղանակներ կան [1-4]: [5] աշխատանքում վերլուծված են ինժեներական խնդիրների լուծման նպատակով կիրառվող եղանակները: Ինչպես նշված, այնպես էլ [6-9] աշխատանքներում առանձնացնում են զլոբալ նպատակային ֆունկցիայի հանգեցնող կշռային գործակիցների եղանակը և դրա կիրառման մի շարք ոլորտները: Հայտնի է [1-9], որ կշռային գործակիցների եղանակի կիրառման դեպքում անհրաժեշտ է որոշել կշռային գործակիցների արժեքները: Այդ նպատակով հիմնականում կիրառվում են փորձագիտական գնահատականների արդյունքում որոշված արժեքները: Սույն աշխատանքում առաջարկվում է բազմաչափանիշային գծային ծրագրավորման խնդիրների լուծման համար կիրառել կշռային գործակիցների եղանակը, իսկ գործակիցների արժեքները որոշել բազմապարամետրական գծային ծրագրավորման խնդրի լուծմամբ: Բազմապարամետրական գծային ծրագրավորման խնդրի լուծման նպատակով առաջարկվում է կիրառել բազմա-

չափանիշային դիֆերենցիալ ձևափոխությունները [10, 11], ի տարբերություն [12, 13] աշխատանքներում առաջարկված եղանակների:

Մաթեմատիկական մոդելը: Դիտարկենք բազմաչափանիշային գծային ծրագրավորման հետևյալ խնդիրը.

$$\begin{cases} f_1(X) \rightarrow \max, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ f_k(X) \rightarrow \max, \end{cases} \quad X \in D, \quad (1)$$

$$D: \begin{cases} A \cdot X \leq b, \\ x_i \geq 0, i = 1, n, \end{cases} \quad (2)$$

որտեղ թույլատրելի արժեքների D բազմությունը ձևավորվում է (2) գծային սահմանափակումներով, որոնցում A -ն սահմանափակումների (mxn) չափայնությամբ մատրիցն է, b –ն՝ ազատ անդամների $(mx1)$ չափայնությամբ վեկտորը, X -ը՝ փնտրվող փոփոխականների $(nx1)$ չափայնությամբ վեկտորը, $f_i(X), i = 1, k$ – երը նպատակային ֆունկցիաներն են:

Կազմենք գլոբալ նպատակային ֆունկցիան [1-4]՝

$$F(X, W) = w_1 f_1(X) + w_2 f_2(X) + \dots + w_k f_k(X) \rightarrow \max, \quad X \in D, \quad (3)$$

որտեղ $W = (w_1, w_2, \dots, w_k)^T$ –ն կշռային գործակիցների $(kx1)$ չափայնությամբ վեկտորն է: Վեկտորի տարրերը պետք բավարարեն հետևյալ պայմաններին՝

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1, w_i \geq 0: \quad (4)$$

(3) գլոբալ նպատակային ֆունկցիայի և (4) պայմանների հաշվառմամբ (1)-(2) բազմաչափանիշային խնդիրը կհանգի հետևյալ բազմապարամետրական միաչափանիշային խնդրին, որտեղ կշռային գործակիցները կդիտարկենք որպես պարամետրեր.

$$F(X(w_1, w_2, \dots, w_k)) = w_1 f_1(X) + w_2 f_2(X) + \dots + w_k f_k(X) \rightarrow \max, \quad X \in D, \quad (5)$$

$$D: \begin{cases} A \cdot X(w_1, w_2, \dots, w_k) \leq b, \\ x_i(w_1, w_2, \dots, w_k) \geq 0, i = 1, n, \end{cases} \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1, w_i \geq 0: \quad (7)$$

(5)-(7) բազմապարամետրական խնդրի լուծման արդյունքում կարող ենք ստանալ կշռային գործակիցների արժեքների փոփոխման տարբեր միջակայքերի համար բազմաչափանիշային խնդրի Պարետո օպտիմալ լուծումները: Ստացված լուծումները վճիռ կայացնողին հնարավորություն կտան ձևավորված միջակայ-

քերից ընտրել կշռային գործակիցների արժեքները՝ ըստ տվյալ միջակայքում գլոբալ նպատակային ֆունկցիայի կամ առանձին նպատակային ֆունկցիաների օպտիմալ արժեքների: (5)-(7) բազմապարամետրական խնդրում պարամետրերի քանակը կարելի է մեկով պակասեցնել, եթե (7) պայմանի հաշվառմամբ ընդունենք.

$$w_k = 1 - \sum_{i=1}^{k-1} w_i : \quad (8)$$

Այսպիսով, (5)-(7) բազմապարամետրական խնդիրը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$F(X(w_1, w_2, \dots, w_{k-1})) = w_1 f_1(X) + w_2 f_2(X) + \dots + (1 - \sum_{i=1}^{k-1} w_i) f_k(X) \rightarrow \max_{X \in D}, \quad (9)$$

$$D: \begin{cases} A \cdot X(w_1, w_2, \dots, w_{k-1}) \leq b, \\ x_i(w_1, w_2, \dots, w_{k-1}) \geq 0, \quad i = 1, n, \end{cases} \quad (10)$$

$$0 \leq w_i \leq 1, \quad i = 1, k-1; \quad 0 \leq \sum_{i=1}^{k-1} w_i \leq 1 : \quad (11)$$

Պարամետրական տարբեր տիպերի խնդիրների լուծման նպատակով հաջողությամբ կիրառվում են դիֆերենցիալ միաչափ և բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխությունները [14-16]: Ստացված $(k-1)$ պարամետրերով, n փոփոխականներով գծային բազմապարամետրական (9)-(11) խնդիրը լուծելու համար, կիրառենք [17]-ում առաջարկված եղանակը՝ հիմնված բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա [10], որոնք անալիտիկ $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ բազմապարամետրական ֆունկցիայի համար ներկայացվում են հետևյալ կերպ՝

- ուղիղ ձևափոխությունը՝

$$U(K_1, K_2, \dots, K_m) = \frac{H_1^{K_1} H_2^{K_2} \dots H_m^{K_m}}{K_1! K_2! \dots K_m!} \left[\frac{\partial^{K_1+K_2+\dots+K_m} u(x_1, x_2, \dots, x_m)}{\partial x_1^{K_1} \partial x_2^{K_2} \dots \partial x_m^{K_m}} \right]_{\substack{x_1=t_1, \\ \dots \\ x_m=t_m}}, \quad (12)$$

- հակադարձ ձևափոխությունը՝

$$u(x_1, x_2, \dots, x_m) = \sum_{f=0}^{\infty} \sum_{K_1+K_2+\dots+K_m=f} \left(\frac{x_1-t_1}{H_1} \right)^{K_1} \left(\frac{x_2-t_2}{H_2} \right)^{K_2} \dots \left(\frac{x_m-t_m}{H_m} \right)^{K_m} U(K_1, K_2, \dots, K_m), \quad (13)$$

որտեղ $U(x_1, x_2, \dots, x_m)$ -ն բնօրինակն է (ենթադրում ենք, որ գոյություն ունեն այս ֆունկցիայի բոլոր մասնակի ածանցյալներն ըստ $x_1, x_2, \dots, x_m$ փոփոխականների), $U(K_1, K_2, \dots, K_m)$ - ն՝ ամբողջաթիվ $K_1, K_2, \dots, K_m$ արգումենտներից կախված պատկերը ($U(K_1, K_2, \dots, K_m) \cong U(x_1, x_2, \dots, x_m)$), $H_1, H_2, \dots, H_m$ -երը՝ մասշտաբային գործակիցները, $t_1, t_2, \dots, t_m$ - երը՝ մոտարկման կենտրոնի կոորդինատները:

Կիրառելով (12) ուղիղ դիֆերենցիալ ձևափոխությունները (մոտարկման առաջին կենտրոնն ընդունում ենք բոլոր պարամետրերի համար զրոյական արժեքները) (9)-(11)-ը խնդրի պարամետրական կախվածություններով տարրերի նկատմամբ և [17] աշխատանքում առաջարկված սիմպլեքս-ձևափոխությունների Դ-պատկերների առնչությունները, կազմակերպենք իտերացիոն գործընթաց, որի յուրաքանչյուր քայլում կձևավորվեն դիֆերենցիալ բազմաչափ ուղիղ ձևափոխություններով հաշվված դիֆերենցիալ պատկերներով սիմպլեքս-աղյուսակներ, իրականացնենք սիմպլեքս-ձևափոխություններ դիֆերենցիալ պատկերների տիրույթում, ստուգենք կանգառի պայմանները, և համաձայն պայմանների՝ կիրականացվի կամ հաջորդ իտերացիան, կամ հաջորդ քայլը: Հաջորդ իտերացիան կիրականացվի, եթե կանգառի պայմանները չեն բավարարվել, դեռևս անհրաժեշտ է փոփոխություններ կատարել բազիսային վեկտորի տարրերում ու կատարել սիմպլեքս ձևափոխություններ: Եթե կանգառի պայմանները բավարարվել են, այսինքն ձևավորվել է օպտիմալ բազիս, ապա կազմում ենք օպտիմալության միջակայքերը որոշող պայմանները հետևյալ կերպ. տվյալ քայլի վերջին իտերացիային համապատասխան աղյուսակից, որը պարունակում է դիֆերենցիալ պատկերները, (13) առնչությամբ վերականգնվում են բնօրինակները, ձևավորվում է օպտիմալության միջակայքի որոշման հետևյալ խնդիրը՝

$$\sum_{i=1}^{k-1} w_i \rightarrow \min, \quad (14)$$

$$D: \left\{ \Lambda_j(w_1, w_2, \dots, w_{k-1}) \geq 0, j = 1, \dots, m, \right.$$

որտեղ $\Lambda_j(w_1, w_2, \dots, w_{k-1})$, $j = 1, \dots, n$ - երբ (13) առնչությամբ վերականգնված սիմպլեքս-տարբերությունների բազմապարամետրական ֆունկցիաներն են: (14) խնդրի լուծման արդյունքում ստացված $w_1^*, w_2^*, \dots, w_{k-1}^*$ արժեքներով կձևավորվի $w_1, w_2, \dots, w_{k-1}$ պարամետրերի՝ կշռային գործակիցների փոփոխման 1-ին միջակայքը, որում նպատակային ֆունկցիան ևս կունենա բազմապարամետրական տեսք ու կորոշվի տվյալ քայլի վերջին իտերացիայում ստացված սիմպլեքս աղյուսակի բազիսային լուծումների արժեքների ու $F(X(w_1, w_2, \dots, w_{k-1}))$ ֆունկցիայի միջոցով: Հաջորդ միջակայքը ձևավորելու համար որպես մոտարկման կենտրոն ընտրվում են պարամետրերի $w_1^*, w_2^*, \dots, w_{k-1}^*$ արժեքները, հաշվվում են այդ կենտրոնում դիֆերենցիալ պատկերները, և կառուցվում է տվյալ քայլին համապատասխան սիմպլեքս-աղյուսակը: Վերը նկարագրված ընթացակարգով

կատարվում են սիմպլեքս-ձևափոխություններ, ստուգվում կանգառի պայմանները, կազմվում օպտիմալության միջակայքերը որոշող խնդիրները: Քայլերը կատարվում են այնքան ժամանակ, քանի դեռ կշռային գործակիցների արժեքները բավարարում են (11) պայմանները:

Մոդելային օրինակ: Դիտարկենք բազմաչափանիշային օպտիմալացման հետևյալ խնդիրը [18]՝

$$\begin{cases} x_1 + 8x_2 \rightarrow \max, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \max, \\ x_3 + x_4 \rightarrow \max, \end{cases} \quad X \in D, \quad (15)$$

$$D: \begin{cases} 30x_1 + x_2 + 14x_3 \leq 10, \\ 3x_1 + x_2 + x_4 \leq 5, \\ 7x_1 + 8x_2 + 15x_3 \leq 2, \\ 14x_1 + 6x_2 + 4x_3 \leq 11: \end{cases} \quad (16)$$

Համաձայն (4)-ի՝ ներմուծենք կշռային գործակիցները և (8)-ի կիրառմամբ ներկայացնենք (9)-(11) բազմապարամետրական խնդիրը.

$$F(X(w_1, w_2)) = (w_1 + 2w_2)x_1 + (8w_1 + w_2)x_2 + (1 - w_1 + 3w_2)x_3 + (1 - w_1 - w_2)x_4 \rightarrow \max, \quad X \in D, \quad (17)$$

$$D: \begin{cases} 30x_1 + x_2 + 14x_3 \leq 10, \\ 3x_1 + x_2 + x_4 \leq 5, \\ 7x_1 + 8x_2 + 15x_3 \leq 2, \\ 14x_1 + 6x_2 + 4x_3 \leq 11, \end{cases} \quad (18)$$

$$0 \leq w_i \leq 1, \quad i = 1, 2; \quad 0 \leq \sum_{i=1}^2 w_i \leq 1: \quad (19)$$

Ստացված երկպարամետրական օպտիմալացման (17)-(19) խնդրի՝ վերը նկարագրված ընթացակարգով լուծման արդյունքում ձևավորվում են աղյուսակում ներկայացված միջակայքերը, որոնցից յուրաքանչյուրի համար ստացվում են նպատակային (17) օպտիմալ ֆունկցիան՝ կախված w_1 , w_2 պարամետրերից, և փոփոխականների օպտիմալ արժեքները: Լուծման իտերացիոն ընթացակարգը սկսվել է $w_1 = 0, w_2 = 0$ մոտարկման կենտրոնից: Մասշտաբային գործակիցները ընտրվել են՝ $H_1 = H_2 = 1$, իսկ պատկերների քանակը՝ 2-ական յուրաքանչյուր պարամետրի համար: Նախնական այս պայմաններով ձևավորվում է առաջին քայլի սիմպլեքս-աղյուսակը, և կատարվում են սիմպլեքս-ձևափոխություններ պատկերների տիրույթում: Կանգառի պայմանի բավարարումից հետո կազմվում է (14) խնդիրը՝

$$w_1 + w_2 \rightarrow \max, \quad X \in D$$

$$\begin{cases} 3.966666666666667 - 4.1w_2 - 4.966666666666667w_1 \leq 0, \\ 2.033333333333333 - 0.899999999999999 * w_2 - 10.03333333333333 * w_1 \leq 0, \\ 0.0666666666666667 + 0.2 * w_2 - 0.0666666666666667 * w_1 \leq 0, \\ 0.25 - 0.25 * w_2 - 0.25 * w_1 \leq 0, \end{cases}$$

որի օպտիմալ լուծումն է՝ $w_1 = 0.178041$, $w_2 = 0.274123$: Երկպարամետրական (17)-(19) խնդրի լուծման առաջին միջակայքը ձևավորվեց (աղյուսակի 1-ին միջակայքը):

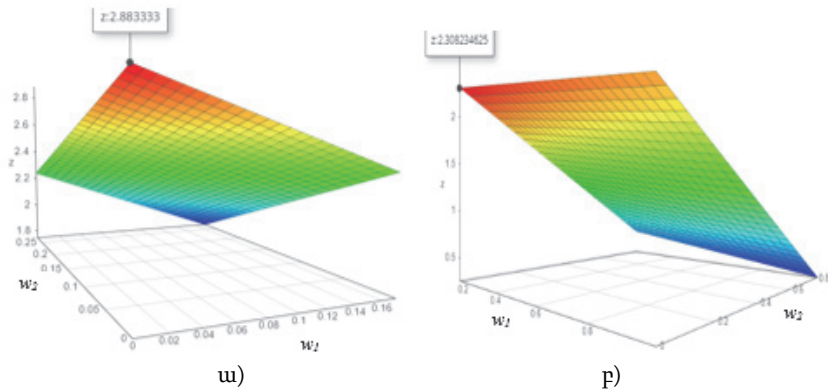
Հաջորդ միջակայքը ձևավորելու համար որպես մոտարկման կենտրոն ընտրվում են ստացված $w_1 = 0.178041$, $w_2 = 0.274123$ արժեքները, դրանց համապատասխան կառուցվում է նոր սիմպլեքս-աղյուսակը, կատարվում են սիմպլեքս-ձևափոխությունները: Խնդրի լուծման արդյունքները ներկայացված են աղյուսակում: Նկարում ներկայացված են աղյուսակի 1-ին և 2-րդ միջակայքերում տրված ընդհանրական նպատակային ֆունկցիայի գրաֆիկները՝ կախված w_1 , w_2 պարամետրերից: Գրաֆիկներում նշված է ընդհանրական նպատակային ֆունկցիայի մաքսիմումը:

Ստացված օպտիմալ լուծումը վճիռ կայացնող համակարգին հնարավորություն կտա ընտրել կշռային գործակիցների արժեքները ձևավորված միջակայքերից, արդեն իսկ ունենալով ինչպես (15) միաչափանիշային, այնպես էլ (17) ընդհանրական նպատակային ֆունկցիաների արժեքները:

Աղյուսակ

Երկպարամետրական խնդրի լուծման արդյունքները

h.	Միջակայքը	Օպտիմալ լուծումը	
		Նպատակային ֆունկցիան	Փոփոխականների վեկտորը
1	$0 \leq w_1 \leq 0.178041$ $0 \leq w_2 \leq 0.274123$	$F^* = 2.883333 - 2.883333w_1 - 2.35w_2$	$X^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.1333 \\ 2.75 \end{pmatrix}$
2	$0.178041 \leq w_1 < 1$ $0 \leq w_2 < 0.821959$	$F^* = 2.375 - 0.375w_1 - 2.125w_2$	$X^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.25 \\ 0 \\ 2.375 \end{pmatrix}$
3	$0 \leq w_1 \leq 0.15$ $0.839 \leq w_2 \leq 1$	$F^* = 1.75 - 1.46429w_1 - 1.17857w_2$	$X^* = \begin{pmatrix} 0.285714 \\ 0 \\ 0 \\ 1.75 \end{pmatrix}$
4	$w_1 \geq 0.1579$ $w_2 = 1 - w_1$	$F^* = 2w_1 + 0.25w_2$	$X^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.25 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
5	$w_1 \leq 0.1579$ $w_2 = 1 - w_1$	$F^* = 0.285714w_1 + 0.571428w_2$	$X^* = \begin{pmatrix} 0.285714 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$



Նկ. Հնդհանրական նպատակային ֆունկցիայի գրաֆիկները աղյուսակի 1-ին (ա) և 2-րդ (բ) միջակայքերում

Եզրակացություն: Բազմաչափանիշային օպտիմալացման խնդիրների լուծման նպատակով առաջարկվում է կշռային գործակիցների ներմուծմամբ ստացված բազմապարամետրական խնդիրը լուծել բազմաչափ դիֆերենցիալ և սիմպլեքս-ձևափոխությունների համատեղ կիրառմամբ: Լուծման արդյունքում պարամետրերի փոփոխման ձևավորված միջակայքերը հնարավորություն կտան վճիռ կայացնողին ընտրել կշռային գործակիցների արժեքները՝ տվյալ միջակայքում որոշված նպատակային ֆունկցիայի ու փոփոխականների օպտիմալ արժեքների վերլուծության հիման վրա: Լուծվել է բազմաչափանիշային գծային օպտիմալացման խնդիր, ստացվել են պարամետրերի փոփոխման միջակայքերը, օպտիմալ նպատակային ֆունկցիան և փոփոխականների օպտիմալ արժեքները յուրաքանչյուր միջակայքում:

Աշխատանքը կատարվել է Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանի «Ավտոմատացում և էլեկտրամագնիսական համակարգեր» բազային գիտահետազոտական լաբորատորիայում:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Hakanen Jussi, Allmendinger Richard.** Multiobjective optimization and decision making in engineering sciences // Optimization and Engineering. – 2021. -22. – P.1031-1037.
2. **Hiller S.F., Gerald J.L.** Introduction to operations research. – New York: McGraw-Hill, 2014. -1050 p.
3. **Jensen A. Paul, Jonathan B.** Operations Research: Models and Methods. - John Wiley & Sons, Australia, 2002. -675 p.
4. **Marler R., Arora Jasbir.** Survey of Multi-Objective Optimization Methods for Engineering //Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2004. -26. –P. 369-395. 10.1007/s00158-003-0368-6.

5. **Marler R.T., Arora J.S.** The weighted sum method for multi-objective optimization: new insights //Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2010. -41. – P. 853–862.
6. **Chunming Liu, Xin Xu, Dewen Hu.** Multiobjective Reinforcement Learning: A Comprehensive Overview // IEEE transactions on systems, man, and cybernetics: systems. -2015. - Vol. 45, No. 3. - P. 385-398.
7. **Daniel Chi Kit Ngai, Nelson Hon Ching Yung.** A Multiple-Goal Reinforcement Learning Method for Complex Vehicle Overtaking Maneuvers // IEEE transactions on intelligent transportation systems. - 2011. - Vol. 12, No. 2. - P.509-522.
8. **Marler R.T., Arora, J.S.** Function-transformation methods for multi-objective optimization //Engineering Optimization. – 2005. -Vol. 37, No. 6. – P. 551–570.
9. **Wiecek Margaret M., Ehrgott Matthias, Engau Alexander.** Continuous Multiobjective Programming / S. Greco, et al (eds.) //Multiple Criteria Decision Analysis, International Series in Operations Research & Management Science 233. - 2016. – P. 739-815.
10. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные преобразования функций и уравнений. - Киев: Наукова думка, 1980. – 419 с.
11. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные спектры и модели.- Киев: Наукова думка, 1990. – 184 с.
12. **Таха Х.** Введение в исследование операций. – М.: Мир, 2010. -912 с.
13. On multi-parametric programming and its applications in process systems engineering/ **Richard Oberdieck, Nikolaos A. Diangelakis, Ioana Nascu, Maria M. Papathanasiou, Muxin Sun, Styliani Avraamidou, Efstratios N. Pistikopoulos** // Chemical Engineering Research and Design. – 2016. –Vol. 116. –P. 61-82.
14. **Симонян С.О., Аветисян А.Г.** Прикладная теория дифференциальных преобразований: Монография. – Ереван: Издательство ГИУА “Чартарагет”, 2010. – 361 с.
15. **Գյուլզադյան Լ.Ս.** Նպատակային ֆունկցիայի պարամետրական գործակիցներով գծային ծրագրավորման խնդիրների լուծման եղանակ՝ հիմնված դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա // ՀՊՀՀ ԼՐԱԲԵԳ. Գիտական հոդվածների ժողովածու. - Երևան, 2012. - Մաս 1. - էջ. 341-347:
16. **Аветисян А.Г., Гюльзаян Л.С.** Метод решения задач параметрического линейного программирования, основанный на дифференциальных преобразованиях //Известия Томского политехнического университета. Серия “Математика и механика. Физика”. – Томск, 2014. – Т. 324, № 2. – С. 25-29.
17. **Аветисян А.Г., Гюльзаян Л.С.** Метод решения многопараметрических задач ЛП, основанный на дифференциальных преобразованиях //Известия НАН РА и ГИУА. Серия Техн. науки. – 2014. - Т. LXVII, №2. - С.235-243.
18. **Семененко О.В.** Метод решения задач многокритериального программирования с определением весовых коэффициентов // Информационные технологии и проблемы математического моделирования сложных систем. - 2011. - № 9. - С. 89-97.

Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարան: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 27.07.2021:

А.Г. АВЕТИСЯН, Д.А. КАЗАРЯН, А.Н. БАБАЯН

**РЕШЕНИЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО
ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ МНОГОМЕРНЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ**

Предлагается применять многомерные дифференциальные преобразования для решения многокритериальной задачи линейного программирования. С помощью весовых коэффициентов, которые далее рассматриваются как параметры, многокритериальная задача представляется многопараметрической однокритериальной задачей с обобщенной целевой функцией. Полученная многопараметрическая задача решается с помощью многомерных дифференциальных и симплекс-преобразований. В результате решения многопараметрической задачи линейного программирования формируются области изменения значений параметров - весовых коэффициентов, а также значения переменных и зависимости обобщенных целевых функций.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, весовые коэффициенты, многомерные дифференциальные преобразования, симплекс-преобразования.

A.G. AVETISYAN, D.A. GHAZARYAN, A.N. BABAYAN

**SOLVING LINEAR MULTI-OBJECTIVE PROGRAMMING PROBLEMS BY
USING MULTIDIMENSIONAL DIFFERENTIAL TRANSFORMS**

Multidimensional differential transforms are proposed to be applied for the solution of the linear multi-objective programming problems. The multi-objective problem is reduced to the one-dimensional multiparametric problem with a generalized objective function by inserting weight coefficients which are considered as parameters. The obtained multiparametric problem is solved by using multidimensional differential and simplex transforms. The change intervals of the weight coefficients (parameters), the multiparametric optimal objective function and the optimal values of the variables in each change interval are formed as a result of the solution.

Keywords: multi-objective optimization, weight coefficients, multidimensional differential transforms, simplex transforms.