

С. Н. МАНУКЯН, А. В. ТАТЕВОСЯН, Н. В. МИКАЕЛЯН

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РЕЖИМА ВЕДЕНИЯ
ТЕПЛООБМЕННОГО ПРОЦЕССА

Предложены варианты постановки задачи оптимизации теплообменного процесса и дан алгоритм их решения. Работа теплообменного аппарата представлена в виде многоступенчатого процесса, для которого предложена целевая функция. Рассмотрены управляющие воздействия и дана модель каждой ступени процесса.

Ключевые слова: теплообменный процесс, переменные состояния, управляемые переменные, оптимизация теплообменного процесса, минимальные суммарные затраты.

Основным звеном теплообменного процесса в технологической цепи реально действующего химического производства является теплообменный аппарат, предназначенный для осуществления изменения энтальпии различных технологических потоков путем обеспечения теплообмена без их физического смешивания. Теплообменные установки обычно функционируют в заданных диапазонах изменения параметров, предварительно установленных регламентом производства. Поэтому даже незначительная коррекция их работы может привести к существенным выгодам с точки зрения их производительности и многолетней эксплуатации.

Работу теплообменного аппарата во времени можно представить как некий многоступенчатый процесс, каждая ступень которого отображается конечным отрезком времени. Желаемые изменения переменных состояния ($X = X_1, X_2, \dots, X_p$) достигаются путем манипуляций управляющими переменными ($U = U_1, U_2, \dots, U_m$). Изменения, происходящие на каждой ступени (рис.1), определяются системой уравнений преобразования

$$X^i = F(X^{i-1}, U^i), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

где n - число разбиений срока службы аппарата на интервалы времени.

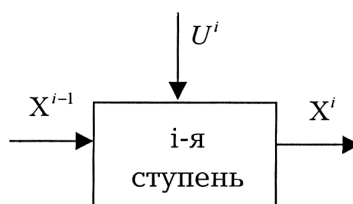


Рис.1

В задачах оптимизации многоступенчатых управляемых процессов целевую функцию принято представлять как функцию от переменных состояния на выходе последней или всех ступеней. Тогда возможна следующая классическая постановка задачи оптимизации.

Для процесса с известными уравнениями преобразования, начальными и конечными значениями отобранных переменных состояния на каждой ступени найти такие удовлетворяющие заданным ограничениям значения управляющих переменных, при которых целевая функция достигнет своего экстремального значения.

Предположим, теплообменный аппарат, функционирующий в стационарном режиме работы технологической схемы в течение конечного интервала времени $\Delta\tau_i$, характеризуется постоянными значениями параметров потоков: T^{i_n} , T_k – начальное и конечное значения температур целевого потока; t^{i_n} , t^i_k – начальное и конечное значения температур побочного потока; G_r – расход целевого потока; G^i_t – расход побочного потока; C^i_t – себестоимость единицы побочного потока; Z^i – затраты на процесс теплообмена за период времени $\Delta\tau_i$; K^i – среднее значение суммарного коэффициента теплопередачи за время $\Delta\tau_i$; L^i – средняя суммарная толщина разделяющей стенки между двумя потоками для интервала $\Delta\tau_i$.

Согласно предусмотренным регламентом условиям ведения процесса, управление теплообменником осуществимо:

- выбором t^{i_n} из дискретного набора вариантов, если география и технологическое окружение исследуемого процесса создают предпосылки для использования имеющихся оборотных и природных водных ресурсов ;
- регулировкой G^i_t ;
- параллельно обоими параметрами.

При промышленной эксплуатации аппарата возникает необходимость периодической остановки забитого осадками теплообменника для его капитальной или текущей очистки. Это обусловлено тем, что значение суммарного коэффициента теплопередачи стабильно уменьшается в силу постоянного утолщения разделительных стенок термоизоляционными осадками со стороны каждого из потоков. (Динамика изменения коэффициента теплопередачи будет обсуждена ниже). Время непрерывной работы теплообменника определяется как

$$\tau = \sum_{i=1}^n \Delta\tau_i. \quad (2)$$

С учетом принятых допущений и обозначений для непрерывного процесса теплообмена, имитированного в виде дискретного во времени многоступенчатого процесса (рис.2), возможна постановка одной из нижеперечисленных задач.

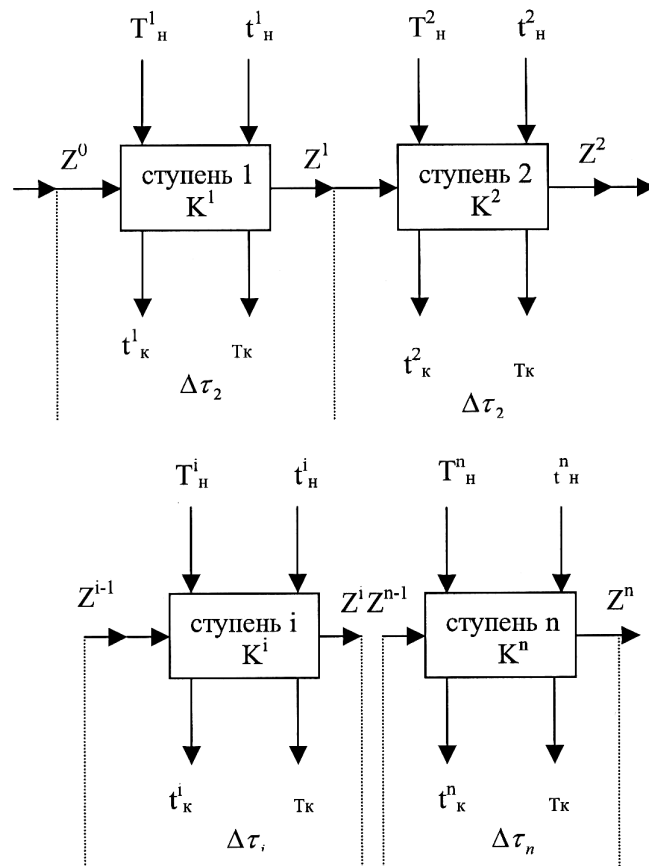


Рис.2

Задача 1. Для известного количества ступеней (интервалов времени $\Delta\tau_i$), функций K^i и установленных из заданного регламентом дискретного множества t_n значений параметров потоков построить такой вектор $t_n = (t_n^1, t_n^2, \dots, t_n^n)$, чтобы суммарные затраты Z^i , $i = 1, 2, \dots, n$ на процесс теплообмена были минимальными не только для каждой ступени, но и для всего промежутка безостановочного времени работы аппарата

$$\sum_{i=1}^n Z^i.$$

Задача 2. Для условий и требований задачи 1 дополнительно вводится ограничение на максимально возможный расход ($G^{\max_t}$) вторичного теплоагента, являющийся дискретной функцией от t_n и времени.

Задача 3. В отличие от задачи 2, в роли второй управляющей переменной выступает число ступеней (n) или количество разбиений τ на $\Delta\tau_i$.

Задача 4 (относительно общая). В дополнение к условиям задачи 3 предлагается определить не только n и вектор t_n , но также и вектор $\Delta\tau\{\Delta\tau_1, \Delta\tau_2, \dots, \Delta\tau_n\}$, принимая во внимание неравномерность разбиения по τ . Иначе говоря, требуется весь срок службы теплообменника τ разбить на такие неравномерные, но оптимально подобранные временные отрезки, чтобы после выбора (из заданного множества) для каждого $\Delta\tau_i$ соответствующего и опять-таки оптимальных t_n суммарные затраты на процесс теплообмена были бы минимальными.

При подборе метода решения любой из поставленных задач следует учесть основную отличительную особенность рассматриваемого процесса.

Управляющие воздействия (в частности, значения t_n) не принадлежат к классу непрерывных функций. Они дискретны и строго ограничены климатическими и технологическими условиями. Кроме того, почти на все переменные процесса наложены ограничения типа неравенств. Решение подобных задач успешно реализуемо при применении дискретного принципа максимума Понтрягина [1,2].

Возвращаясь к исходным условным обозначениям, привяжем их к переменным, характеризующим процесс теплообмена.

В общем случае, в качестве определяющего переменного состояния X можно принять толщину разделительной стенки в теплообменнике Δl или некую функцию от него, например, $K^i(\Delta l^i)$ или $Z^i(\Delta l^i)$. Изменение толщины разделительной стенки за счет осаждений определится условиями ведения и другими параметрами состояния процесса:

$$l^i = \varphi(X^{i-1}, U^i). \quad (3)$$

В качестве управляющего воздействия может служить вектор U с компонентами t_n и $\Delta\tau$. Если предположить, что вся необходимая для расчетов информация содержится в заранее организованной базе данных, то модель каждой ступени рассматриваемого процесса $F(X^{i-1}, U^i)$ будет представлять собой множество теоретических, полуэмпирических, эмпирических соотношений и уравнений, экспериментальных и прочих данных, объединенных в конечный алгоритм, обслуживаемый системой управления этой базой. Итогом реализации модели $F(X^{i-1}, U^i)$ при рассмотренной постановке станут, например, значения затрат на процесс теплообмена за заданный промежуток времени.

Если состояние процесса характеризуется r -мерным вектором X , преобразуемым на каждой ступени в соответствии с избранным на данной ступени m -мерным управлением, и преобразование X на i -й ступени описывается системой уравнений (1), то задача оптимизации будет заключаться в определении последовательности U^i , минимизирующих

$$\Phi = \sum_{j=1}^p A_j X_j^n, \quad (4)$$

где A_j – заданные весовые коэффициенты.

Решение такой задачи на основе дискретного принципа максимума [3,4] требует введения p -мерного сопряженного вектора и функции Гамильтона H^i , удовлетворяющих соотношениям (1):

$$H^i = \sum_{j=1}^p \lambda_j^i F_j^i(X^{i-1}, U^i), \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, p, \quad (5)$$

$$\lambda_j^{i-1} = \frac{\partial H^i}{\partial X_j^{i-1}}, \quad (6)$$

$$\lambda_j^n = A_j, \quad (7)$$

и определения оптимальной последовательности U^i из условий

$$\frac{\partial H^i}{\partial U^i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

Поскольку, согласно принятым допущениям, исследуемый многоступенчатый процесс имеет аддитивную целевую функцию, то строится расширенный процесс с дополнительной переменной состояния X_{p+1} , определенной условиями

$$X_{p+1}^0 = 0, \quad X_{p+1}^i = \sum_{i=1}^n f(X^{i-1}, U^i).$$

Отсюда следует, что переменная состояния X_{p+1} удовлетворяет уравнению преобразования

$$X_{p+1}^i = X_{p+1}^{i-1} + f(X^{i-1}, U^i). \quad (9)$$

Таким образом, уравнения (4) – (8) полностью определяют построенный расширенный процесс.

Теперь остановимся на частном случае решения (4)–(8) и рассмотрим случай простого, одномерного процесса [4] (процесс полностью охарактеризован одной переменной состояния t_n , $p=1$). Целевую функцию определим как $\sum_{i=1}^n f(X_1^{i-1}, U^i)$.

Введем новую переменную состояния

$$X_2^i = X_2^{i-1} + f(X_1^{i-1}, U^i) \quad \text{и} \quad X_2^0 = 0. \quad (10)$$

Тогда задача сводится к определению последовательности U_k , $k=1, 2, \dots, m$, максимизирующей значение $X_2^n = \sum_{i=1}^n f(X_1^{i-1}, U^i)$ на последней ступени.

Функция Гамильтона запишется в виде

$$H^i = \lambda_1^i F(X_1^{i-1}, U^i) + \lambda_2^i [X_2 + f(X_1^{i-1}, U^i)].$$

В соответствии с (6) имеем

$$\begin{cases} \lambda_1^{i-1} = \frac{\partial F(X_1^{i-1}, U^i)}{\partial X_1^{i-1}} \lambda_1^i + \frac{\partial f(X_1^{i-1}, U^i)}{\partial X_1^{i-1}} \lambda_2^i, & i = 1, 2, \dots, n, \\ \lambda_2^{i-1} = \frac{\partial X_2^{i-1}}{\partial X_2^{i-1}} \lambda_2^i = \lambda_2^i. \end{cases} \quad (11)$$

Поскольку целевая функция определяется в виде

$$S = \sum_{j=1}^2 A_j X_j^n = X_2^n,$$

то $A_1=0$ и $A_2=1$. В соответствии с граничным условием (7) имеем

$$\lambda_1^n = 0, \lambda_2^n = 1.$$

Подставляя полученные коэффициенты в (11), получим

$$\begin{cases} \lambda_2^i = 1 \\ \lambda_1^{i-1} = \frac{\partial F(X_1^{i-1}, U^i)}{\partial X_1^{i-1}} \lambda_1^i + \frac{\partial f(X_1^{i-1}, U^i)}{\partial X_1^{i-1}} \end{cases} \quad (12)$$

То есть

$$H_i = \lambda_1^i F(X_1^{i-1}, U^i) + f(X_1^{i-1}, U^i) + X_2^{i-1}$$

и в соответствии с (8):

$$\frac{\partial H^i}{\partial U^i} = \lambda_1^i \frac{\partial F(X_1^{i-1}, U^i)}{\partial U^i} + \frac{\partial f(X_1^{i-1}, U^i)}{\partial U^i} = 0.$$

Решая это уравнение относительно λ_1^i , находим

$$\lambda_1^i = \frac{\frac{\partial f(X_1^{i-1}, U^i)}{\partial U^i}}{\frac{\partial F(X_1^{i-1}, U^i)}{\partial U^i}}. \quad (13)$$

Записав (11) для i -го звена, получим

$$\lambda_1^i = \frac{\partial F(X_1^i, U^{i+1})}{\partial X_1^i} \lambda_1^{i+1} + \frac{\partial f(X_1^i, U^{i+1})}{\partial X_1^i}.$$

Подставив сюда (13), получим

$$\frac{\frac{\partial f(X_1^{i-1}, U^i)}{\partial U^i}}{\frac{\partial F(X_1^{i-1}, U^i)}{\partial U^i}} = \frac{\frac{\partial f(X_1^i, U^{i+1})}{\partial U^{i+1}}}{\frac{\partial F(X_1^i, U^{i+1})}{\partial U^{i+1}}} \frac{\partial F(X_1^i, U^{i+1})}{\partial X_1^i} + \frac{\partial f(X_1^i, U^{i+1})}{\partial X_1^i}. \quad (14)$$

И, наконец, для $i=0$:

$$\lambda_1^0 = \frac{\frac{\partial f(X_1^0, U^1)}{\partial U^1}}{\frac{\partial F(X_1^0, U^1)}{\partial U^1}} \frac{\partial F(X_1^0, U^1)}{\partial X_1^0} + \frac{\partial f(X_1^0, U^1)}{\partial X_1^0}. \quad (15)$$

Уравнение (14) является рекуррентным соотношением для определения оптимального управления и соответствующих ему переменных состояния. Процедура вычислений начинается с последнего звена.

Задаваясь значением X_1^n и решая совместно уравнения (1) и (16) :

$$\frac{\partial f(X_1^{n-1}, U^n)}{\partial U^n} = 0, \quad (16)$$

определяются X_1^{n-1} и U^n с учетом того, что уравнение (16) соответствует условию оптимальности управления на последнем звене.

Далее, имея X_1^{n-1} , совместно решаются (1) и (14), находятся X_1^{n-2} , U^{n-2} и т. д., до вычисления X_1^0 .

После корректировки X_1^n процедура повторяется до тех пор, пока рассчитанное значение X_1^0 не станет равно заданному.

Практическую реализацию теоретического обоснования применим к поставленной в начале изложения задаче 1.

Запишем уравнение теплового баланса для i -й ступени [5]:

$$G_t C_{pt} (T_H - T_K) = G_t^i C_{pt} (t_K^i - t_H^i). \quad (17)$$

Приравнявая количество теплоты, приобретенной на i -й ступени первым потоком через теплопередачу от второго потока, получим

$$G_t C_{pt} (T_H - T_K) = K^i P (T_K - t_K^i), \quad (18)$$

где P — поверхность теплообмена теплообменника.

Последнее уравнение разрешимо относительно K^i :

$$K^i = \frac{G_t C_{pt} (T_H - T_K)}{P (T_K - t_K^i)}. \quad (19)$$

Существует и другое общепринятое выражение для вычисления коэффициента теплопередачи через коэффициенты теплоотдачи и теплопередачи [5]:

$$K^i = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1^i} + \frac{1}{\alpha_2^i} + \frac{l_i}{\lambda_c^i}}, \quad (20)$$

где λ_c^i — усредненное значение коэффициента теплопроводности комбинированной разделяющей стенки между потоками.

Допуская постоянство скорости роста общей толщины разделяющей стенки, при заданных условиях за время $\Delta \tau_i$ можно записать

$$l_i = l_{i-1} + \Delta l_i,$$

где $\Delta l_i = a^i \Delta \tau_i$, a^i — коэффициент, характеризующий скорость наращивания толщины разделяющей стенки с обеих сторон.

Управляющей переменной является тип охлаждающего потока. Он характеризуется значением t_n^i , и, при прочих неизменных условиях, именно им возможна регулировка Δl_i . Принимая допущение о линейности характера зависимости

$$a^i = b^i t_n^i, \quad (21)$$

где b^i – константа, определяемая t_n^i , нетрудно получить рекуррентное соотношение для расчета K_i :

$$K^i = \frac{K^{i-1} - \lambda_c^i}{\lambda_c^i + K^{i-1} \cdot b^i \Delta \tau_i \cdot t_n^i}. \quad (22)$$

Введем новую переменную Z_i , удовлетворяющую уравнениям преобразований и начальному условию:

$$Z^i = Z^{i-1} + \varphi(K^{i-1}, t_n^i) \text{ и } Z^0 = 0, \quad (23)$$

где φ — затраты на процесс теплообмена за промежуток времени $\Delta \tau_i$:

$$\varphi(K^{i-1}, t_n^i) = C_t^i(t_n^i) \cdot G_t^i(t_n^i). \quad (24)$$

Здесь $C_t^i(t_n^i) = d^i t_n^i$, а d^i — постоянный множитель, определяемый типом охлаждающего потока.

Из (17) и (18) находим

$$G_t^i = \frac{G_T C_{PT}(T_H - T_K)}{C_{PT}(t_K^i - t_n^i)}, \quad t_K^i = T_K - \frac{G_T C_{PT}(T_H - T_K)}{K^{i-1} P}.$$

Отсюда

$$G_t^i = \frac{A}{T_K - t_n^i - \frac{B}{K^{i-1}}},$$

$$\text{где } A = G_T \frac{C_{PT}}{C_{PT}}(T_H - T_K), \quad B = C_{PT} \frac{G_T}{P}(T_H - T_K),$$

$$\varphi(K^{i-1}, t_n^i) = \frac{A}{T_K - t_n^i - \frac{B}{K^{i-1}}}. \quad (25)$$

Далее сведем задачу к стандартной, в которой, выбирая последовательность t_n^i , $i=1,2,\dots,n$, минимизируется значение Z^n .

Путем сопоставления уравнений (21) и (23) с (1) и (10) получим

$$\begin{cases} F(K^{i-1}, t_n^i) = \frac{K^{i-1} \lambda_c^i}{\lambda_c^i + K^{i-1} \cdot b^i t_n^i \Delta \tau_i}, \\ f(K^{i-1}, t_n^i) = C_t^i G_t^i = \frac{d^i A t_n^i}{T_K - t_n^i - \frac{B}{K^{i-1}}}. \end{cases} \quad (26)$$

Определив частные производные выражений (26) от t^i_n , t^{i+1}_n и K^i и подставив в (14), получим трансцендентное уравнение

$$\Phi(K^{i-1}, K^i, t^i_n, t^{i+1}_n) = 0, \quad (27)$$

совместное решение которого с (17) или (18) аналитическими методами невозможно ввиду сильной нелинейности соответствующих частных производных. В силу этого предлагается алгоритм приближенного решения.

Зафиксировав значение K^n (задавшись взятым из регламента данных значением l^n), определяются t^n_n и K^{n-1} путем совместного решения уравнений (22) и (16):

$$\begin{cases} K^n = \frac{K^{n-1} \lambda_c^n}{\lambda_c^n + K^{n-1} b^n \Delta \tau_n t_H^n}, \\ \frac{T_k - B / K^{n-1}}{Ad^n \left(T_k - t_H^n - B / K^{n-1} \right)^2} = 0. \end{cases},$$

Соответствующие значения t^i_n при $i=n-1, n-2, \dots, 2, 1$ определяются путем совместного решения рекуррентного соотношения (27) и исходного уравнения (22). Цикл вычислений от конца цепочки к началу повторяется до тех пор, пока вычисленное значение $K^0_{\text{расч}}$ не будет близко (с точностью до заданного ε) к заданному $K^0_{\text{зад}}$. Полученный набор значений $t^1_n, t^2_n, \dots, t^n_n$, очевидно, будет соответствовать оптимальному, в смысле минимума затрат на суммарные расходы охлаждающего потока из возможного списка альтернативных источников.

Завершается расчет вычислением минимального значения переменных расходов по охлаждающему потоку согласно (24).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Понтрягин Л.С. ДАН СССР.– 1956. –110, N 1.
2. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Физматгиз, 1961.
3. Бояринов А.И., Кафаров В.В. Методы оптимизации в химической технологии. – М.: Химия, 1969.
4. Фан Л.Ц., Вань Ч.С. Дискретный принцип максимума. – М.: Мир, 1967.
5. Павлов К.Ф., Романков П.Г., Носков А.А. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии.- Л.: Химиздат, 1987. - 576 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 19.07.2004.

Ս.Ն. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ, Ա.Վ. ԹԱԴԵՎՈՍՅԱՆ, Ն.Վ. ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ

ՋԵՐՄԱՓՈԽԱՆԱԿՄԱՆ ՊՐՈՑԵՍԻ ՎԱՐՄԱՆ ՕՊՏԻՄԱԼ ՌԵԺԻՄԻ ԱԼԳՈՐԻԹՄԻ ԿԱՌՈՒՑՈՒՄ

Առաջարկված են ջերմափոխանակման պրոցեսի լավարկման խնդրի առաջադրման տարբերակները և դրանց լուծման ալգորիթները: Ջերմափոխանակման ապարատի աշխատանքը ներկայացված է բազմաստիճան պրոցեսի ձևով, որի համար առաջարկվում է նպատակային ֆունկցիա: Դիտարկված են կառավարման փոխազդեցությունները և տրված է ջերմանցման պրոցեսի յուրաքանչյուր աստիճանի մոդելը:

Առանցքային բառեր. ջերմափոխանակման պրոցես, իրավիճակների փոփոխականներ, կառավարման փոփոխականներ, ջերմափոխանակման պրոցեսի լավարկում, գումարային ծախսերի նվազարկում:

S.N. MANUKYAN, A.V. TATEVOSYAN, N.V. MIKAELIAN

ALGORITHM OF THE OPTIMUM MODE CONSTRUCTION FOR CONDUCTING HEAT EXCHANGE PROCESS

Task statement variants of optimizing heat exchange process are proposed and the algorithm of their solution is given. Heat exchange device operation is submitted as multistage process for which criterion function is proposed. Managing influences are considered and the model of each step of process is given.

Keywords: heat exchange process, variable conditions, controlled variables, optimizing heat exchange process, minimal total expenses.