

Б.С. БАЛАСАНЯН, С.Ш. ХРИСТАФОРЯН, Э.С. ХРИСТАФОРЯН,  
А.Б. БАЛАСАНЯН

## УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННОСТЬЮ СИЛЫ РЕЗАНИЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ МАТЕРИАЛОВ МНОГОЛЕЗВИЙНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

Для единичного импульса силы резания, включающего три линейных участка, получены зависимости суммарной силы резания многолезвийного инструмента от угла его поворота, которые с весьма высокой степенью точности описывают модель процесса многолезвийной обработки и могут быть использованы в качестве функций управления переменностью силы резания и общей нагруженности обрабатываемой системы.

**Ключевые слова:** единичный импульс, сила, резание, многолезвийный инструмент, переменность, одновременно режущие зубья.

Для большинства обрабатывающих систем силовые воздействия непосредственно от процесса резания являются одним из основных возмущающих воздействий, оказывающих непосредственное влияние на качество формируемой поверхности, точность обработки, а также на динамику и износостойкость металлорежущего оборудования. Наиболее интенсивные колебания силы наблюдаются в случае прерывистого резания многолезвийным инструментом, что обусловлено периодичностью работы режущих зубьев инструмента, и имеют характер периодически повторяющихся импульсов с периодом, большим, равным или меньшим длительности единичного импульса [1]. К сожалению, из-за большого разнообразия процессов резания многолезвийным инструментом, в общем отличающихся формой единичного импульса силы резания, задача установления функций управления неравномерностью процесса резания многолезвийным инструментом до настоящего времени остается пока не законченной.

В этой связи на основе графоаналитического метода определения неравномерности резания материалов многолезвийным инструментом [2] рассмотрен вопрос влияния совокупности единичных импульсов силы резания, включающих три линейных участка ее изменения, на суммарную силу резания от действия всех одновременно режущих зубьев инструмента. При этом в течение времени поворота режущего инструмента на угол  $\varphi_1$  сила резания нарастает от нуля до некоторого  $cP_0$ , в течение же времени поворота режущего инструмента на угол  $\varphi_{12}$  она вторично нарастает от  $cP_0$  до своего наибольшего значения  $P_0$ , и после поворота инструмента на угол  $\varphi_0$  сила спадает до нуля.

Для решения поставленной задачи сила резания  $i$ -го единичного импульса в зависимости от угла поворота  $\varphi$  режущего инструмента описана выражением

$$P_i(\varphi) = \begin{cases} cP_0\varphi/\varphi_1, \varphi \in [(i-1)\alpha, \varphi_1 + (i-1)\alpha], \\ (c + (1-c)\varphi)P_0/\varphi_2, \varphi \in [\varphi_1 + (i-1)\alpha; \varphi_1 + \varphi_2 + (i-1)\alpha], \\ (1 - \varphi/(\varphi_0 - \varphi_1 - \varphi_2))P_0, \varphi \in [\varphi_1 + \varphi_2 + (i-1)\alpha, \varphi_0 - \varphi_1 - \varphi_2 + (i-1)\alpha], \\ 0, \varphi \in [\varphi_0 - \varphi_1 - \varphi_2 + (i-1)\alpha; \infty], \end{cases} \quad (1)$$

где  $\alpha$  - угловой шаг режущего инструмента.

При этом аналитическая зависимость суммарной силы резания от угла поворота  $\varphi$  режущего инструмента при работе всех одновременно режущих зубьев может быть определена как сумма

$$P(\varphi) = \sum_1^{Z_0} P_i(\varphi). \quad (2)$$

На основе выражений (1) и (2) разработана программа, посредством которой проведено графическое определение  $P(\varphi)$ . В качестве задаваемых параметров программы приняты  $c, P_0, \alpha, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_0$  и шаг построения точек графиков  $\Delta\varphi$ , по которым определены: углы  $\varphi_{12} = \varphi_1 + \varphi_2$ ,  $\varphi_{23} = \varphi_2 + \varphi_3$  и условные числа одновременно режущих зубьев инструмента  $Z_0, Z_1, Z_2, Z_3, Z_{12}, Z_{23}$  (далее числа одновременно режущих зубьев инструмента) посредством соотношений  $Z_0 = \varphi_0/\alpha$ ,  $Z_1 = \varphi_1/\alpha$ ,  $Z_2 = \varphi_2/\alpha$ ,  $Z_3 = \varphi_3/\alpha$ ,  $Z_{12} = \varphi_{12}/\alpha$  и  $Z_{23} = \varphi_{23}/\alpha$ . На основе разработанной программы с шагом  $\Delta\varphi = 0,005$  построено более чем 2000 графиков  $P(\varphi)$ , некоторые из которых приведены на рис. 1.

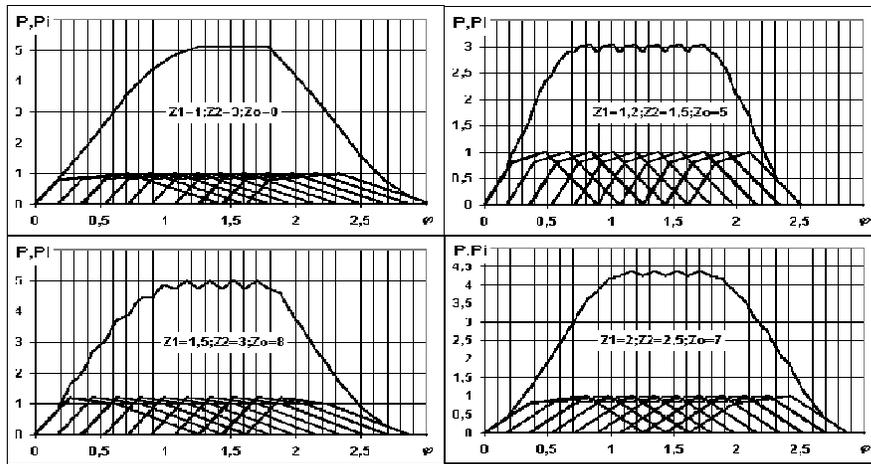


Рис.1. Графические зависимости силы резания от угла поворота инструмента для единичных импульсов силы резания, включающих три линейных участка

Тщательный анализ этих графиков показал, что периодическое изменение суммарной силы резания имеет форму ломаной линии, параметры которой характеризуются четырьмя основными точками  $K_1, K_2, G_1, G_2$  на оси  $\varphi$  (рис.2). При этом  $K_1$  соответствует моменту выхода работающего зуба режущего инструмента из контакта с деталью;  $K_2$  - моменту входа в контакт с обрабатываемой деталью нового режущего зуба;  $G_1$  - моменту изменения условий резания, то есть началу второго этапа нарастания силы резания;  $G_2$  - моменту достижения единичного импульса силы резания своего наибольшего значения. Период изменения суммарной силы резания в большинстве случаев равен времени поворота режущего инструмента на угол  $\alpha$ , а в некоторых – на угол  $0,5\alpha$ .

Установлено также, что если в качестве точки отсчета принять  $G_2$ , а взаимное расположение и чередование точек  $K_1, K_2, G_1, G_2$  относительно друг друга определить сравнением отрезков  $G_1G_2, K_1G_2$  и  $K_2G_2$ , то возможны 26 вариантов чередования отмеченных точек, что представляет собой достаточно сложную задачу. Поэтому, с целью упрощения вычислений, суммарная сила резания  $P_{K_1}$  в точке  $K_1$  представлена в виде суммы  $P_{K_1} = P_{K_1}^{(1)} + P_{K_1}^{(2)} + P_{K_1}^{(3)}$ , где  $P_{K_1}^{(1)}, P_{K_1}^{(2)}, P_{K_1}^{(3)}$  - составляющие суммарной силы резания в точке  $K_1$  соответственно от первого, второго и третьего участков импульса силы резания. Аналогично,  $P_{K_2} = P_{K_2}^{(1)} + P_{K_2}^{(2)} + P_{K_2}^{(3)}$ ,  $P_{G_1} = P_{G_1}^{(1)} + P_{G_1}^{(2)} + P_{G_1}^{(3)}$ ,  $P_{G_2} = P_{G_2}^{(1)} + P_{G_2}^{(2)} + P_{G_2}^{(3)}$ .

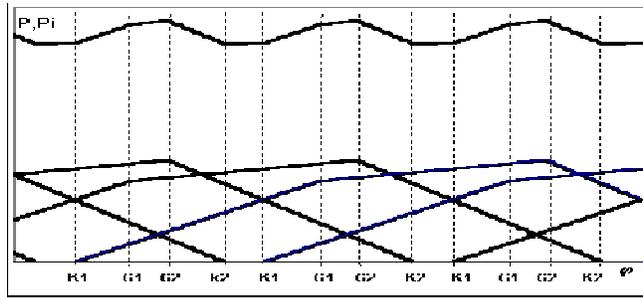


Рис.2. Характерные точки единичных импульсов силы резания, включающих три линейных участка

Такой подход к определению силы резания позволяет упростить поставленную задачу, так как в каждой точке составляющие силы резания будут зависеть только от взаимного расположения всего двух точек относительно друг друга или относительно точки  $G_2$ . При этом величины  $G_1G_2, K_1G_2$  и  $K_2G_2$  могут быть определены из выражений  $G_1G_2 = (Z_2 - Z_2^-)\alpha$ ,  $K_1G_1 = (Z_1 - Z_1^-)\alpha$ ,  $K_1G_2 = (Z_{12} - Z_{12}^-)\alpha$ ,  $K_2G_2 = (Z_3^+ - Z_3)\alpha$  (здесь и далее верхние индексы (-) и (+) показывают округление основания соответственно вниз или вверх). С учетом этого получены следующие выражения для расчета суммарной силы резания в соответствующих характерных точках:

- сила резания в точке  $K_1$ :

$$P_{K1} = \begin{cases} 0,5Z_1^-(Z_1^- + 1)b_{01}, Z_1 - Z_1^- > 0, \\ 0,5Z_1^-(Z_1^- + 1)b_{01} - cP_0, Z_1 - Z_1^- = 0, \end{cases} + \\ + \begin{cases} (cP_0 + b_{12})Z_2^- + 0,5Z_2^-(Z_2^- - 1)b_{02}, Z_{12} - Z_{12}^- > Z_2 - Z_2^-, \\ (cP_0 + b_{12})(Z_2^- + 1) + 0,5Z_2^-(Z_2^- + 1)b_{02}, Z_{12} - Z_{12}^- \leq Z_2 - Z_2^-, \end{cases} + \\ + \begin{cases} b_{13}(Z_3^- + 1) + 0,5Z_3^-(Z_3^- + 1)b_{03}, Z_3 - Z_3^- \geq Z_{12}^+ - Z_{12} > 0, \\ b_{13}Z_3^- + 0,5Z_3^-(Z_3^- - 1)b_{03}, Z_{12}^+ - Z_{12} > Z_3 - Z_3^- > 0, \\ b_{13}(Z_3^- + 1) + 0,5Z_3^-(Z_3^- + 1)b_{03} - P_0, Z_3 - Z_3^- \geq Z_{12}^+ - Z_{12} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $b_{01} = cP_0 / Z_1$ ,  $b_{02} = (1-c)P_0 / Z_2$ ,  $b_{12} = (1-c)(Z_1^+ - Z_1)P_0 / Z_2$ ,  $b_{03} = P_0 / Z_3$ ,  
 $b_{13} = (Z_0 - Z_0^-)P_0 / Z_3$ ;

- сила резания в точке  $K_2$ :

$$P_{K2} = \begin{cases} b_{31}(Z_1^- + 1) + 0,5Z_1^-(Z_1^- + 1)b_{01}, Z_1 - Z_1^- \geq Z_{23}^+ - Z_{23} > 0, \\ b_{31}Z_1^- + 0,5Z_1^-(Z_1^- - 1)b_{01}, Z_{23}^+ - Z_{23} > Z_1 - Z_1^- > 0, \\ b_{31}(Z_1^- + 1) + 0,5Z_1^-(Z_1^- + 1)b_{01} - cP_0, Z_1 - Z_1^- \geq Z_{23}^+ - Z_{23} = 0 \end{cases} + \\ + \begin{cases} (cP_0 + b_{32})(Z_2^- + 1) + 0,5Z_2^-(Z_2^- + 1)b_{02}, Z_2 - Z_2^- > Z_3^+ - Z_3, \\ (cP_0 + b_{32})Z_2^- + 0,5Z_2^-(Z_2^- - 1)b_{02}, Z_2 - Z_2^- < Z_3^+ - Z_3, \\ 0,5Z_2^-(Z_2^- + 1)b_{02}, Z_2 - Z_2^- = Z_3^+ - Z_3 \end{cases} + \\ + \begin{cases} 0,5Z_3^-(Z_3^- + 1)b_{03}, Z_3 - Z_3^- > 0, \\ 0,5Z_3^-(Z_3^- + 1)b_{03} - P_0, Z_3 - Z_3^- = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где  $b_{31} = cP_0(Z_0 - Z_0^-) / Z_1$ ,

$$b_{32} = \begin{cases} (1-cP_0)(Z_2 - Z_2^- + Z_3 - Z_3^+) / Z_2, Z_2 - Z_2^- > Z_3^+ - Z_3, \\ (1-cP_0)(Z_2 - Z_2^- + Z_3 - Z_3^-) / Z_2, Z_2 - Z_2^- < Z_3^+ - Z_3, \\ 0, Z_2 - Z_2^- = Z_3^+ - Z_3; \end{cases}$$

- сила резания в точке  $G_1$ :

$$P_{G1} = \begin{cases} Z_1^- b_{21} + 0,5Z_1^-(Z_1^- - 1)b_{01}, Z_1 - Z_1^- > 0, \\ Z_1^- b_{21} + 0,5Z_1^-(Z_1^- + 1)b_{01} - cP_0, Z_1 - Z_1^- = 0, \end{cases} + \\ + b_{23}(Z_3^- + 1) + 0,5Z_3^-(Z_3^- + 1)b_{03} + \\ + \begin{cases} b_{23}(Z_3^- + 1) + 0,5Z_3^-(Z_3^- + 1)b_{03}, Z_3 - Z_3^- \geq Z_2^+ - Z_2 > 0, \\ b_{23}Z_3^- + 0,5Z_3^-(Z_3^- - 1)b_{03}, Z_2^+ - Z_2 > Z_3 - Z_3^- > 0, \\ b_{23}(Z_3^- + 1) + 0,5Z_3^-(Z_3^- + 1)b_{03} - P_0, Z_3 - Z_3^- \geq Z_2^+ - Z_2 = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где  $b_{21} = G_1 L_1 = cP_0(Z_1 - Z_1^-) / Z_1$ ,

$$b_{23} = \begin{cases} (1-cP_0)(Z_2 - Z_2^- + Z_3 - Z_3^-)/Z_3, Z_3^+ - Z_3 > Z_2 - Z_2^-, \\ (1-cP_0)(Z_2 - Z_2^- - Z_3^+ - Z_3)/Z_3, Z_2 - Z_2^- > Z_3^+ - Z_3, \\ 0, Z_3^+ - Z_3 > Z_2 - Z_2^-; \end{cases}$$

- сила резания в точке  $G_2$  :

$$P_{G2} = \begin{cases} b_1 Z_1^- + 0,5 Z_1^- (Z_1^- + 1) b_{01}, Z_2 - Z_2^- > Z_{12} - Z_{12}^- \geq 0, \\ b_1 Z_1^- + 0,5 Z_1^- (Z_1^- - 1) b_{01}, Z_{12} - Z_{12}^- \geq Z_2 - Z_2^- > 0, \\ b_1 (Z_1^- + 1) + 0,5 Z_1^- (Z_1^- + 1) b_{01} - cP_0, Z_{12} - Z_{12}^- = Z_2 - Z_2^- = 0, \end{cases} + \quad (6)$$

$$+ (cP_0 + b_2)(Z_2^- + 1) + 0,5 Z_1^- (Z_1^- + 1) b_{02} + b_3 (Z_3^- + 1) + 0,5 Z_3^- (Z_3^- + 1) b_{03} - P_0,$$

где  $b_1 = cP_0(Z_{12} - Z_{12}^-)/Z_1$ ,  $b_2 = (1-c)P_0(Z_2 - Z_2^-)/Z_2$ ,  $b_3 = P_0(Z_3 - Z_3^-)/Z_3$ .

Для большого числа случаев единичных импульсов силы резания с помощью полученных аналитических зависимостей были построены графики  $dP, P_{G1}, P_{G2}, P_{K1}, P_{K2}$  и средней силы резания  $P_{cp}$  от  $Z_0$  (рис.3). Видно, что переменность силы резания носит резко выраженный неравномерный и экстремальный характер. При этом при определенных значениях  $Z_0$  переменность силы резания равна нулю, то есть имеет место равномерное резание. В случае, когда  $Z_1 : Z_2 : Z_3 = 1 : 1 : 1$  (рис.3), максимальная величина переменности силы резания имеет место, когда  $Z_0 = 2, Z_0 = 4, Z_0 = 5, Z_0 = 7, Z_0 = 8$  и т.д., в то время как при  $Z_0 = 3, Z_0 = 6, Z_0 = 9$  и т.д. переменность силы резания равна нулю, и имеет место равномерное резание. Если  $Z_1 : Z_2 : Z_3 = 1 : 2 : 1$  или  $Z_1 : Z_2 : Z_3 = 2 : 1 : 1$ , то условие равномерного резания имеет место при  $Z_0 = 4, Z_0 = 8, Z_0 = 12$ , а при остальных целых  $Z_0$  переменность силы резания имеет максимальные значения.

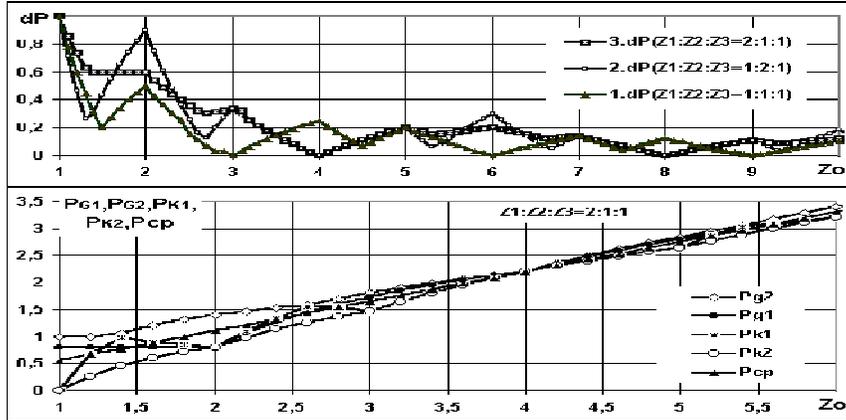


Рис.3. Характерные зависимости изменения  $dP, P_{G1}, P_{G2}, P_{K1}, P_{K2}, P_{cp}$  от  $Z_0$

При  $Z_1 : Z_2 : Z_3 = 2 : 3 : 3$ ,  $Z_1 : Z_2 : Z_3 = 2 : 3 : 4$  и  $Z_1 : Z_2 : Z_3 = 2 : 3 : 5$  условие равномерного резания имеет место соответственно при  $Z_0 = 8$ ,  $Z_0 = 9$ ,  $Z_0 = 10$ . Нетрудно заметить, что периодически условие равномерного резания имеет место, когда  $Z_0^{(i)}$  (здесь  $i$  - порядковый номер условия равномерного резания) кратно сумме  $Z_1$ ,  $Z_2$  и  $Z_3$ , то есть

$$Z_0^{(i)} = (Z_1 + Z_2 + Z_3)i, i \in Z, \quad (7)$$

что было подтверждено также большим числом других условий резания.

В дальнейшем было установлено, что для равномерного резания выполнение (7) является необходимым, но недостаточным. Например, если переписать  $Z_1 : Z_2 : Z_3 = 2 : 3 : 3$  в виде  $Z_1 : Z_2 : Z_3 = 1 : 1,5 : 1,5$ , то при  $Z_0 = 4$  переменность силы резания равна  $0,2P_0$ , то есть имеет место неравномерное резание. Дальнейшие поиски показали, что для обеспечения равномерного резания наряду с выполнением условия (8) необходимо также, чтобы  $Z_1$ ,  $Z_2$  и  $Z_3$  одновременно были бы натуральными числами. Таким образом, условие равномерного резания можно представить в виде

$$\begin{cases} Z_0^{(i)} = (Z_1 + Z_2 + Z_3)i, i \in Z, \\ Z_1 \in N, Z_2 \in N, Z_3 \in N. \end{cases} \quad (8)$$

Проведенный анализ показал также, что при определенных нецелых  $Z_0$  обработка практически осуществляется с минимальной переменностью силы резания. При этом в пределах каждого  $Z_0^{(i)}$  имеется  $Z_0^{(i)} - 1$  точек, соответствующих максимальной переменности силы резания, и  $Z_0^{(i)} - 2$  точек, соответствующих минимальной переменности силы резания. Поэтому период  $T_{Z_{\min}}$  повторения точек минимума переменности силы резания можно определить с помощью формулы

$$T_{Z_{\min}} = Z_0^{(1)} / (Z_0^{(1)} - 1). \quad (9)$$

Полученные зависимости, а также методика исследования могут быть использованы и для других процессов, где имеет место одновременная периодическая работа нескольких рабочих органов, выходной параметр которого для одного рабочего органа имеет форму единичного импульса, включающего три линейных участка, например, при расчете неравномерности хода различных насосов, компрессоров, двигателей внутреннего сгорания и т.д.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Колев К.С., Горчаков Л.М.** Точность обработки и режимы резания. -М.: Машиностроение, 1976. -146 с.
2. **Баласаниян Б.С.** Графоаналитический метод определения неравномерности резания материалов многолезвийным инструментом // Проблемы прикладной механики. -Тбилиси, 2002. -Т.2, №7. -С. 65-68.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 25.02.2004.

**Բ.Ս. ԲԱԼԱՍՅԱՆՅԱՆ, Ս.Շ. ՔՐԻՍՏԱՖՈՐՅԱՆ, Է.Ս. ՔՐԻՍՏԱՖՈՐՅԱՆ,  
Ա.Բ. ԲԱԼԱՍՅԱՆՅԱՆ**

**ԿՏՐՄԱՆ ՈՒԺԻ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԿԱՌԱՎԱՐՈՒՄԸ ՆՅՈՒԹԵՐԻ՝ ԲԱԶՄԱՍՍՅՐ ԿՏՐՈՂ ԳՈՐԾԻՔՈՎ  
ՄՇԱԿՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ**

Ստացված են բազմասայր կտրող գործիքի կտրման գումարային ուժի կախվածությունները նրա պտտման անկյունից՝ երեք գծային տեղամաս ներառող միավոր կտրման ուժի իմպուլսի համար, որոնք բարձր ճշտությամբ նկարագրում են բազմասայր մշակման գործընթացի մոդելը և կարող են կիրառվել որպես կտրման ուժի փոփոխականության և մշակող համակարգի ընդհանուր բեռնվածության կառավարման ֆունկցիա:

**B.S. BALASANYAN, S.Sh. KRISTAFORYAN, E.S. KRISTAFORYAN,  
A.B. BALASANYAN**

**CUTTING POWER VARIABILITY CONTROL FOR MATERIAL PROCESSING BY A  
MULTIBLADE TOOL**

For a single impulse of cutting power, including three linear parts, the dependences of total cutting power of multiblade tool on its turning angle are obtained. They describe the model of multiblade processing with high precision and can be used as the function of cutting power variability control and total loading of the processing system.