ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2006. Т. **LIX, № 2.**

УДК 621.311 ЭНЕРГЕТИКА

В. С. ХАЧАТРЯН, Н. П. БАДАЛЯН, К. В. ХАЧАТРЯН,
С.Э. ГРИГОРЯН

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Предлагается метод решения системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом Ньютона.

Ключевые слова: модель, электроэнергетическая система, узел, параметр, нагрузка, мощность, матрица, аргумент, модуль.

При решении задачи расчета установившегося режима электроэнергетической системы (ЭЭС) большое значение имеет случай, когда независимые станционные узлы одновременно могут быть как типа P-Q, так и типа P-U [1-10].

Настоящая статья посвящена построению и реализации соответствующей математической модели, когда пассивная часть электрической сети задается в Y-Z гибридной форме.

Для построения соответствующей математической модели применяется следующая система индексов: $m(n) = 0, 1, 2, \dots, \tilde{A}_1$, где $\tilde{A}_1$ - число станционных узлов типа P-Q, относительно которых в качестве исходной информации задаются активные и реактивные мощности. Станционный узел с нулевым индексом, называемый зависимым узлом, выбирается в качестве базисного по напряжению и балансирующего по мощностям; $k(\ell) = \tilde{A}_1 + 1, \tilde{A}_1 + 2, \dots, \tilde{A}_1 + \tilde{A}_2 = \tilde{A}$, где $\tilde{A}_2$ - число станционных узлов типа P-U, относительно которых в качестве исходной информации задаются активные мощности и модули комплексных напряжений; $i(j) = \tilde{A} + 1, \tilde{A} + 2, \dots, \tilde{A} + H$, где H - число нагрузочных узлов типа P-Q.

Основой для построения математической модели установившегося режима ЭЭС является Y-Z расчетная матрица, которая с учетом принятой выше системы индексов в развернутой форме принимает вид

$$\left[\begin{array}{c:c:c} Y_{m,n} & Y_{m,\ell} & A_{m,j} \\ \hdashline Y_{k,n} & Y_{k,\ell} & \dot{A}_{k,j} \\ \hdashline \dot{B}_{i,n} & \dot{B}_{i,\ell} & Z_{i,j} \end{array}\right], \tag{1}$$

где

$$\begin{aligned} Y_{m,n} &= Y_{mn} - Y_{mj} Z_{in} Y_{in}, \qquad & Y_{m,\ell} &= Y_{m\ell} - Y_{mj} Z_{ij} Y_{i\ell}, \\ Y_{k,n} &= Y_{kn} - Y_{kj} Z_{in} Y_{in}, \qquad & Y_{k,\ell} &= Y_{k\ell} - Y_{kj} Z_{ij} Y_{i\ell}; \end{aligned} \tag{2}$$

$$Y_{mj}Z_{ij} = \dot{A}_{m,j}\,, \qquad\qquad Y_{kj}Z_{ij} = \dot{A}_{k,j}\,,$$
$$-Z_{ij}Y_{in} = \dot{B}_{i,n}\,, \qquad\qquad -Z_{ij}Y_{i\ell} = \dot{B}_{i,\ell}\,; \tag{3}$$

$$Z_{i,j} = Y_{ij}^{-1}. \tag{4}$$

На основании (1) строится математическая модель установившегося режима ЭЭС, которая представляется в виде

$$\begin{array}{|l|l|}
\hline
\begin{array}{l}
\Phi_{pm} = P_m - \left[P_{Бm} + \varphi_{pm}\left(U_n\,,\ \Psi_{un}\,;\ \Psi_{u\ell}\right)\right] = 0\,, \\
\Phi_{qm} = Q_m - \left[Q_{Бm} + \varphi_{qm}\left(U_n\,,\ \Psi_{un}\,;\ \Psi_{u\ell}\right)\right] = 0\,, \\
\Phi_{pk} = P_k - \left[P_{Бk} + \varphi_{pk}\left(U_n\,,\ \Psi_{un}\,;\ \Psi_{u\ell}\right)\right] = 0\,;
\end{array} & \\
\hline
 & \begin{array}{l}
\Phi_{pi} = P_i - \left[P_{Бi} + \varphi_{pi}\left(I'_j\,,\ I''_j\right)\right] = 0\,, \\
\Phi_{qi} = Q_i - \left[Q_{Бi} + \varphi_{qi}\left(I'_j\,,\ I''_j\right)\right] = 0.
\end{array} \\
\hline
\end{array} \tag{5}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
\varphi_{pm}\left(U_n\,,\ \Psi_{un}\,;\ U_\ell\,,\ \Psi_{u\ell}\right) &= U_m \sum_{n=1}^{\Gamma_1}\left[g_{m,n}\cos\left(\Psi_{um} - \Psi_{un}\right) + b_{m,n}\sin\left(\Psi_{um} - \Psi_{un}\right)\right]U_n + \\
&+ U_m \sum_{\ell=\Gamma_1+1}^{\Gamma}\left[g_{m,\ell}\cos\left(\Psi_{um} - \Psi_{u\ell}\right) + b_{m,\ell}\sin\left(\Psi_{um} - \Psi_{u\ell}\right)\right]U_\ell\,, \\
\varphi_{pm}\left(U_n\,,\ \Psi_{un}\,;\ U_\ell\,,\ \Psi_{u\ell}\right) &= U_m \sum_{n=1}^{\Gamma_1}\left[g_{m,n}\sin\left(\Psi_{um} - \Psi_{un}\right) - b_{m,n}\cos\left(\Psi_{um} - \Psi_{un}\right)\right]U_n + \\
&+ U_m \sum_{\ell=\Gamma_1+1}^{\Gamma}\left[g_{m,\ell}\sin\left(\Psi_{um} - \Psi_{u\ell}\right) - b_{m,\ell}\cos\left(\Psi_{um} - \Psi_{u\ell}\right)\right]U_\ell\,,
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{pk}\left(U_n\,,\ \Psi_{un}\,;\ U_\ell\,,\ \Psi_{u\ell}\right) &= U_k \sum_{n=1}^{\Gamma_1}\left[g_{k,n}\cos\left(\Psi_{uk} - \Psi_{un}\right) + b_{k,n}\sin\left(\Psi_{uk} - \Psi_{un}\right)\right]U_n + \\
&+ U_k \sum_{\ell=\Gamma_1+1}^{\Gamma}\left[g_{k,\ell}\cos\left(\Psi_{uk} - \Psi_{u\ell}\right) + b_{k,\ell}\sin\left(\Psi_{uk} - \Psi_{u\ell}\right)\right]U_\ell\,;
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{pi}\left(I'_j\,,\ I''_j\right) &= \sum_{j=\Gamma+1}^{M}\left[R_{i,j}\left(I'_iI'_j + I''_iI''_j\right) + X_{i,j}\left(I''_iI'_j - I'_iI''_j\right)\right], \\
\varphi_{qi}\left(I'_j\,,\ I''_j\right) &= \sum_{j=\Gamma+1}^{M}\left[X_{i,j}\left(I'_iI'_j + I''_iI''_j\right) - R_{i,j}\left(I''_iI'_j - I'_iI''_j\right)\right].
\end{aligned} \tag{8}$$

Величины $P_{Бm}\,, Q_{Бm}\,, P_{Бk}\,, P_{Бi}\,, Q_{Бi}\,,$ входящие в математическую модель (5), определяются выражениями

$$P_{Ám} = p_{Ám} + \sum_{j=Ã+1}^{M} \Big[\big(A'_{m,j} I'_j - A''_{m,j} I''_j \big) \cos \Psi_{Um} + \big(A'_{m,j} I''_j + A''_{m,j} I'_j \big) \sin \Psi_{Um} \Big] U_m ,$$

$$Q_{Ám} = q_{Ám} + \sum_{j=Ã+1}^{M} \Big[\big(A'_{m,j} I'_j - A''_{m,j} I''_j \big) \sin \Psi_{Um} - \big(A'_{m,j} I''_j + A''_{m,j} I'_j \big) \cos \Psi_{Um} \Big] U_m ; \tag{9}$$

$$P_{Ák} = p_{Ák} + \sum_{j=Ã+1}^{M} \Big[\big(A'_{k,j} I'_j - A''_{k,j} I''_j \big) \cos \Psi_{Uk} + \big(A'_{k,j} I''_j + A''_{k,j} I'_j \big) \sin \Psi_{Uk} \Big] U_k ; \tag{10}$$

$$P_{Бi} = p_{Бi} + \sum_{t=1}^{Г} \Big[\big(B'_{i,t} I'_i + B''_{i,t} I''_i \big) \cos \Psi_{Ut} - \big(B''_{i,t} I'_i - B'_{i,t} I'' \big) \sin \Psi_{Ut} \Big] U_t ,$$

$$Q_{Бi} = q_{Бi} + \sum_{t=1}^{Г} \Big[\big(B''_{i,t} I'_i - B'_{i,t} I''_i \big) \cos \Psi_{Ut} + \big(B'_{i,t} I'_i + B''_{i,t} I''_i \big) \sin \Psi_{Ut} \Big] U_t . \tag{11}$$

С другой стороны, $p_{Бm}$, $q_{Бm}$, $p_{Бk}$, $p_{Бi}$, $q_{Бi}$ определяются в виде

$$p_{Бm} = -\sum_{t=1}^{C} \big(g_{m,t} \cos \Psi_{Um} + b_{m,t} \sin \Psi_{Um} \big) U_m U_0 ,$$

$$q_{Бm} = -\sum_{t=1}^{C} \big(g_{m,t} \sin \Psi_{Um} + b_{m,t} \cos \Psi_{Um} \big) U_m U_0 , \tag{12}$$

$$p_{Бk} = -\sum_{t=1}^{C} \big(g_{k,t} \cos \Psi_{Uk} + b_{k,t} \sin \Psi_{Uk} \big) U_k U_0 ,$$

$$p_{Ái} = I'_i U_0 - \sum_{t=1}^{C} \big(B'_{i,t} I'_i + B''_{i,t} I''_i \big) U_0 ,$$

$$q_{Ái} = -I''_i U_0 + \sum_{t=1}^{C} \big(B'_{i,t} I''_i - B''_{i,t} I'_i \big) U_0 . \tag{13}$$

Верхняя левая математическая подмодель установившегося режима из (5) позволяет определить численные значения модулей и аргументов комплексных напряжений станционных узлов типа P-Q и аргументов комплексных напряжений станционных узлов типа P-U. Нижняя правая математическая подмодель из (5) позволяет установить численные значения составляющих комплексных токов нагрузочных узлов.

Реализация верхней левой и нижней правой математических подмоделей осуществляется вторым методом Ньютона с использованием матрицы Гессе, при котором соответствующие рекуррентные выражения имеют вид [9]

$$\begin{bmatrix} U_m \\ \hline \Psi_{um} \\ \hline \Psi_{uk} \end{bmatrix}^{\grave{E}+1} = \begin{bmatrix} U_m \\ \hline \Psi_{um} \\ \hline \Psi_{uk} \end{bmatrix}^{\grave{E}} - \left[\begin{array}{c:c:c} \dfrac{\partial^2 F}{\partial U_m \partial U_n} & \dfrac{\partial^2 F}{\partial U_m \partial \Psi_{un}} & \dfrac{\partial^2 F}{\partial U_m \partial \Psi_{u\ell}} \\ \hdashline \dfrac{\partial^2 F}{\partial \Psi_{um} \partial U_n} & \dfrac{\partial^2 F}{\partial \Psi_{um} \partial \Psi_{un}} & \dfrac{\partial^2 F}{\partial \Psi_{um} \partial \Psi_{u\ell}} \\ \hdashline \dfrac{\partial^2 F}{\partial \Psi_{uk} \partial U_n} & \dfrac{\partial^2 F}{\partial \Psi_{uk} \partial \Psi_{un}} & \dfrac{\partial^2 F}{\partial \Psi_{uk} \partial \Psi_{u\ell}} \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \dfrac{\partial F}{\partial U_m} \\ \hdashline \dfrac{\partial F}{\partial \Psi_{um}} \\ \hdashline \dfrac{\partial F}{\partial \Psi_{uk}} \end{array}\right]. \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} I'_i \\ \hdashline I''_i \end{bmatrix}^{\grave{E}+1} = \begin{bmatrix} I'_i \\ \hdashline I''_i \end{bmatrix}^{\grave{E}} - \left[\begin{array}{c:c} \dfrac{\partial^2 F(I)}{\partial I'_i \partial I'_j} & \dfrac{\partial^2 F(I)}{\partial I'_i \partial I''_j} \\ \hdashline \dfrac{\partial^2 F(I)}{\partial I''_i \partial I'_j} & \dfrac{\partial^2 F(I)}{\partial I''_i \partial I''_j} \end{array}\right]^{-1} \cdot \left[\begin{array}{c} \dfrac{\partial F(I)}{\partial I'_j} \\ \hdashline \dfrac{\partial F(I)}{\partial I''_j} \end{array}\right]. \tag{15}$$

Аналитические выражения частных производных первого и второго порядков, входящих в (14), приводятся в [9] соответственно в виде (50)-(51) и (53)-(64). В эти выражения входят частные производные от функций Φ_{pm}, Φ_{qm} и Φ_{pk}, которые целесообразно представить в виде

$$\begin{aligned} \Phi_{pm} = P_m - \Bigg\{ & P_{Бm} + g_{m,m} U_m^2 + U_m \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{\Gamma_1} \left[g_{m,n} \cos(\Psi_{um} - \Psi_{un}) + b_{m,n} \sin(\Psi_{um} - \Psi_{un}) \right] U_n + \\ & + U_m \sum_{\ell=\Gamma_1+1}^{\Gamma} \left[g_{m,\ell} \cos(\Psi_{um} - \Psi_{u\ell}) + b_{m,\ell} \sin(\Psi_{um} - \Psi_{u\ell}) \right] U_\ell \Bigg\}; \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{qm} = Q_m - \Bigg\{ & Q_{Бm} - b_{m,m} U_m^2 + U_m \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{\Gamma_1} \left[g_{m,n} \sin(\Psi_{um} - \Psi_{un}) - b_{m,n} \cos(\Psi_{um} - \Psi_{un}) \right] U_n + \\ & + U_m \sum_{\ell=\Gamma_1+1}^{\Gamma} \left[g_{m,\ell} \sin(\Psi_{um} - \Psi_{u\ell}) - b_{m,\ell} \cos(\Psi_{um} - \Psi_{u\ell}) \right] U_\ell \Bigg\}; \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{pk} = P_k - \Bigg\{ & P_{Бk} + g_{k,k} U_k^2 + U_k \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{\Gamma_1} \left[g_{k,n} \cos(\Psi_{uk} - \Psi_{un}) + b_{k,n} \sin(\Psi_{uk} - \Psi_{un}) \right] U_n + \\ & + U_k \sum_{\ell=\Gamma_1+1}^{\Gamma} \left[g_{k,\ell} \cos(\Psi_{uk} - \Psi_{u\ell}) + b_{k,\ell} \sin(\Psi_{uk} - \Psi_{u\ell}) \right] U_\ell \Bigg\}. \end{aligned} \tag{18}$$

Частные производные первого порядка от функций (16)-(18), входящие в (14), определяются в виде:

- при одинаковых индексах, когда $n = m$:

$$\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{um}} = Q_m + b_{m,m} U_m^2 ,$$
$$\frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial \Psi_{um}} = -P_m + g_{m,m} U_m^2 , \qquad (19)$$
$$\frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial \Psi_{uk}} = Q_k + b_{k,k} U_k^2 ;$$

$$\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U_m} = -\frac{P_m}{U_m} - g_{m,m} U_m ,$$
$$\frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U_m} = -\frac{Q_m}{U_m} + b_{m,m} U_m ; \qquad (20)$$

- при разных индексах, когда $n \neq m$:

$$\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{un}} = -U_m \left[g_{m,n} \sin(\Psi_{um} - \Psi_{un}) - b_{m,n} \cos(\Psi_{um} - \Psi_{un}) \right] U_n ,$$
$$\frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial \Psi_{um}} = U_m \left[g_{m,n} \cos(\Psi_{um} - \Psi_{un}) + b_{m,n} \sin(\Psi_{um} - \Psi_{un}) \right] U_n , \qquad (21)$$
$$\frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial \Psi_{uk}} = -U_k \left[g_{k,n} \sin(\Psi_{uk} - \Psi_{un}) - b_{k,n} \cos(\Psi_{uk} - \Psi_{un}) \right] U_n ;$$

$$\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U_n} = -U_m \left[g_{m,n} \cos(\Psi_{um} - \Psi_{un}) + b_{m,n} \sin(\Psi_{um} - \Psi_{un}) \right],$$
$$\frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U_n} = -U_m \left[g_{m,n} \sin(\Psi_{um} - \Psi_{un}) - b_{m,n} \cos(\Psi_{um} - \Psi_{un}) \right], \qquad (22)$$
$$\frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial U_n} = -U_k \left[g_{k,n} \cos(\Psi_{uk} - \Psi_{un}) + b_{k,n} \sin(\Psi_{uk} - \Psi_{un}) \right].$$

Частные производные (19)-(22) входят в выражения (53)-(64) [9], в которые входят также частные производные вторых производных от функций Φ_{pm}, Φ_{qm} и Φ_{pk}.

Частные производные вторых порядков определяются в виде:

- при одинаковых индексах, когда $n = m$:

$$\frac{\partial^2\Phi_{pm}}{\partial\Psi_{um}^2} = P_m - g_{m,m}U_m^2,$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{qm}}{\partial\Psi_{um}^2} = Q_m + b_{m,m}U_m^2, \tag{23}$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{pk}}{\partial\Psi_{uk}^2} = P_k - g_{k,k}U_k^2;$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{pm}}{\partial U_m^2} = -2g_{m,m},$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{qm}}{\partial U_m^2} = 2b_{m,m}; \tag{24}$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{pm}}{\partial\Psi_{um}\partial U_m} = \frac{\partial^2\Phi_{pm}}{\partial U_m\partial\Psi_{um}} = \frac{Q_m}{U_m} + b_{m,m}U_m,$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{qm}}{\partial\Psi_{um}\partial U_m} = \frac{\partial^2\Phi_{qm}}{\partial U_m\partial\Psi_{um}} = -\frac{P_m}{U_m} + g_{m,m}U_m; \tag{25}$$

- при разных индексах, когда $n \neq m$:

$$\frac{\partial^2\Phi_{pm}}{\partial\Psi_{um}\partial\Psi_{un}} = \frac{\partial^2\Phi_{pm}}{\partial\Psi_{un}\partial\Psi_{um}} = -U_m\left[g_{m,n}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{un}) + b_{m,n}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{un})\right]U_n,$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{qm}}{\partial\Psi_{um}\partial\Psi_{un}} = \frac{\partial^2\Phi_{qm}}{\partial\Psi_{un}\partial\Psi_{um}} = -U_m\left[g_{m,n}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{un}) - b_{m,n}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{un})\right]U_n, \tag{26}$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{pk}}{\partial\Psi_{uk}\partial\Psi_{uk}} = \frac{\partial^2\Phi_{pk}}{\partial\Psi_{uk}\partial\Psi_{uk}} = -U_k\left[g_{k,n}\cos(\Psi_{uk}-\Psi_{un}) + b_{k,n}\sin(\Psi_{uk}-\Psi_{un})\right]U_n;$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{pm}}{\partial U_m\partial U_n} = \frac{\partial^2\Phi_{pm}}{\partial U_n\partial U_m} = -\left[g_{m,n}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{un}) + b_{m,n}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{un})\right],$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{qm}}{\partial U_m\partial U_n} = \frac{\partial^2\Phi_{qm}}{\partial U_n\partial U_m} = -\left[g_{m,n}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{un}) - b_{m,n}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{un})\right], \tag{27}$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{pm}}{\partial\Psi_{un}^2}=U_m\left[g_{m,n}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{un})+b_{m,n}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{un})\right]U_n\,,$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{qm}}{\partial\Psi_{un}^2}=U_m\left[g_{m,n}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{un})-b_{m,n}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{un})\right]U_n\,, \tag{28}$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{pm}}{\partial U_n^2}=0,\qquad \frac{\partial^2\Phi_{qm}}{\partial U_n^2}=0,\qquad \frac{\partial^2\Phi_{pk}}{\partial U_n^2}=0.$$

С другой стороны, имеем

$$\frac{\partial^2\Phi_{pk}}{\partial U_m\partial U_n}=\frac{\partial^2\Phi_{pk}}{\partial U_n\partial U_m}=0,\qquad \frac{\partial^2\Phi_{pk}}{\partial U_m\partial\Psi_{un}}=\frac{\partial^2\Phi_{pk}}{\partial\Psi_{un}\partial U_m}=0,$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{qk}}{\partial U_m\partial U_n}=\frac{\partial^2\Phi_{qk}}{\partial U_n\partial U_m}=0,\qquad \frac{\partial^2\Phi_{qk}}{\partial U_m\partial\Psi_{un}}=\frac{\partial^2\Phi_{qk}}{\partial\Psi_{un}\partial U_m}=0, \tag{29}$$

$$\frac{\partial^2\Phi_{pk}}{\partial\Psi_{um}\partial\Psi_{un}}=\frac{\partial^2\Phi_{pk}}{\partial\Psi_{un}\partial\Psi_{um}}=0,\quad \frac{\partial^2\Phi_{qk}}{\partial\Psi_{um}\partial\Psi_{un}}=\frac{\partial^2\Phi_{qk}}{\partial\Psi_{un}\partial\Psi_{um}}=0.$$

В (29) $k\neq m\neq n$.

При установлении выражений необходимых частных производных первых и вторых порядков необходимо использовать адекватность индексов m и n, k и ℓ, а также i и j.

Несмотря на громоздкость выражений (53)-(64), приведенных в [9], при учете полученных выражений частных производных (19)-(29) можно заметить, что они в действительности упрощаются и могут быть широко использованы для решения практических задач.

Как было сказано выше, реализация нижней правой математической подмодели осуществляется также вторым методом Ньютона с помощью рекуррентного выражения (15). Аналитические выражения частных производных первого и второго порядков, входящих в (15), приводятся в виде (65) и (66) [9]. Для установления аналитических выражений частных производных, входящих в (65) и (66), необходимо воспользоваться функциями Φ_{pi} и Φ_{qi}, которые целесообразно представить в виде

$$\Phi_{pi}=P_i-\left\{P_{Ái}+R_{ii}\left(I_i'^2+I_i''^2\right)+\sum_{\substack{j=Ã+1\\ j\neq i}}^{M}\left[R_{i,j}\left(I_i'I_j'+I_i''I_j''\right)-X_{i,j}\left(I_i''I_j'-I_i'I_j''\right)\right]\right\},$$

$$\Phi_{qi}=Q_i-\left\{Q_{Ái}+X_{ii}\left(I_i'^2+I_i''^2\right)+\sum_{\substack{j=Ã+1\\ j\neq i}}^{M}\left[X_{i,j}\left(I_i'I_j'+I_i''I_j''\right)+R_{i,j}\left(I_i''I_j'-I_i'I_j''\right)\right]\right\}. \tag{30}$$

Пользуясь (30), можно установить аналитические выражения необходимых частных производных, входящих в рекуррентное выражение (15):

- для одинаковых индексов, когда $i = j$:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \Phi_{pi}}{\partial I'_i} = -\left[\frac{\partial P_{\text{Ái}}}{\partial I'_i} + 2R_{i,i}I'_i + \sum_{\substack{j=\tilde{A}+1 \\ j\neq i}}^{M}\left(R_{i,j}I'_j - X_{i,j}I''_j\right)\right], \\
&\frac{\partial \Phi_{pi}}{\partial I''_i} = -\left[\frac{\partial P_{\text{Ái}}}{\partial I''_i} + 2R_{i,i}I''_i + \sum_{\substack{j=\tilde{A}+1 \\ j\neq i}}^{M}\left(R_{i,j}I''_j + X_{i,j}I'_j\right)\right], \\
&\frac{\partial \Phi_{pi}}{\partial I'_i} = -\left[\frac{\partial Q_{\text{Ái}}}{\partial I'_i} - 2X_{i,i}I'_i + \sum_{\substack{j=\tilde{A}+1 \\ j\neq i}}^{M}\left(R_{i,j}I''_j + X_{i,j}I'_j\right)\right], \\
&\frac{\partial \Phi_{pi}}{\partial I''_i} = -\left[\frac{\partial Q_{\text{Ái}}}{\partial I''_i} - 2R_{i,i}I''_i - \sum_{\substack{j=\tilde{A}+1 \\ j\neq i}}^{M}\left(R_{i,j}I''_j - X_{i,j}I'_j\right)\right],
\end{aligned}
\tag{31}
$$

где

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial P_{\text{Бi}}}{\partial I'_i} = U_0 - \sum_{t=1}^{\Gamma} B'_{i,t}U_0 + \sum_{t=1}^{\Gamma}\left(B'_{i,t}\cos\Psi_{ut} - B''_{i,t}\sin\Psi_{ut}\right)U_t, \\
&\frac{\partial P_{\text{Бi}}}{\partial I'_i} = -\sum_{t=1}^{\Gamma} B''_{i,t}U_0 + \sum_{t=1}^{\Gamma}\left(B'_{i,t}\sin\Psi_{ut} + B''_{i,t}\cos\Psi_{ut}\right)U_t, \\
&\frac{\partial Q_{\text{Бi}}}{\partial I'_i} = -\sum_{t=1}^{\Gamma} B''_{i,t}U_0 + \sum_{t=1}^{\Gamma}\left(B'_{i,t}\sin\Psi_{ut} + B''_{i,t}\cos\Psi_{ut}\right)U_t, \\
&\frac{\partial P_{\text{Бi}}}{\partial I'_i} = -U_0 + \sum_{t=1}^{\Gamma} B'_{i,t}U_0 - \sum_{t=1}^{\Gamma}\left(B'_{i,t}\cos\Psi_{ut} - B''_{i,t}\sin\Psi_{ut}\right)U_t;
\end{aligned}
\tag{32}
$$

- при разных индексах, когда $j \neq i$:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \Phi_{pi}}{\partial I'_j} = -\left(R_{i,j}I'_i + X_{i,j}I''_i\right), \qquad \frac{\partial \Phi_{pi}}{\partial I''_j} = -\left(R_{i,j}I''_i - X_{i,j}I'_i\right), \\
&\frac{\partial \Phi_{qi}}{\partial I'_j} = -\left(-R_{i,j}I''_i + X_{i,j}I'_i\right), \qquad \frac{\partial \Phi_{qi}}{\partial I''_j} = -\left(R_{i,j}I'_i + X_{i,j}I''_i\right).
\end{aligned}
\tag{33}
$$

Вышеприведенные частные производные первых порядков входят как в (65), так и (66) [9].

Частные производные вторых порядков, входящие в (66), определяются в виде:

- при одинаковых индексах, т.е. когда $j = i$:

$$
\frac{\partial^2 \Phi_{pi}}{\partial I_i'^2} = -2R_{i,i}, \qquad \frac{\partial^2 \Phi_{pi}}{\partial I_i''^2} = -2R_{i,i}, \tag{34}
$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{qi}}{\partial I_i'^2} = -2X_{i,i}, \qquad \frac{\partial^2 \Phi_{qi}}{\partial I_i''^2} = -2X_{i,i}, \tag{35}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{pi}}{\partial I_i' \partial I_i''} = \frac{\partial^2 \Phi_{pi}}{\partial I_i'' \partial I_i'} = 0, \qquad \frac{\partial^2 \Phi_{qi}}{\partial I_i' \partial I_i''} = \frac{\partial^2 \Phi_{qi}}{\partial I_i'' \partial I_i'} = 0; \tag{36}$$

- при разных индексах, т.е. когда $j \neq i$:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial^2 \Phi_{pi}}{\partial I_i' \partial I_j'} = \frac{\partial^2 \Phi_{pi}}{\partial I_j' \partial I_i'} = -R_{i,j}, \qquad \frac{\partial^2 \Phi_{qi}}{\partial I_i' \partial I_j'} = \frac{\partial^2 \Phi_{qi}}{\partial I_j' \partial I_i'} = -X_{i,j}, \\
\frac{\partial^2 \Phi_{pi}}{\partial I_i'' \partial I_j''} = \frac{\partial^2 \Phi_{pi}}{\partial I_j'' \partial I_i''} = -R_{i,j}, \qquad \frac{\partial^2 \Phi_{qi}}{\partial I_i'' \partial I_j''} = \frac{\partial^2 \Phi_{qi}}{\partial I_j'' \partial I_i''} = -X_{i,j}, \\
\frac{\partial^2 \Phi_{pi}}{\partial I_i' \partial I_j''} = \frac{\partial^2 \Phi_{pi}}{\partial I_j'' \partial I_i'} = X_{i,j}, \qquad \frac{\partial^2 \Phi_{qi}}{\partial I_i' \partial I_j''} = \frac{\partial^2 \Phi_{qi}}{\partial I_j'' \partial I_i'} = R_{i,j};
\end{gathered} \tag{37}$$

$$\begin{gathered}
\frac{\partial^2 \Phi_{pi}}{\partial I_j'^2} = 0, \qquad \frac{\partial^2 \Phi_{pi}}{\partial I_j''^2} = 0, \\
\frac{\partial^2 \Phi_{qi}}{\partial I_j'^2} = 0, \qquad \frac{\partial^2 \Phi_{qi}}{\partial I_j''^2} = 0.
\end{gathered} \tag{38}$$

Полученные выражения частных производных второго порядка (34)-(38) показывают, что они являются заданными постоянными величинами, что определенно упрощает их выражения.

Фактически при организации итерационного процесса поиска составляющих комплексных токов нагрузочных узлов варьируются только частные производные первых порядков. Итерационный процесс считается завершенным, если численные значения искомых режимных параметров принимают желаемые значения. При этом критерием сходимости решения систем нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС является

$$\begin{gathered}
\left| P_m - \left(P_{\text{Ám}} + \varphi_{pm} \right) \right| \le \Delta P_m, \\
\left| Q_m - \left(Q_{\text{Ám}} + \varphi_{qm} \right) \right| \le \Delta Q_m;
\end{gathered} \tag{39}$$

$$\left| P_k - \left(P_{\text{Ák}} + \varphi_{pk} \right) \right| \le \Delta P_k; \tag{40}$$

$$\begin{gathered}
\left| P_i - \left(P_{\text{Ái}} + \varphi_{pi} \right) \right| \le \Delta P_i, \\
\left| Q_i - \left(Q_{\text{Ái}} + \varphi_{qi} \right) \right| \le \Delta Q_i,
\end{gathered} \tag{41}$$

где ΔP_m, ΔQ_m, ΔP_k, ΔP_i, ΔQ_i - выбранные нами положительные величины, характеризующие точность получения численных значений искомых частных производных.

Для ослабления условия сходимости принимается, что

$$\Delta P_m = \Delta P_k = \Delta P_i = \Delta P, \tag{42}$$

$$\Delta Q_m = \Delta Q_i = \Delta Q. \tag{43}$$

После решения полной задачи определяются численные значения реактивных мощностей станционных узлов типа P-U, пользуясь следующим выражением:

$$\begin{aligned} Q_k = Q_{Ák} + U_k \sum_{n=1}^{\tilde{A}_1} \left[g_{k,n} \sin\left(\Psi_{Uk} - \Psi_{Un}\right) - b_{k,n} \cos\left(\Psi_{Uk} - \Psi_{Un}\right)\right] U_n + \\ + U_k \sum_{\ell=\tilde{A}_1+1}^{\tilde{A}} \left[g_{k,\ell} \sin\left(\Psi_{Uk} - \Psi_{U\ell}\right) - b_{k,\ell} \cos\left(\Psi_{Uk} - \Psi_{U\ell}\right)\right] U_\ell , \end{aligned} \tag{44}$$

где

$$Q_{Ák} = q_{Ák} + \sum_{j=\tilde{A}+1}^{M} \left[\left(A'_{k,j} I'_j - A''_{k,j} I''_j\right) \sin \Psi_{Uk} - \left(A'_{k,j} I''_j + A''_{k,j} I'_j\right) \cos \Psi_{Uk}\right] U_m , \tag{45}$$

с другой стороны,

$$q_{Ák} = -\sum_{t=1}^{C} \left(g_{k,t} \sin \Psi_{Uk} + b_{k,t} \cos \Psi_{Uk}\right) U_k U_0 . \tag{46}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хачатрян В.С., Хачатрян С.Ц., Сафарян В.С.** Расчет установившихся режимов электрических систем с применением матрицы Гессе при Z- форме задания состояния сети // Известия вузов СССР. Энергетика.-1990.-№ 1.-С. 20-23.
2. **Хачатрян В.С., Аль-Дарвиш М.Б.** Решение Y-Z формы уравнений установившегося режима электроэнергетической системы с применением матрицы Гессе // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 1997.- Т. 50, №3.-С. 194-203.
3. **Бадалян Н.П.** Построение "Y-Z, P-Q" математической модели установившегося режима ЭЭС и ее реализация методом минимизации // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 2001.- Т. 54, №3.-С. 372-378.
4. **Хачатрян В.С., Бадалян Н.П.** Диакоптическая "Y-Z, P-U" математическая модель установившегося режима электроэнергетической системы и ее реализация методом минимизации // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 2002.- Т. 55, №3.- С. 392-399.
5. **Хачатрян В.С., Бадалян Н.П.** Расчет установившегося режима большой электроэнергетической системы методом диакоптики // Электричество.-2003.-№ 6.-С. 13-17.
6. **Григорян С.Э.** Новый метод расчета установившегося режима электроэнергетической системы // Вестник МАНЕБ. - Санкт-Петербург. -2004.-Т 9, № 3.-С. 69-73.
7. **Хачатрян К.В.** Метод коррекции установившегося режима электроэнергетической системы // Электричество.-2005.- N 5.-С. 8-11.
8. **Бадалян Н.П.** Реализация математической модели установившегося режима электроэнергетической системы // Электричество.-2005.- N 6.-С. 33-41.
9. **Хачатрян В.С., Бадалян Н.П., Хачатрян К.В., Григорян С.Э.** Решение системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом минимизации // Вестник ИАА.-2005.-Т. 2, N 3.-С. 355-362.
10. **Войтов О.Н., Семенов Л.В., Челпанов А.В.** Алгоритм оценки потерь электроэнергии в электрической сети // Электричество.-2005.-N 10.-С. 45-53.

ГИУА Материал поступил в редакцию 28.09.2004.

Վ. Ս. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ն. Պ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Կ. Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ,
Ս. Է. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՌԵԺԻՄԻ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

Առաջարկվում է ԷԷՀ-ի կայունացված ռեժիմի ոչ գծային հանրահաշվական հավասարումների համակարգի լուծում Նյուտոնի մեթոդով:

Առանցքային բառեր. մոդել, էլեկտրաէներգետիկական համակարգ, հանգույց, պարամետր, բեռն, հզորություն, մատրից, արգումենտ, մոդուլ:

**V. S. KHACHATRYAN, N. P. BADALYAN, K.V. KHACHATRYAN
S.E. GRIGORYAN**

NONLINEAR ALGEBRAIC EQUATION SYSTEM SOLUTION OF THE ESTABLISHED ELECTROPOWER SYSTEM MODE

The method of the nonlinear algebraic equation system solution of the established electropower system mode is offered by Newton`s method.

Keywords: model, electropower system, unit, parameter, loading, capacity, matrix, argument, module.