

Г.Л. КУРКЧЯН

К ПРОЕКТИРОВАНИЮ НЕЛИНЕЙНЫХ МНОГОМЕРНЫХ СИСТЕМ РЕГУЛИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ СКАЛЯРНОГО КОМПЕНСАТОРА

Предложен метод проектирования нелинейных многомерных систем управления на основе концепции скалярного компенсатора, то есть скалярной матрицы, с идентичными передаточными функциями вдоль главной диагонали. Метод позволяет предугадать поведение системы при введении корректирующего звена и существенно упростить процедуру проектирования нелинейных многомерных систем регулирования.

Ключевые слова: проектирование нелинейных многомерных систем автоматического регулирования, скалярный компенсатор, метод характеристических передаточных функций, показатель колебательности.

Сложность современных объектов управления, постоянный рост требований к качеству проектируемых систем обуславливают необходимость дальнейшего развития теории многомерных систем автоматического регулирования (МСАР) (рис.1) и методов их проектирования. В качестве примеров МСАР можно привести: следящие системы антенн радиолокационных станций сопровождения, системы косвенного гидирования (слежения) астрономических телескопов, гироскопические системы, автоматизированные системы управления технологическими процессами в химической, текстильной, угольной и многих других отраслях промышленности. К настоящему времени частотные методы анализа качества и проектирования одномерных систем регулирования получили в инженерной практике широкое распространение. Простота и эффективность этих методов обуславливают целесообразность их развития на многомерный случай.

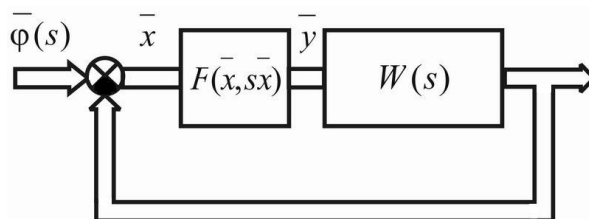


Рис.1. Структурная схема нелинейной МСАР

Несмотря на то, что существует большое количество работ в области исследования нелинейных МСАР, вопросы создания эффективных инженерных

методов проектирования для перечисленных систем изучены в недостаточной степени.

В настоящей работе для проектирования нелинейных многомерных систем предложено использовать концепцию скалярного компенсатора. В математическом виде скалярный компенсатор - это скалярная матрица с одинаковыми передаточными функциями вдоль главной диагонали. Физически же под этим подразумевается введение в прямых каналах нелинейной МСАР одинаковых компенсаторов с идентичными передаточными функциями.

В [1,2] на базе метода характеристических передаточных функций (ХПФ) получены необходимые условия существования автоколебаний в нелинейных квадратных МСАР произвольно высокой размерности. На базе указанных условий удастся распространить на многомерные системы практически все основные результаты классической теории нелинейных систем регулирования с одним входом и одним выходом, касающиеся симметричных и несимметричных одночастотных колебаний, учета высших гармоник и уточнения первой и т.д. Показана возможность развития на многомерный случай такого частотного критерия качества, как показатель колебательности, который впервые было предложено использовать для оценки качества нелинейных одномерных систем в [3,4].

Метод ХПФ [1,6], ставя в соответствие линеаризованной МСАР n -го порядка множество из n одномерных характеристических систем(создает широкие возможности для решения указанной задачи. Так, применяя метод ХПФ, передаточную матрицу $Q(j\omega, \bar{A})$ разомкнутой гармонически линеаризованной МСАР можно представить в виде

$$Q(j\omega, \bar{A}) = C(j\omega, \bar{A}) \text{diag}\{q_i(j\omega, \bar{A})\} C^{-1}(j\omega, \bar{A}), \quad (1)$$

где $\bar{C}_i(j\omega, \bar{A})$ - нормированные собственные векторы матрицы $Q(j\omega, \bar{A})$; $q_i(j\omega, \bar{A})$ - собственные числа матрицы $Q(j\omega, \bar{A})$.

Многие общепринятые в классической теории регулирования частотные понятия и критерии сохраняют в рамках метода ХПФ свой обычный смысл. В особенности это относится к столь удобной для расчетов оценке запаса устойчивости и качества(каковой является показатель колебательности M (вычисляемый по относительной величине резонансного пика амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) замкнутой системы по выходу и ошибке.

Обозначив через M_i показатель колебательности для i - го направления канонического базиса, получим, что постоянным значениям $M_i = const$ геометрически соответствует на комплексной плоскости семейство концентрических окружностей с центром в $(-1, j0)$ и радиусом $1/M_i$. Отсюда приходим к выводу, что показатель колебательности M_i равен обратной величине радиуса той окружности, которая касается огибающей семейства годографов $q_i(j\omega, \bar{A})$ (рис.2), используемых при исследовании автоколебаний.

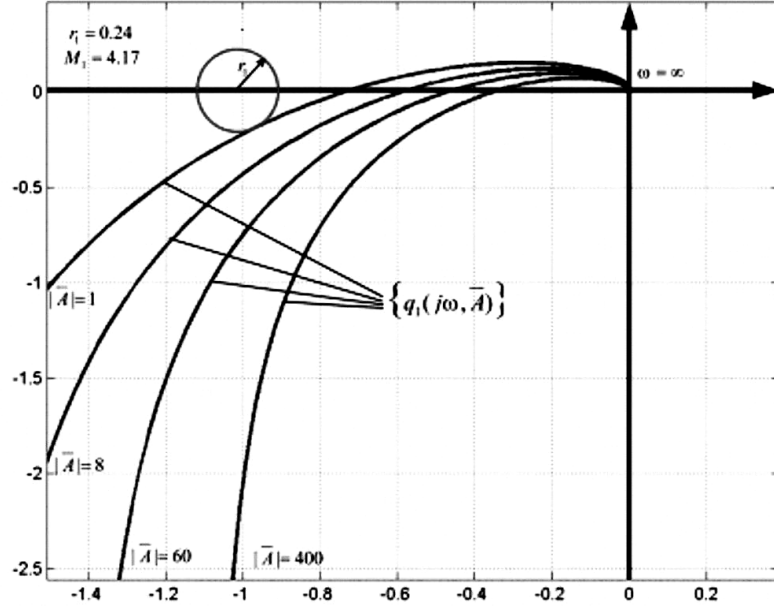


Рис. 2. Семейство характеристических годографов $q_i(j\omega, \bar{A})$ для различных $|\bar{A}| = \text{const}$

Как показано в [1,2], чтобы в системе существовали установившиеся автоколебания, необходимо, чтобы для одной из ХПФ выполнялось условие

$$q_r(j\omega, \bar{A}) = -1, \quad (2)$$

являющееся, как известно, условием нахождения r -й характеристической системы на границе устойчивости, записанным в частотной форме. Кроме того, вектор комплексных амплитуд $\bar{X}$ колебаний должен быть направлен вдоль соответствующей оси канонического базиса $C_r(j\omega, \bar{A})$, т.е. должно выполняться условие

$$\bar{X} = \alpha C_r(j\omega, \bar{A}), \quad (3)$$

где α - некоторая комплексная константа, модуль которой равен модулю вектора $\bar{X}$ и равен, согласно определению модуля комплексного вектора, модулю вещественного вектора амплитуд $\bar{A}$.

Из (2) однозначно вытекает условие коллинеарности вектора амплитуд $\bar{A}$ и нормированного действительного вектора $m_r(j\omega, \bar{A}) = [C_r(j\omega, \bar{A})]$, составленного из модулей компонент вектора $C_r(j\omega, \bar{A})$, т.е.

$$\bar{A} = |\alpha| m_r(j\omega, \bar{A}) = |\bar{A}| m_r(j\omega, \bar{A}). \quad (4)$$

Условия нахождения r -й характеристической системы на границе устойчивости и коллинеарности необходимы для существования симметричных одночастотных автоколебаний в нелинейных гармонически линеаризованных МСАР.

Большинство разработанных методов проектирования нелинейных МСАР не позволяют проектировщику без предварительной теоретической подготовки спроектировать систему и, тем более, предугадать дальнейшее ее поведение при введении коррекции. Предложенный в данной работе метод дает возможность в значительной степени решить данную проблему.

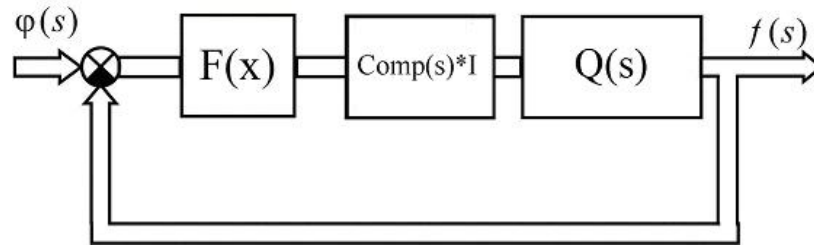


Рис. 3. Структурная схема нелинейной МСАР общего типа со скалярным компенсатором

Как известно из теории матриц [5], при умножении матрицы на произвольный скаляр (что имеет место в данном случае) собственные векторы матрицы не меняются, а собственные числа умножаются на тот же скаляр. Это означает, что введение скалярного компенсатора в исследованную систему (рис.3) не нарушает условия коллинеарности, так как канонический базис системы не меняется. На практике это означает, что в данном случае мы имеем возможность использовать для проектирования и выбора коррекции все вычисления и графические построения системы, которые были сделаны для вычисления вектора амплитуд автоколебания в исходной МСАР. То есть передаточная матрица разомкнутой гармонически линеаризованной МСАР описывается следующим уравнением:

$$Q(j\omega, \bar{A}) * Comp(j\omega) = C(j\omega, \bar{A}) \text{diag}\{q_i(j\omega, \bar{A}) * Comp(j\omega)\} C^{-1}(j\omega, \bar{A}), \quad (5)$$

откуда следует, что канонические базисы исходной и спроектированной систем совпадают, а ХПФ спроектированной системы удовлетворяют уравнению

$$q_{acr}(j\omega) = q_r(j\omega, \bar{A}) * Comp(j\omega), \quad (6)$$

$$r = 1, 2, \dots, n.$$

Следовательно, вводя скалярный компенсатор в исследованную МСАР, можно деформировать ближайшую к окружности $M_i = \text{const}$ характеристику таким образом, чтобы вывести ее из запретной зоны. Остальные же характеристики будут деформироваться пропорционально. Даже изменяя лишь коэффициент усиления корректирующего звена, можно добиться того, чтобы система удовлетворяла заранее заданному значению показателя колебательности.

Очевидно также и другое, не менее важное преимущество данного метода - он позволяет существенно упростить математические расчеты. В частности, рассчитав один раз систему, произведя все необходимые расчеты, в том числе связанные с условием коллинеарности, в последующем отпадает надобность перерасчета системы, так как, складывая кривые уже линеаризованных исходных ХПФ с кривой компенсатора, можно добиться желаемых значений показателя колебательности. Иными словами, вся процедура трудоемкого вычисления нелинейных уравнений системы выполняется один раз, и при введении скалярного компенсатора отпадает необходимость повторного громоздкого вычисления нелинейной МСАР, так как при этом канонический базис спроектированной системы не меняется. Таким образом, разработанная инженерная методика позволяет осуществлять проектирование нелинейных, гармонически линеаризованных МСАР на основе показателя колебательности так же, как и в случае одномерных систем.

Продemonстрируем вышеизложенные результаты на примере трехосной системы стабилизации телескопа [7], установленного в карданном подвесе на искусственном спутнике Земли. Линейная часть системы описывается передаточными функциями в отдельных каналах вида $W_{11} = \frac{160}{s(0,02s+1)(0,03s+1)}$, $W_{22} = \frac{160}{s(0,02s+1)(0,03s+1)}$, $W_{33} = \frac{120}{s(0,02s+1)(0,03s+1)}$ и матрицей R , являющейся матрицей естественных взаимных связей между отдельными каналами стабилизации, обусловленными несовпадением осей чувствительности звездных датчиков с осями стабилизации телескопа. Эта матрица имеет вид

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_2) & \sin(\alpha_1)\sin(\alpha_2) & -\cos(\alpha_1)\sin(\alpha_2) \\ 0 & \cos(\alpha_1) & \sin(\alpha_1) \\ 0 & -\sin(\alpha_3) & \cos(\alpha_3) \end{bmatrix},$$

где $\alpha_1 = \alpha_2 = 10^\circ$, $\alpha_3 = -15^\circ$.

Нелинейная часть описывается диагональной матрицей коэффициентов гармонической линеаризации. В качестве нелинейных характеристик взяты нелинейности типа насыщения, в качестве компенсатора - линейный элемент с передаточной функцией интегро-дифференцирующего звена.

На рис.4 показаны характеристические передаточные функции исходной и спроектированной нелинейной МСАР, где $q_i(j\omega, \bar{A})$ - ХПФ первоначально заданной нелинейной МСАР; $q_i(j\omega, \bar{A})Comp(j\omega)$ - ХПФ скорректированной системы; $Comp(j\omega)$ - частотная передаточная функция компенсатора.

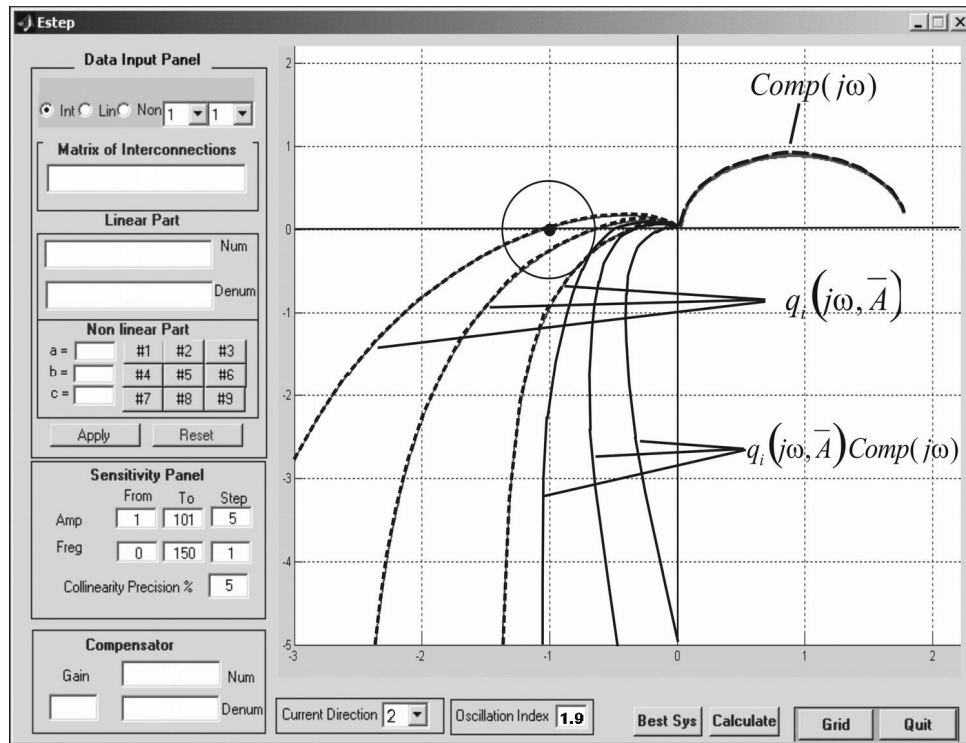


Рис.4. Характеристические передаточные функции исходной и спроектированной нелинейной MCSAR

Как видно из рис.4, при введении скалярного компенсатора в систему, то есть скалярной матрицы с одинаковыми линейными передаточными функциями $Comp(j\omega)$, исходные годографы деформируются так, что характеристические передаточные функции спроектированной системы огибают окружность, характеризуемую заранее заданным показателем колебательности. Очевидно, что, деформируя лишь ближайшую к кругу характеристическую передаточную функцию исходной системы, можно спроектировать MCSAR с заранее заданной величиной качества, а именно, показателем колебательности.

Таким образом, проектирование нелинейной MCSAR при помощи скалярного компенсатора на основе показателя колебательности сводится к задаче, которую можно решить, применив идеи метода проектирования и синтеза одномерных нелинейных систем на основе показателя колебательности, разработанного в [3,4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гаспарян О.Н. Метод характеристических передаточных функций в теории многосвязного регулирования // Тез. докл. Республ. научн.-техн. конф. "Современные системы автоматического управления и их элементы". - Ереван, 1981. - С. 3-9.
2. Гаспарян О.Н. Вынужденные колебания и частотные показатели качества нелинейных многосвязных систем регулирования // Изв. АН АрмССР. Сер. ТН. - 1985. - Т.38, N(5). - С. 34-39.

3. **Пальтов И.П.** Качество процессов и синтез корректирующих устройств в нелинейных автоматических устройствах. - М.: Наука, 1975. -367 с.
4. **Попов Е.П.** Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. - М.: Наука, 1973. -583 с.
5. **Гантмахер Ф.Р.** Теория матриц. - М.: Наука, 1967.- 470 с.
6. **Sigurd Skogestad, Ian Postlryhwaite.** Multivariable Feedback Control // John Wiley & Sons, Inc. -1996. -572.
7. **Манукян А.М.** Исследование свойств автоколебаний нелинейных многосвязных систем на основе функции чувствительности сингулярных чисел// Моделирование, оптимизация, управление: Сб.научн.тр.- Ереван, 1999.- Вып.2. - С179-184.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 03.09.2004.

Գ. Լ. ԳՈՒՐԳՅԱՆ

**ՄԿԱԼՅԱՐ ԿՈՄՊԵՆՍԱՏՈՐԻ ՀԻՄԱՆ ՎՐԱ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԲԱԶՄԱՉԱՓ ԱՎՏՈՄԱՏ
ԿԱՐԳԱՎՈՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄ**

Սկայյար կոմպենսատորի մոտեցման հիման վրա առաջարկված է ոչ գծային բազմաչափ ավտոմատ կարգավորման համակարգերի նախագծման նոր մոտեցում, որը թույլ է տալիս սկայյար կոմպենսատորի կիրառման պարագայում գուշակել համակարգի հետագա վարքը և զգալիորեն դյուրինացնում է ոչ գծային բազմաչափ ավտոմատ կարգավորման համակարգերի նախագծման համար անհրաժեշտ հաշվարկները:

G. L. KURKCHYAN

**ON NONLINEAR MULTIVARIABLE CONTROL SYSTEMS BASED
ON SCALAR COMPENSATOR**

A new approach for designing nonlinear multivariable control systems based on conception of a scalar compensator, i.e scalar matrix with identical linear transfer functions along main diagonal is proposed. The method allows to predict systems further behavior upon the appliance of the scalar compensator. The method enables to noticeably simplify calculations for designing nonlinear multivariable control systems.