

Л. В. ЕГИАЗАРЯН, В.С. САФАРЯН, Г. В. КАЗАРЯН

## ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЕМ ПОТОКАМИ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ

Разработан метод регулирования напряжения и уменьшения потерь активной энергии в электрических сетях управлением потоками реактивной мощности. Поставленная оптимизационная задача решается методом покоординатного спуска, который отличается своей простотой, удобен при учете ограничений как в виде равенства, так и в виде неравенств.

**Ключевые слова:** оптимизация, регулирование напряжения, полная мощность, целевая функция, тариф электроэнергии, математическая модель.

В электрической цепи или электроэнергетической системе (ЭЭС), независимо от их характера и режима работы, в общем случае происходит и потребление, и обмен энергии, причем это две стороны единого энергетического процесса.

Понятие "реактивная мощность" в течение длительного времени является предметом споров [1-3]. Строгое определение реактивной мощности имеется только для случая, когда токи и напряжения в цепях синусоидальны по форме. Однако даже для таких цепей реактивная мощность определяется чисто формально с помощью выражений активной и полной мощностей [2].

Несмотря на формальное определение реактивной мощности, она используется при оценке эффективности работы электроэнергетического оборудования и показывает степень использования его возможностей. Реактивная мощность приобретает еще большее значение при расчете распределения потоков энергии по электрическим сетям [4, 5].

Цель настоящей работы – разработка метода регулирования напряжения и уменьшения потерь активной энергии в сетях управлением потоками реактивной мощности.

Сначала определим долю активных потерь от активной и реактивной составляющих мощностей нагрузки. Рассмотрим простейшую схему (рис. 1а), состоящую из базисного узла напряжением  $U_0$  и нагрузки с полной мощностью  $\tilde{S} = P + jQ$ . Полагаем, что режимные параметры сети известны.

Представим эквивалентную схему (рис. 1б) таким образом, чтобы через сопротивления  $Z_p$  и  $Z_Q$  протекали токи  $\dot{I}_p = \frac{P}{U^*}$  и  $\dot{I}_Q = \frac{-jQ}{U^*}$  соответственно. Для этого необходимо сопротивления  $Z_p$  и  $Z_Q$  определить из следующих соотношений [6]:

$$Z_P = \frac{\dot{I}}{\dot{I}_P} Z = \frac{\dot{S}}{P} Z, \quad Z_Q = \frac{\dot{I}}{\dot{I}_Q} Z = \frac{\dot{S}}{-jQ} Z = j \frac{\dot{S}}{Q} Z,$$

где  $\dot{S}^*$  - комплексно-сопряженная мощность нагрузки;  $Z$  - полное сопротивление ветви.

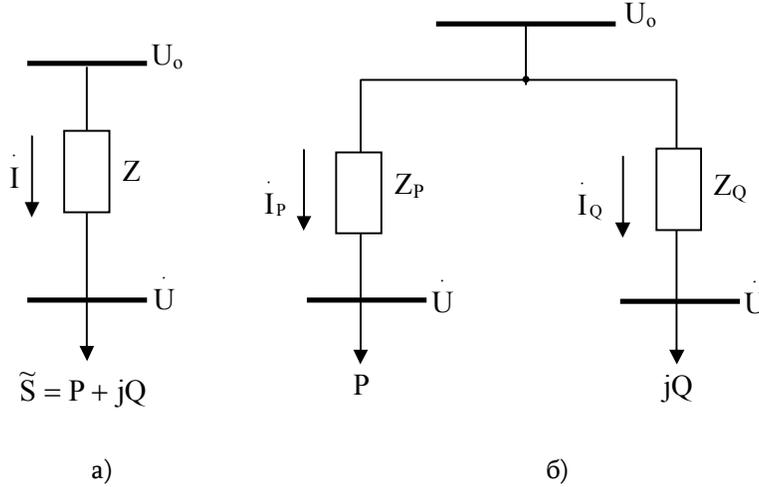


Рис. 1. Расщепление полной мощности нагрузки на активную и реактивную составляющие

Потери полной мощности на сопротивлениях  $Z_P$  и  $Z_Q$  соответственно определяются соотношениями

$$\Delta \tilde{S}_P = (\dot{U} - U_0)^* \dot{I}_P = Z \dot{I}_P^* = \Delta \tilde{S} \frac{\dot{I}_P}{\dot{I}} = \Delta \tilde{S} \frac{P}{P + jQ} = \Delta \tilde{S} \frac{P - jQ}{P^2 + Q^2} P, \quad (1)$$

$$\Delta \tilde{S}_Q = (\dot{U} - U_0)^* \dot{I}_Q = Z \dot{I}_Q^* = \Delta \tilde{S} \frac{\dot{I}_Q}{\dot{I}} = \Delta \tilde{S} \frac{jQ}{P + jQ} = \Delta \tilde{S} \frac{P - jQ}{P^2 + Q^2} jQ, \quad (2)$$

где

$$\Delta \tilde{S} = \Delta P + j \Delta Q = \frac{P^2 + Q^2}{U^2} (r + jx). \quad (3)$$

Доли потерь активной мощности от активной и реактивной составляющих мощностей нагрузки (1) и (2), с учетом (3), принимают вид

$$\Delta P_P = \operatorname{Re}(\Delta \tilde{S}_P) = \frac{P^2}{U^2} r + \frac{PQ}{U^2} x, \quad (4)$$

$$\Delta P_Q = \operatorname{Re}(\Delta \tilde{S}_Q) = \frac{Q^2}{U^2} r - \frac{PQ}{U^2} x. \quad (5)$$

Графики зависимостей доли потерь активной мощности от активной и реактивной составляющих мощностей нагрузки, в зависимости от изменения  $Q$ , представлены на рис. 2 (пунктиром показан график функции  $\Delta P(Q) = \Delta P_p(Q) + \Delta P_Q(Q)$ ).

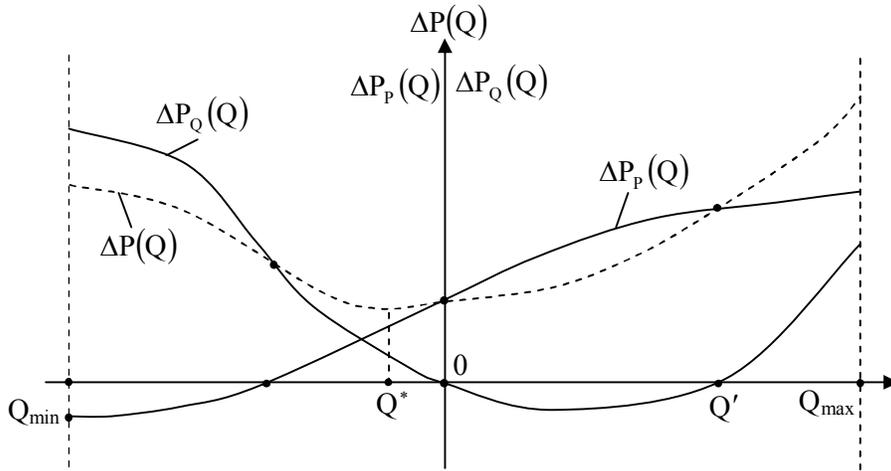


Рис. 2. Графики функций  $\Delta P_p(Q)$ ,  $\Delta P_Q(Q)$  и  $\Delta P(Q) = \Delta P_p(Q) + \Delta P_Q(Q)$

Величины  $Q_{\min}$  и  $Q_{\max}$  - предельные значения реактивной мощности нагрузки. Если  $Q < Q_{\min}$  или  $Q > Q_{\max}$ , то режим сети не существует.

Величины  $Q_{\min}$  и  $Q_{\max}$  можно определить аналитически, так как двухузловая сеть переменного тока при задании нагрузки полной мощностью поддается аналитическому исследованию.

Для схемы рис. 1а, полагая заданными напряжение базисного узла ( $U_0$ ), полное сопротивление ветви ( $Z = r + jx$ ) и полную мощность нагрузки ( $\tilde{S} = P + jQ$ ), можем составить уравнение установившегося режима

$$\left( U_0 - \dot{U} \right) \dot{U}^* = (P - jQ)(r + jx), \quad (6)$$

которое после преобразования имеет вид

$$\begin{cases} (U_0 U)^2 = (U^2 + a)^2 + b^2, \\ \operatorname{tg} \alpha = -\frac{b}{U^2 + a}, \end{cases} \quad (7)$$

где  $a = Pr + Qx$ ;  $b = Px - Qr$ ;  $\alpha$  - аргумент комплексного напряжения  $\dot{U} = Ue^{j\alpha}$ .

Из первого уравнения системы (7) определяем  $U^2$  по формуле

$$U^2 = \left( \frac{U_0^2}{2} - a \right) \pm \sqrt{\left( \frac{U_0^2}{2} - a \right)^2 - a^2 - b^2}. \quad (8)$$

Условие существования режима сводится к соотношениям

$$\begin{cases} \left( \frac{U_0^2}{2} - a \right)^2 \geq a^2 + b^2, \\ U_0^2 > 2a, \end{cases} \quad (9)$$

решение которых дает значения  $Q_{\min}$ ,  $Q_{\max}$ . Отметим, что уравнение (8) либо имеет два решения ( $U_+^2, U_-^2$ ), либо ни одного, если нарушено условие (9). Можно показать, что

$$\begin{cases} \Delta P_+ = gU_-^2, \\ \Delta P_- = gU_+^2, \end{cases}$$

где  $\Delta P_+$ ,  $\Delta P_-$  - потери активной мощности в сети соответственно при решениях  $U_+^2$  и  $U_-^2$

уравнения (8);  $g = \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + X^2}$ .

Таким образом, функция доли потерь активной мощности от реактивной составляющей мощности нагрузки ( $\Delta P_Q(Q)$ , рис. 2) при  $Q \in (0, Q')$  имеет отрицательное значение, однако суммарные активные потери в сети достигают наименьшего значения при  $Q^* \notin (0, Q')$ .

Рассмотрим электрическую сеть, нагрузки которой заданы независимыми источниками тока. Установившийся режим такой сети описывается системой комплексных линейных уравнений. Выделим в сети (рис. 3)  $k$ -ю ветвь (выделенная ветвь может быть как продольной, так и поперечной) и рассмотрим функцию зависимости потерь активной мощности в сети от изменения сопротивления выделенной ветви при неизменной исходной независимой информации.

Известно, что ток произвольной ветви зависит от комплексного сопротивления выделенной ветви дробно-линейной функцией комплексного переменного [7]:

$$\dot{I}_i = \frac{a_i + b_i Z}{c + dZ}, \quad i \neq k, \quad (10)$$

$$\dot{I}_k = \frac{a_k}{c + dZ}, \quad (11)$$

где  $a_i, b_i, i = \overline{1, n}$  - комплексные величины, зависящие от пассивных параметров ветвей схемы сети (кроме  $k$ -й ветви) и узловых токов;  $c, d$  -

комплексные величины, зависящие только от пассивных параметров ветвей схемы;  $n$  - число ветвей схемы.

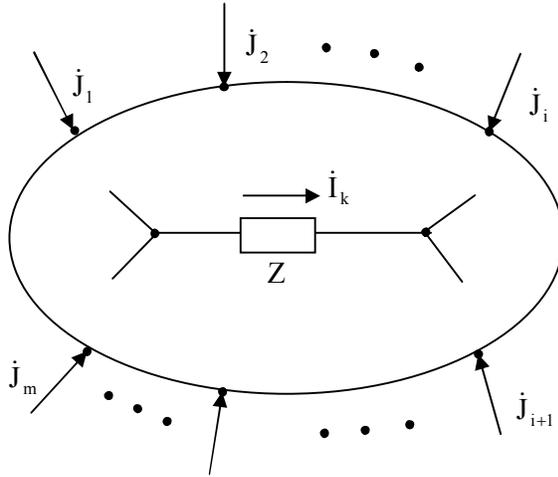


Рис. 3. Электрическая сеть, питаемая независимыми источниками тока

Поскольку при компенсации реактивной мощности к узлам сети подключают компенсирующие устройства, то рассмотрим формулы (10) и (11) при  $Z = jx$ :

$$\dot{I}_i = \frac{a_i + b_i jx}{c + djx} = \frac{a'_i + b'_i x}{c' + d'x}, \quad i \neq k, \quad (12)$$

$$\dot{I}_k = \frac{a_k}{c + djx} = \frac{a_k}{c' + d'x}. \quad (13)$$

Пользуясь выражениями (12), (13), выразим потери активной мощности в сети как функцию от реактивного сопротивления  $x$ :

$$\Delta P(x) = \frac{1}{|c' + d'x|^2} \sum_{i=1}^n |a'_i + b'_i x|^2 r_i, \quad (14)$$

где  $r_i$  – активное сопротивление  $i$ -й ветви.

Преобразуя (14), получим

$$\Delta P(x) = \frac{\sum_{i=1}^n r_i [(a_{i1} + b_{i1}x)^2 + (a_{i2} + b_{i2}x)^2]}{(c_1 + d_1x)^2 + (c_2 + d_2x)^2} = \frac{A_1 x^2 + B_1 x + C_1}{Ax^2 + Bx + C}, \quad (15)$$

где  $c' = c_1 + jc_2$ ,  $d' = d_1 + jd_2$ ,  $a'_i = a_{i1} + ja_{i2}$ ,  $b'_i = b_{i1} + jb_{i2}$ ,  $A_1 > 0$ ,  $C_1 > 0$ ,  $A > 0$ ,  $C > 0$ .

Покажем, что функция  $\Delta P(x)$ , как правило, имеет два экстремума, минимум и максимум. Определим производную функции  $\Delta P(x)$ :

$$\begin{aligned} \Delta P'(x) &= \frac{(2A_1x + B_1)(Ax^2 + Bx + C) - (2Ax + B)(A_1x^2 + B_1x + C_1)}{(Ax^2 + Bx + C)^2} = \\ &= \frac{(A_1B - AB_1)x^2 + 2(A_1C - AC_1)x + (B_1C - BC_1)}{(Ax^2 + Bx + C)^2} = \frac{\bar{A}x^2 + \bar{B}x + \bar{C}}{(Ax^2 + Bx + C)^2}. \end{aligned}$$

Обозначим через  $x_1$  и  $x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) корни уравнения  $\Delta P'(x) = 0$ . Нетрудно показать, что если  $\bar{A} > 0$ , то  $x_1$  является точкой максимума, а  $x_2$  - точкой минимума, и наоборот - при  $\bar{A} < 0$ . Вычислим также  $\Delta P(0) = \frac{C_1}{C}$ ,  $\Delta P(\infty) = \Delta P(-\infty) = \frac{A_1}{A}$ .

Исходя из вышеизложенного, можно утверждать, что график функции  $\Delta P(x)$  имеет следующую форму (рис. 4).

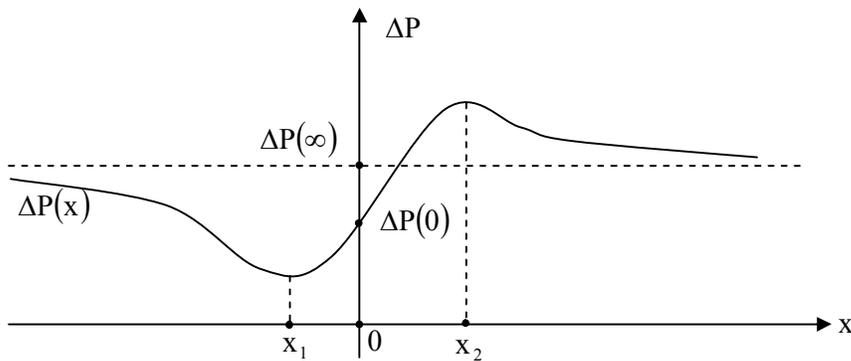


Рис. 4. График функции  $\Delta P(x)$  при  $\bar{A} < 0$ .

Форма кривой целевой функции имеет большое значение в оптимизационных задачах при выборе метода реализации задачи.

Задача оптимальной компенсации реактивной мощности в сетях предполагает решение следующих подзадач:

- определение оптимальных мест (узлов) установки компенсирующих устройств;
- определение оптимальных значений компенсирующих реактивных мощностей (проводимостей).

Остановимся на второй задаче, предполагая известными месторасположения компенсирующих устройств.

Математическая модель поставленной задачи. Минимизировать  

$$\Delta WCT + Z \rightarrow \min \quad (16)$$
( $\Delta W$  - годовые потери электроэнергии в сети;  $C$  - тариф электроэнергии;  $T$  - срок окупаемости;  $Z = \sum_{i=1}^{\ell} Z_i$ ,  $Z_i$  - затраты на приобретение, установку и эксплуатацию компенсирующего устройства в течение времени  $T$ ;  $\ell$  - количество компенсирующих устройств) при ограничениях:

$$U_i^* \sum_{j=1}^m Y_{ij} U_j = S_i^*, \quad i = \overline{1, m}, \quad (17)$$

$$U_i^{\min} \leq U_i \leq U_i^{\max}, \quad i = \overline{1, m}, \quad (18)$$

$$P_j^{\min} \leq P_j \leq P_j^{\max}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (19)$$

$$Q_j^{\min} \leq Q_j \leq Q_j^{\max}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (20)$$

где  $U_i$  - модуль комплексного напряжения  $i$ -го узла;  $S_i^*$  - комплексная мощность  $i$ -го узла;  $P_j$ ,  $Q_j$  - перетоки активной и реактивной мощностей через  $j$ -ю ветвь;  $Y_{ij}$  - элементы комплексной матрицы узловых проводимостей.

Вторая составляющая целевой функции вносит дополнительную нелинейность, и при этом график целевой функции отличается от приведенного выше (рис. 4).

Поставленная оптимизационная задача реализована методом покоординатного спуска [8], который отличается своей простотой (не требует вычисления частных производных неявных функций), удобен при учете ограничений как в виде равенства, так и в виде неравенств.

Разработана программа в среде Delphi-5 и выполнены конкретные расчеты для сетей 0,4...35 кВ Армении. Годовое уменьшение потерь активной энергии составляет до 0,26% от передаваемой через сеть электроэнергии.

### Выводы

1. Аналитическим исследованием двухузловой сети переменного тока получены соотношения, выражающие доли потерь активной мощности от активной и реактивной составляющих полной мощности нагрузки.
2. Показано, что функция доли потерь активной мощности от реактивной составляющей мощности нагрузки  $(\Delta P_Q(Q))$  имеет экстремальную точку (минимум), однако суммарные активные потери в сети достигают наименьшего значения вне этой точки.
3. Для сетей, питаемых независимыми источниками тока, получено аналитическое выражение активной потери в сети в зависимости от

- реактивного сопротивления выделенной ветви. Исследовано поведение этой функции.
4. Основываясь на результатах вышеупомянутых аналитических исследований, разработаны модель и программа оптимальной компенсации реактивной мощности в сетях.
  5. Внедрение программы позволяет за счет оптимальной компенсации реактивной мощности в сетях 0,4...35 кВ Армении уменьшить годовые активные потери энергии на 740000 кВт·ч.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савиновский Ю. А., Стратонов А. В. Некоторые противоречия теории мощности // Изв. вузов.- 1984.- №10. - С.58-60.
2. Демирчян К. С. Реактивная или обменная мощность // Изв. АН СССР. - 1984. - №2. - С. 66-72.
3. Мельников Н. А. Реактивная мощность в электрических сетях. - М.: Энергия, 1975.- 128 с.
4. Железко Ю. С. Компенсация реактивной мощности в сложных электрических системах. - М.: Энергоиздат, 1981. – 200 с.
5. Карпов Ф. Ф. Компенсация реактивной мощности в распределительных сетях. - М.: Энергия, 1975. – 184 с.
6. Сафарян В. С. Структурный анализ потоков и потерь мощности в электрических цепях // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2001. - Т. 54, №1. - С. 52-57.
7. Сафарян В. С. Применение дробно-линейных функций комплексной переменной к исследованию линейных электрических цепей // Изв. АН АрмССР. Сер. ТН. - 1987. - №2. - С.11-15.
8. Ортега Д., Рейнбольт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. - М.: Мир, 1975. - 558с.

ЗАО (НИИ энергетики). Материал поступил в редакцию 16.10.2004.

**Լ.Վ. ԵՂԻԱԶԱՐՅԱՆ, Վ.Ս. ՍԱՖԱՐՅԱՆ, Գ.Վ. ԴԱԶԱՐՅԱՆ  
ՌԵԱԿՏԻՎ ԶՈՐՈՒԹՅԱՆ ՀՈՍՔԵՐԻ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՄԲ ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ  
ՌԵԺԻՍՆԵՐԻ ԼԱՎԱՐԿՈՒՄԸ**

Մշակված է ռեակտիվ հզորության հոսքերի կառավարմամբ էլեկտրական ցանցերում լարման կարգավորման և ակտիվ էներգիայի կորուստների նվազեցման նոր մեթոդ: Լավարկման խնդիրը լուծվում է կոորդինատային վայրէջքի մեթոդով, որը տարբերվում է պարզությամբ, հարմար է հավասարությունների և անհավասարությունների տեսքով տրված սահմանափակումների հաշվառման համար:

**Առանցքային բաներ.** լավարկում, լարման կարգավորում, ընդհանուր հզորություն, նպատակային գործառույթ, էլեկտրաէներգիայի սակագին, մաթեմատիկական մոդել:

**L.V. EGHAZARYAN, V.S. SAFARYAN, G.V. GHAZARYAN  
ELECTROPOWER SYSTEM RATES OPTIMIZATION BY REACTIVE POWER STREAMS  
MANAGEMENT**

The method of voltage regulation and active energy losses reduction in grid has been developed by reactive power streams management. The problem of optimization is solved by the method coordinate descent, which differs by its simplicity and is convenient for accounting limitations both in equality form and in inequalities.

**Keywords:** optimization, voltage regulation, total power, purposeful energy, electricity tariff, mathematical model.