ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2006. Т. LIX, № 1.

УДК 519.95

АВТОМАТИЗАЦИЯ И
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

А.А.ТЕРЗЯН, Г.Г. САРКИСЯН

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ

Рассмотрены и реализованы параллельные алгоритмы случайного поиска, генетического и градиентного методов с использованием их особенностей по естественному восприятию параллельных схем вычисления. На реальной тестовой задаче проведен сопоставительный анализ развитых алгоритмов. Показано, что все рассмотренные алгоритмы эффективно решают многопараметрические нелинейные экстремальные задачи. Вместе с тем генетический и градиентный параллельные алгоритмы по скорости сходимости несколько уступают параллельному алгоритму случайного поиска.

Ключевые слова: генетический алгоритм, градиентный алгоритм, алгоритм случайного поиска, параллельные алгоритмы нелинейного математического программирования.

Появление за последние годы вычислительных кластеров открыло новые возможности по более эффективному решению многопараметрических задач принятия решения.

В этой связи, наряду с принятой практикой распараллеливания последо-вательных программ посредством имеющихся всевозможных стандартных процедур, представляется чрезвычайно интересным использование естест-венных свойств многих алгоритмов к восприятию параллельных структур с целью повышения их эффективности. По существу, речь идет о качественном развитии алгоритмов принятия решения с введением новых операторов, использующих элементы параллелизма.

В [1] алгоритмы принятия решения условно подразделены на алгоритмы, основанные на: моделях поведения живых организмов; моделях эволюции живых организмов; точных математических процедурах.

В настоящей работе из указанных классов алгоритмов выделим по одному из наиболее характерных алгоритмов и представим их параллельные аналоги. В частности, рассмотрим алгоритмы случайного поиска, генетического и градиентного методов.

Алгоритмы случайного поиска, организующие целенаправленное управ-ление введением элемента случайности как источника возможностей, отли-чаются большим разнообразием. Из этого разнообразия примем к рас-смотрению алгоритм наилучшей пробы, при котором делается m случайных проб и по наилучшей выборке осуществляется рабочий шаг. Очевидно, что в данном алгоритме целесообразно число случайных выборок m принять равным либо кратным числу используемых параллельных процессоров P_N. Примем также, что случайные выборки осуществляются в пределах гиперсферы, где радиус гиперсферы определяет размер пробных шагов h_t, а плот-ность распределения случайных точек на гиперсфере постоянна.

Для управления длиной шага перемещения h_t примем значение $\xi = \left(F_{t+1}(x) - F_t(x)\right)/F_t(x)$ отклонения целевой функции $F(\overline{x})$ в $(t+1)$-й и t-й итерациях. В случае успешного продвижения ($\xi \le \Delta$, где Δ – заданное число) шаг увеличивается, в случае $\xi \le \Delta$ - уменьшается. Оптимальную точку будем считать найденной, если в процессе поиска экстремума шаг снизится до предельно заданного.

Итак, для решения экстремальной задачи

$$F(\overline{x}) = F(x_1, x_2, \ldots, x_n) \to \min_{\overline{x} \in D} \Rightarrow \overline{x}^* \tag{1}$$

с ограничениями

$$D: \varphi_i(\overline{x}) = \varphi_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \ge 0, \quad i = 1,2,\ldots,l \tag{2}$$

(где $F(\overline{x})$ - целевая функция; $\overline{x}$ - вектор варьируемых независимых переменных; n - число варьируемых переменных; $\varphi_i(\overline{x})$ – ограничения; l – число ограничений; D – допустимая область) управление рассмотренного алгоритма случайного поиска имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{F_{t+1}(\overline{x}) - F_t(\overline{x})}{F_t(\overline{x})} \ge \Delta, \quad h_{t+1} = K_U h_t; \\ \dfrac{F_{t+1}(\overline{x}) - F_t(\overline{x})}{F_t(\overline{x})} < \Delta, \quad h_{t+1} = \dfrac{h_t}{K_U}; \\ \\ h_{min} \le h_t \le h_{max}. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь h_t - текущее значение шага; K_U - коэффициент управления длиной шага; h_{min}, h_{max} - соответственно заданные минимальное и максимальное значения шага перемещения.

Для входа в допустимую область D используем дополнительную неот-рицательную функцию

$$Q(\overline{x}) = \sum_{\varphi_i(\overline{x})<0} \frac{|\varphi_i(\overline{x})|}{|\varphi_i(\overline{x}) + 1|}. \tag{4}$$

Параллельная работа вычислителей открывает широкие возможности для формирования различных генетических алгоритмов. Рассмотрим два из них.

Примем число параллельно работающих процессоров P_N равным числу варьируемых переменных n. Начальную популяцию N_P, образованную по-средством генератора случайных чисел, равномерно распределим на подпопуляции, число которых равно числу параллельно работающих процессоров P_N (рис.1).

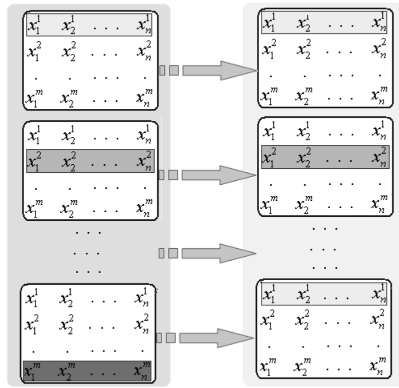

Рис.1

В каждой подпопуляции $N_P^{(m)}$ оператор селекции в соответствии со значением функции приспособленности осуществляет отбор хромосом с целью их участия в последующем процессе репродукции, путем скрещивания с участием оператора мутации. Порожденные новые элементы образуют новую подпопуляцию. В качестве критерия останова примем минимальное значение $\xi -$отклонения целевой функции $F(\overline{x})$ в худшей строке среди всех подпопуля-ций в $(t+1)$-й и t -й итерациях.

В следующем алгоритме наряду с основными операторами селекции, скрещивания и мутации введем дополнительный оператор миграции, который предусматривает миграцию (перемещение) лучших решений в подпопуляциях в последующую одну (островную) подпопуляцию (рис.2) с сохранением числа подпопуляций.

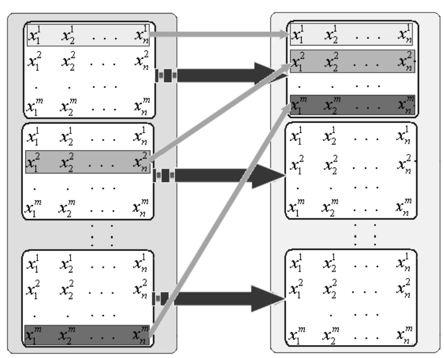

Рис. 2

Решение задачи (1) с ограничениями (2) в принятом градиентном алгоритме осуществляется следующим образом.

В допустимой области D в каждой текущей точке осуществляется дви-жение

$$\overline{x}_{t+1} = \overline{x}_t + \overline{\delta} h \tag{5}$$

по направлению

$$\overline{\delta} = -\mathrm{grad}F(\overline{x}) = -\sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta F(\overline{x}_t)}{\Delta \overline{x}_{it}} \overline{e}_i \tag{6}$$

с шагом h. Здесь $\overline{e}_i (i = 1,2,...,n)$ - орты пространства $x_1, x_2, ..., x_n$.

Вне допустимой области при входе либо возврате в допустимую область D направление движения определяется по $-\mathrm{grad}Q(x)$.

В процессе движения по (5) при достижении условия коллинеарности

$$\mathrm{grad}F_t(\overline{x}) \parallel \mathrm{grad}Q_t(\overline{x}) \tag{7}$$

осуществляется уменьшение шага h_t посредством коэффициента управле-ния длиной шага K_U , т.е.

$$h_{t+1} = h_t K_U. \tag{8}$$

Оптимум считается найденным, если шаг, уменьшаясь, достигает наперед заданного минимального значения ($h_t \le h_{min}$).

Для описанного градиентного алгоритма наиболее естественным является параллельное вычисление частных производных функций $F(\overline{x})$ и $Q(\overline{x})$ для определения направления движения. В этом случае число необхо-димых параллельных процессоров P_N определяется размерностью задачи (n).

Для сопоставительного анализа рассмотренных алгоритмов осуществим структурную адаптацию генетических алгоритмов, затем параметрическую адаптацию участвующих в эксперименте алгоритмов.

В качестве тестовой задачи, как и в [1], примем задачу оптимизации синхронного явнополюсного генератора мощностью 20 *кВт*. Задачу оптимизации сформулируем следующим образом. Найти минимальный активный объем генератора $D_a^2 l$ вариацией внешнего диаметра D_a , относительного диаметра расточки статора D_i/D_a , относительной высоты спинки статора $2h_a/(D_a - D_i)$, относительной ширины паза d/t и длины ста-тора l при одиннадцати ограничениях типа неравенств. Таким образом, ре-шается пятимерная оптимизационная задача, что в нашей постановке задачи распараллеливания требует 5 параллельных процессоров кластера.

В табл. 1 приведены результаты численных экспериментов по двум описанным генетическим алгоритмам без использования оператора миграции (Gen1) и с использованием этого оператора (Gen2) при прочих равных условиях.

Таблица 1

Нач. положение	Координаты варьируемых переменных в оптимальной точке X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	F(X)x 10^3,*см³*	T, *с*	N
Gen1								
7	372,638	0,682	0,687	0,600	113,133	15,71	1,29	11030
256	369,083	0,676	0,685	0,602	114,834	15,643	0,907	11928
41	361,085	0,679	0,684	0,604	117,103	15,268	1,291	11046
3289	361,125	0,676	0,681	0,604	117,705	15,35	1,377	13686
92	369,157	0,674	0,667	0,593	114,660	15,626	1,403	9624
Gen2								
7	369,719	0,718	0,798	0,610	111,000	15,173	0,652	7140
256	370,203	0,718	0,794	0,610	111,000	15,213	0,736	5100
41	369,234	0,719	0,798	0,610	111,000	15,133	0,596	7140
3289	368,750	0,720	0,798	0,610	111,422	15,151	0,74	7740
92	369,719	0,720	0,798	0,610	111,105	15,187	0,592	7860

Как видно из табл. 1, миграция лучших поколений в островную подпопуляцию приводит к ускорению процесса сходимости, что дает нам осно-вание в дальнейшем анализе использовать именно этот параллельный генети-ческий алгоритм.

Для параметрической адаптации принятого алгоритма определим целе-сообразные значения количества мигрантов K_M в миграции лучших особей и величины начальной популяции N_P.

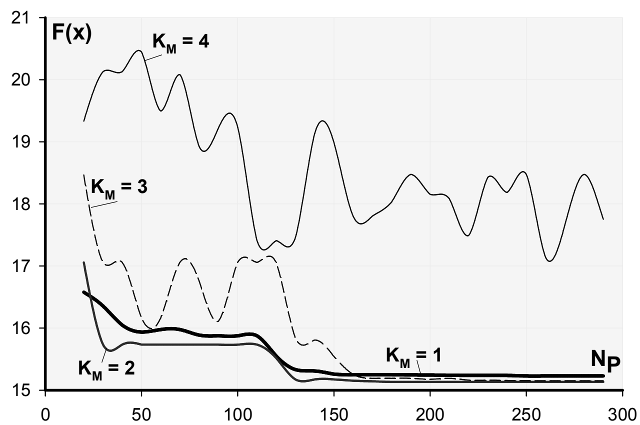

Рис. 3

Как видно из рис. 3, наилучшего значения целевой функции генетическая поисковая система достигает при начальной популяции $N_p = 130$ (т.е. при 5-процессорном кластере каждая подпопуляция равна 26) и коэффициенте миграции (количестве мигрантов с каждой подпопуляции $K_M = 2$). В соответствии с [1] эксперименты проводились при селекции $\Delta_C = 80\%$ и мутации $M = 4\%$.

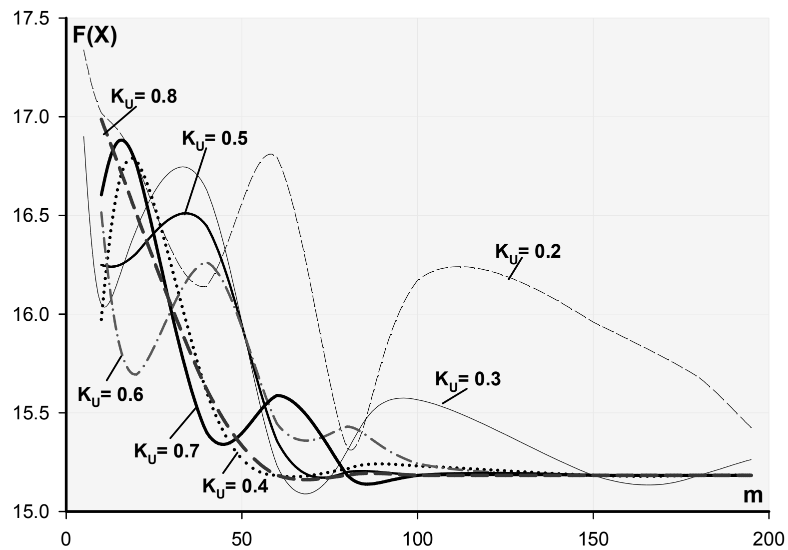

Рис. 4

На рис. 4 показаны результаты численных экспериментов для адаптации управляющих параметров параллельного алгоритма случайного поиска. В соответствии с полученными результатами приняты следующие значения управляющих параметров: количество выборок $m = 60$, значение коэффи- циента управления текущим шагом $K_U = 0{,}4$. Заметим, что эксперименты про-ведены при начальном $h_{нач} = 0{,}1$ и конечном $h_{min} = 0{,}0001$ шагах.

На рис. 5 представлены результаты экспериментов с целью выявления поведения управляющих параметров рассмотренного параллельного гра-диентного алгоритма. Как видно из полученых результатов, наилучшее зна-чение целевой функции $F(\overline{x})$ получено при коэффициенте управления длиной шага $K_U = 0{,}98$ и начальном шаге $h_{нач} = 0{,}4$. В эксперименте, как и при слу-чайном поиске, $h_{min} = 0{,}0001$.

Приняв полученные настройки в качестве базовых, был проведен комплекс численных экспериментов по решению поставленной задачи рассмотренными параллельными алгоритмами из различных начальных позиций. Результаты экспериментов представлены в табл. 2.

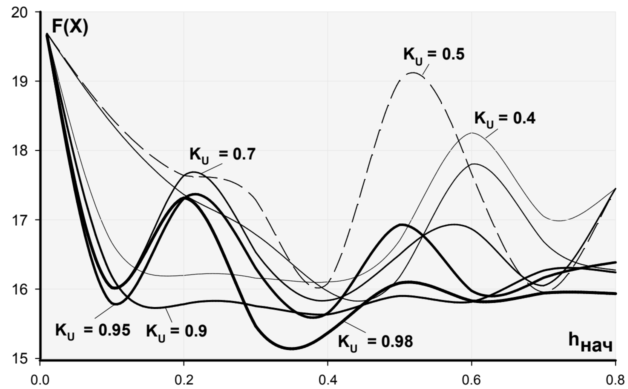

Рис. 5

Таблица 2

Нач. положение	Координаты варьируемых переменных в оптимальной точке					$F(X)\times 10^3 см^3$	T, *с*	N
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5			
Генетический Gen2								
324	372,625	0,715	0,781	0,610	111,0	15,412	0,642	9716
156	369,234	0,719	0,798	0,610	111,0	15,133	1,052	16410
6978	369,234	0,719	0,798	0,610	111,0	15,133	0,954	14124
121	369,234	0,719	0,798	0,610	111,0	15,133	0,893	14950
61	372,627	0,718	0,796	0,609	111,0	15,412	0,804	11694
9725	369,719	0,718	0,797	0,610	111,0	15,173	0,831	13006
Случайный поиск								
10	367,78 5	0,723	0,798	0,610	113,257	15,322	0,084	2460
324	368,356	0,724	0,798	0,610	113,905	15,455	0,078	2800
156	368,72 7	0,720	0,798	0,610	112,0	15,227	0,143	6600
6978	369,958	0,718	0,787	0,610	112,0	15,329	0,063	2740
121	368,651	0,720	0,798	0,610	112,00	15,221	0,123	5600
61	368,627	0,720	0,798	0,610	112,301	15,260	0,111	4300
9725	369,555	0,721	0,798	0,610	112,0	15,296	0,118	4080
Градиентный								
10	379,101	0,701	0,726	0,610	112,0	16,096	0,348	3817
324	368,650	0,720	0,798	0,610	112,0	15,221	0,3	3367
156	361,0	0,674	0,663	0,608	118,872	15,491	1,107	13015
6978	361,0	0,671	0,655	0,605	119,782	15,61	0,891	9531
121	361,001	0,669	0,652	0,610	120,026	15,642	0,682	8013
61	361,001	0,667	0,653	0,609	120,181	15,662	0,612	6969
9725	362,032	0,670	0,656	0,595	117,846	15,446	0,812	9393

Из анализа полученных результатов явствует, что все рассмотренные параллельные алгоритмы эффективно решают многопараметрические нелинейные экстремальные задачи, имея примерно одинаковую точность решения. Вместе с тем генетический и градиентный параллельные алгоритмы по скорости сходимости несколько уступают параллельному алгоритму случайного поиска.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Терзян А.А., Саркисян Г.Г**. Генетические алгоритмы принятия решения // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-2005. – Т. 58, № 1.-С. 147-153.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 20.06.2005.

Հ.Ա. ԹԵՐԶՅԱՆ, Գ.Գ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

ՈՐՈՇՈՒՄՆԵՐԻ ԸՆԴՈՒՆՄԱՆ ԶՈՒԳԱՀԵՌ ԱԼԳՈՐԻԹՄՆԵՐ

Դիտարկված և իրականացված են պատահական որոնման, գենետիկ և գրադիեն-տային զուգահեռ ալգորիթմները՝ օգտագործելով վերջինների զուգահեռ հաշվողական սխեմաների ընկալման առանձնահատկությունները: Ռեալ տեստային խնդրի միջոցով իրականացվել է համեմատական վերլուծություն: Ցույց է տրվել, որ բոլոր դիտարկված ալգորիթմները արդյունավետ լուծում են բազմապարամետրային ոչ գծային էքստրեմալ խնդիրները: Միննույն ժամանակ, գենետիկ և գրադիենտային զուգահեռ ալգորիթմները զուգամիտման արագությամբ որոշակի չափով զիջում են պատահական որոնման զուգահեռ ալգորիթմներին:

Առանցքային բառեր. գենետիկ ալգորիթմ, գրադիենտային ալգորիթմ, պատահական որոնման ալգորիթմ, ոչ գծային մաթեմատիկական ծրագրավորման զուգահեռ ալգորիթմներ:

H.A. TERZYAN, G.G. SARGSYAN

PARALLEL ALGORITHMS FOR DECISION MAKING

Parallel algorithms of random search, genetic and gradient methods using their characteristics for natural perceptions of parallel computation are developed and realized. The comparative analysis of developed algorithms are given. It is shown that all discussed algorithms effectively solve multiparameter nonlinear extremum tasks. Besides, genetic and gradient parameter algorithms by convergence speed somewhat yield the parallel algorithm of random search.

Keywords: genetic algorithm, gradient algorithm, algorithm of a random search, parallel algorithms of nonlinear mathematical programming.