

В.С. САРКИСЯН, Г.А. АДІЛХАНЫ

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ШИРИНЫ ФРАГМЕНТА ПРИЗМЫ ОБРУШЕНИЯ В РАСЧЕТАХ УСТОЙЧИВОСТИ ГРУНТОВЫХ ОТКОСОВ И СКЛОНОВ

Рассматривается модель расчлененной призмы обрушения грунтового массива в контексте решения задачи устойчивости с применением методов, удовлетворяющих трем уравнениям равновесия для каждого фрагмента, граничным условиям предельного равновесия призмы, а также учитывающих силы взаимодействия между фрагментами. Выявлена необходимость ограничения минимальной ширины фрагмента.

Ключевые слова: расчлененная модель призмы, ширина фрагмента, точка приложения реакции, ядро подошвы.

В [1-4] подробно изложены и обоснованы несколько важных поправок, которые дополняют существующие методы оценки устойчивости грунтовых сооружений, основанных на твердотелой расчлененной модели массива обрушения, и избавляют от возникающих в процессе расчетов ошибочных ситуаций. Под этими ситуациями подразумеваются следующие существенные нарушения:

1. Величины углов наклона сил взаимодействия между фрагментами призмы обрушения превосходят теоретический предел, обусловленный состоянием предельного равновесия, определяемым законом Кулона – Мора [5,6].
2. Граничные условия предельного равновесия призмы обрушения:

$$\text{при } x = 0 - E_0 = 0, M_0 = 0, \quad (1)$$

$$\text{при } x = L - E_k = 0, M_k = 0 \quad (2)$$

не выполняются вследствие исправления пункта 1 в соответствии с методикой, изложенной в [2].

3. Точка приложения нормальной к подошве фрагмента составляющей равнодействующей реакции подошвы имеет центральное положение [6-8].

В (1) и (2) приняты следующие обозначения: x – текущая абсцисса центральной оси фрагмента; L – длина проекции поверхности скольжения на ось абсцисс; E_0, M_0 – сила взаимодействия и ее момент относительно центра подошвы первого фрагмента соответственно; E_k, M_k – сила взаимодействия и ее момент относительно центра подошвы последнего фрагмента соответственно; k – количество фрагментов в призме обрушения.

При обработке результатов численных экспериментов [2], поставленных на разнообразных расчетных схемах, была получена зависимость

$$d_i = \frac{E_i}{\sum_{i=1}^k E_i} \frac{M_k}{N_i}, \quad (3)$$

определяющая значение плеча нормальной реакции подошвы относительно ее центра для каждого фрагмента призмы обрушения. Данная формула использовалась в качестве меры, принятой в целях удовлетворения граничных условий предельного равновесия (1) и (2), путем распределения избыточного момента в крайнем фрагменте между остальными фрагментами призмы обрушения.

В (3) приняты следующие обозначения: d_i – эксцентриситет нормальной силы на подошве фрагмента; E_i – модуль вектора силы взаимодействия на текущей грани; $E_i/\Sigma E_i$ – отношение, представляющее ту часть избыточного момента в последнем фрагменте, которая компенсируется созданием плеча d_i нормальной силы в текущем фрагменте; M_k – величина момента всех сил, действующих на фрагмент в случае невыполнения граничного условия (2); N_i – сила нормальной реакции на подошве текущего фрагмента.

В [2] было показано, что эпюра нормальных напряжений на поверхности скольжения, полученная путем рассмотрения явления внецентренного сжатия на подошвах фрагментов, имеет разрывы в точках пересечения граней фрагментов с поверхностью сдвига. Также было обосновано, что невозможно получить гладкую эпюру, поскольку модель отсека обрушения представляет собой систему взаимодействующих, но при этом в достаточной степени независимых тел (фрагментов).

После введения зависимости (3) в счетный процесс проблема, связанная с неудовлетворением граничных условий предельного равновесия, была устранена.

Однако оказалось, что точка приложения нормальной составляющей реакции подошвы после очередного уменьшения ширины фрагмента для одного и того же примера выходит за пределы подошвы.

Для исправления этого недостатка необходимо определение такой ширины фрагментов, которая, с одной стороны, достаточна большая, чтобы точка приложения нормальной реакции оставалась в пределах подошвы фрагмента:

$$d_i < \Delta s_i / 2, \quad (4)$$

где Δs_i – длина подошвы текущего фрагмента, а с другой – достаточно маленькая, чтобы не возникло значительное искажение геометрии отсека обрушения при расчленении его на фрагменты.

Сооружения из материалов, плохо сопротивляющихся растяжению (грунта), требуют, чтобы все сечение (подошва фрагмента) работало лишь на сжатие [9]. Этого можно достигнуть, не давая точке приложения нормальной силы на подошве фрагмента слишком далеко отходить от центра тяжести, ограничивая величину эксцентриситета (плеча нормальной силы) границами ядра сечения. Т.е. вместо условия (4) должно соблюдаться другое, более жесткое ограничение:

$$d_i < \Delta s_i / 6, \quad (5)$$

где $\Delta s_i / 6$ – отступ границы ромбического ядра сечения от его центра и фактически предельное смещение нормальной реакции подошвы от ее центра тяжести.

Совместное рассмотрение выражений (3) и (5) приводит к важному выводу и очередной поправке, которую нужно учитывать в теории. Так как величина плеча нормальной реакции подошвы фрагмента, получаемая из (3), дает конечные значения, следовательно, чтобы удовлетворить условие (5), длина подошвы фрагмента также должна быть конечной.

Это в корне меняет подходы в вопросе вывода строгих аналитических решений, приведенных к завершённой форме, таких как уравнения Можевитинова – Шинтемирова [7] и Моргенштерна – Прайса [8], поскольку внедрение цепи всех вышеупомянутых исправлений привело к пониманию того, что нельзя до конца корректно решить задачу устойчивости призмы обрушения, принимая вначале ширину фрагмента конечной величиной, а затем перейти от конечной формы решения к дифференциальной, т.е. устремить ширину фрагмента к нулю при переходе к пределу.

Тот факт, что полученные при помощи (3) места точек приложения нормальных сил на подошве не находятся в пределах самой подошвы, не может интерпретироваться как следствие ошибки в формуле (3) из-за того, что она не имеет строгого доказательства. Последний факт имеет строгое теоретическое доказательство, базирующееся на методе Можевитинова – Шинтемирова, основанном на дифференциальных уравнениях равновесия и граничных условиях (1) и (2). В этом методе приводится следующее выражение для соблюдения моментного условия равновесия бесконечно тонкого фрагмента призмы обрушения [7]:

$$M_a dx + E_x dy - E_y dx - dM = 0, \quad (6)$$

где M_a – момент активных сил относительно центра подошвы фрагмента; E_x, E_y – компоненты силы взаимодействия между фрагментами; M – момент силы взаимодействия относительно центра подошвы.

Согласно исследованиям [4], нарушение предельного угла сдвига на боковой грани фрагмента происходит лишь при очень малых значениях удельного сцепления и при отсутствии горизонтально направленных активных сил.

Для простоты дальнейших выкладок введем следующие допущения. Допустим, что равнодействующая активных сил вертикальна, следовательно, ее момент M_a относительно центра подошвы фрагмента равен нулю. Примем также, что сцепление грунта равно нулю, и рассматривается грунтовый массив с однородным строением. Решим задачу при помощи гипотезы постоянного угла наклона сил взаимодействия между фрагментами.

Уравнение (6) можно привести к виду

$$M(x) = \int_0^x [E_x (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)] dx, \quad (7)$$

где $\operatorname{tg} \alpha = dy/dx$ – тангенс угла наклона подошвы фрагмента; β – угол наклона сил взаимодействия до корректировки.

В случае корректировки угла наклона сил взаимодействия между фрагментами, согласно условию соблюдения предельного угла сдвига на боковых гранях последних, для определения момента в текущем фрагменте после процесса корректировки будем иметь

$$M^*(x) = \int_0^x [E_x^* (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varphi)] dx, \quad (8)$$

где $M^*(x)$ – момент силы взаимодействия; φ – критический угол внутреннего трения, равный предельному углу сдвига на боковой поверхности фрагмента в случае однородного строения массива с сыпучим грунтом ($c=0$); E_x^* – компонента сил взаимодействия после расчета с выправленными углами их наклона.

Разность моментов сил взаимодействия фрагмента на текущей абсциссе после корректировки угла наклона сил взаимодействия выражается разностью формул (7) и (8):

$$\Delta M(x) = M^*(x) - M(x) = \int_0^x [E_x^* (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varphi) - E_x (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)] dx. \quad (9)$$

Выражение (9) позволяет рассчитать момент сил взаимодействия, накопившийся у координаты x , иными словами, вычислить тот момент, приложение которого в точке x позволит удержать часть отсека обрушения, находящуюся перед этой точкой в состоянии равновесия, без рассмотрения оставшегося после нее участка.

Поэтому момент, который необходимо компенсировать сдвигом нормальной реакции подошвы данного фрагмента, будет равен разности значений функции $\Delta M(x)$ в точках x и $x + \Delta x$, которая стремится к ее дифференциалу при $\Delta x \rightarrow 0$.

Следовательно, пользуясь правилом отыскания производной интеграла по его пределу, можно написать

$$d(\Delta M(x)) = (E_x^* (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varphi) - E_x (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)) dx. \quad (10)$$

Выражение, полученное для определения нормального напряжения на поверхности скольжения [7], имеет вид

$$\sigma = q \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\cos(\alpha - \varphi - \beta)}, \quad (11)$$

где q – равнодействующая активных сил.

Следовательно, величина элементарной нормальной реакции подошвы фрагмента с учетом ограничения угла наклона сил взаимодействия ($\beta = \varphi$) равна

$$dN = q \frac{\cos \varphi}{\cos(\alpha - 2\varphi)} dx, \quad (12)$$

где $dx = ds \cos \alpha$.

Очевидно, что плечо нормальной силы dN , которое необходимо создать, чтобы компенсировать разность момента сил взаимодействия $d(\Delta M(x))$, будет равно

$$d(x) = \frac{d(\Delta M(x))}{dN} = \frac{\cos(\alpha - 2\varphi) [E_x^* (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varphi) - E_x (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)]}{q \cos \varphi}. \quad (13)$$

Из (13) следует, что ни при каких значениях входящих в него переменных невозможно получить бесконечно малую величину. А так как ширина фрагмента должна удовлетворять условию (5), следовательно, она также должна быть конечной величиной, ориентировочное минимальное значение которой можно получить из того же условия (5):

$$\Delta x = 6d_{\max} \cos \alpha_d, \quad (14)$$

где $d_{\max}$ - величина наибольшего эксцентриситета нормальной составляющей реакции подошвы среди всех фрагментов призмы обрушения; α_d - угол наклона подошвы соответствующего фрагмента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Адилхянян Г.А., Адилхянян А.Г.** Методы расчета устойчивости грунтовых откосов и склонов // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2001.-Т. 54, ¹ 3. - С. 352 – 359.
2. **Адилхянян Г.А., Саркисян В.С.** О соблюдении предельного угла сдвига на боковых гранях фрагментов призмы обрушения при оценке устойчивости грунтовых массивов // Бюллетень строителей Армении. - 2004. - №3. - С. 41 – 46.
3. **Саркисян В.С., Адилхянян Г.А.** О методах расчета устойчивости грунтовых откосов и склонов // Сб. научн. тр., посвящ. 80-летию архит.-строит. образования.-2001.- Т.3.- С.179-182.
4. **Саркисян В.С., Адилхянян Г.А.** О нарушении одного из основополагающих законов механики грунтов в методах расчета устойчивости грунтовых откосов и склонов // Сб. тезисов докладов к научно-практической конференции, посвященной 70-летию ФГУП “НИИ ВОДГЕО”. - М., 2004. - С.168-173.
5. **Тарг С.М.** Краткий курс теоретической механики.-М.: Наука, 1968.- 460 с.
6. **Чугаев Р.Р.** Земляные гидротехнические сооружения. -М.: Энергия, 1967.-460 с.
7. **Можевитинов А.Л., Шинтемиров М.** Общий метод расчета устойчивости откосов земляных сооружений // Известия ВНИИГ им.Б.Е.Веденеева.-1970. - Т.92.- С.11-22.
8. **Хуан Я.Х.** Устойчивость земляных откосов.-М.: Стройиздат, 1988.-240 с.
9. **Беляев Н.М.** Соппротивление материалов.-М.: Гос. изд-во техн. – теор. лит-ры, 1949.-772 с.

ЕрГУАС. Материал поступил в редакцию 17.05.2004.

Վ.Ս.ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Հ.Ա.ԱԴԻԽԱՆՅԱՆ

ԳՐՈՒՆՏԱՅԻՆ ՇԵՊԵՐԻ ԵՎ ԼԱՆՋԵՐԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՐԿՆԵՐՈՒՄ ՓԼՈՒՋՄԱՆ ՊԼՈՋՄԱՅԻ ՇԵՐՏԵՐԻ ԼԱՅՆՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇՈՒՄ

Դիտարկվում է գրունտային զանգվածի փլուզման շերտավորված պրիզմայի մոդել՝ շերտերի միջև փոխազդեցության ուժերը հաշվի առնող յուրաքանչյուր շերտի համար հավասարակշռության երեք հավասարումներին և փլուզման պրիզմայի սահմանային հավասարակշռության պայմաններին բավարարող մեթոդների կիրառմամբ: Բացահայտված է շերտի նվազագույն լայնության սահմանափակման անհրաժեշտությունը:

V.S. SARGSYAN, H.A. ADILKHANYAN ON DETERMINING THE PRISM FRAGMENT WIDTH FALLING IN CALCULATIONS OF GROUND SLOPE AND INCLINATION STABILITY

A partitioned prism model of falling ground mass in problem solving of stability using the methods satisfying three equilibrium equations for each fragment, the boundary conditions of maximum prism equilibrium and regarding interaction forces between fragments is considered. The necessity to limit the minimum width of the fragment is revealed.