

А.Г. ТРДАТЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ЗАХВАТЫВАНИЯ В НЕЛИНЕЙНЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ МНОГОМЕРНЫХ СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Рассматривается методика исследования вынужденных колебаний и явления захватывания в нелинейных гармонически линеаризованных многомерных системах автоматического регулирования, основанная на применении метода характеристических передаточных функций. Особое внимание уделяется не имеющей аналогов в случае одномерных систем задаче исследования колебаний вдоль осей канонического базиса многомерных систем. Приводится численный пример расчета системы на языке MATLAB.

Ключевые слова: нелинейная многомерная система регулирования, метод гармонической линеаризации, метод характеристических передаточных функций, явление захватывания.

Задача исследования вынужденных одночастотных колебаний в нелинейных многомерных системах автоматического регулирования (МСАР) является весьма сложной и многообразной [1]. Особенно это относится к исследованию так называемого явления захватывания в автоколебательных нелинейных МСАР, когда внешнее воздействие навязывает системе свою частоту, подавляя при этом существующие автоколебания. К настоящему времени эта задача достаточно полно решена на основе метода гармонической линеаризации нелинейностей, только для обычных систем автоматического регулирования (САР) [2]. В данной статье дается распространение разработанной в [2] методики на случай нелинейных гармонически линеаризованных МСАР. В качестве основного аппарата используется известный в теории многосвязного регулирования метод характеристических передаточных функций (ХПФ), предложенный для исследования линейных квадратных МСАР известным английским ученым А.Макфарланом [3] и развитый на случай нелинейных МСАР в работах О.Н.Гаспаряна [1].

Рассмотрим нелинейную МСАР с N входами и N выходами (рис. 1), где $W(s)$ - квадратная передаточная матрица линейной части; $F(x)$ - функциональная матрица нелинейностей; x и y - соответственно векторы входных и выходных переменных нелинейных элементов; $\varphi(t)$ - вектор внешних воздействий.

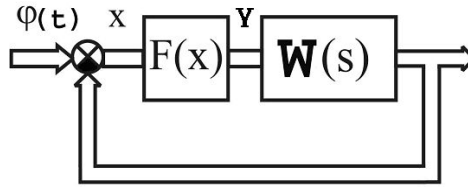


Рис. 1. Матричная структурная схема нелинейной МСАР

Допустим, в нелинейной МСАР (рис. 1) при отсутствии внешних воздействий ($\varphi(t) = 0$) существует режим одночастотных автоколебаний и выполняется свойство фильтра линейной части [2]. Тогда, осуществляя гармоническую линеаризацию нелинейностей, получим следующее приближенное (с учетом только первой гармоники автоколебаний) уравнение динамики МСАР:

$$[I + W(j\omega)G(\bar{A})]\bar{X} = 0, \quad (1)$$

где ω - частота автоколебаний; $G(\bar{A})$ - матрица коэффициентов гармонической линеаризации нелинейностей; $\bar{A}$ - вектор амплитуд A_r колебаний на входах нелинейностей; $\bar{X}$ - соответствующий вектор комплексных амплитуд колебаний с компонентами $X_r = A_r \exp\{j\gamma_r\}$, γ_r - сдвиги по фазе колебаний в r -ом канале.

Как известно [4], в режиме установившихся автоколебаний в гармонически линеаризованных нелинейных МСАР возбуждается только одна характеристическая система, а вектор комплексных амплитуд колебаний направлен по соответствующей оси канонического базиса МСАР. Данное обстоятельство приводит к существенным особенностям исследования вынужденных колебаний при условии захватывания в МСАР, поскольку при этом система должна перейти в режим вынужденных колебаний на частоте входа, а возбуждаемая при автоколебаниях одномерная характеристическая система должна в ряде случаев стать устойчивой. Сказанное в первую очередь относится к не имеющей аналогов в одномерном случае задаче исследования вынужденных колебаний вдоль осей канонического базиса системы, в силу чего основное внимание уделяется именно этой задаче. Что же касается проблемы анализа вынужденных колебаний при произвольных направлениях вектора входных колебаний, когда в МСАР “реагируют” все характеристические системы, то она сводится к решению обычных систем нелинейных алгебраических уравнений и рассмотрена в [5].

Предположим, что на входы автоколебательной нелинейной МСАР на рис. 1 подаются гармонические воздействия с общей частотой Ω и компонентами

$$\varphi_r(t) = B_r \sin(\Omega t + \psi_r), \quad r = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

Выясним условия, при которых в нелинейной МСАР возбуждается (реагирует) только одна, например r -я, одномерная характеристическая

система. Поскольку при этом вектор комплексных амплитуд входа $\bar{\varphi}$ должен быть направлен по γ -й оси $C_\gamma(j\Omega, \bar{A})$ канонического базиса, его можно представить в виде

$$\bar{\varphi} = |\bar{\varphi}| C_\gamma(j\Omega, \bar{A}) . \quad (3)$$

Тогда, учитывая известные свойства двойственного базиса [3], получим

$$\bar{X} = \{1/[1 + q_\gamma(j\Omega, \bar{A})]\} |\bar{\varphi}| C_\gamma(j\Omega, \bar{A}) , \quad (4)$$

где $q_\gamma(j\Omega, \bar{A})$ - ХПФ γ -й характеристической системы.

Из (4) следует, что в режиме вынужденных одночастотных колебаний с возбуждением γ -й характеристической системы вектор комплексных амплитуд колебаний на входах нелинейностей $\bar{X}$ направлен по той же оси канонического базиса, что и входной вектор $\bar{\varphi}$, а его модуль равен

$$|\bar{X}| = |\bar{A}| |\bar{\varphi}| / |1 + q_\gamma(j\Omega, \bar{A})| . \quad (5)$$

Кроме того, из указанного выше условия коллинеарности векторов $\bar{X}$ и $C_\gamma(j\Omega, \bar{A})$ вытекает известное из задачи исследования автоколебаний в МСАР [4] условие коллинеарности вектора амплитуд $\bar{A}$ и нормированного действительного вектора $m_\gamma(\Omega, \bar{A})$, составленного из модулей компонент вектора $C_\gamma(j\Omega, \bar{A})$, то есть

$$\bar{A} = |\bar{A}| m_\gamma(\Omega, \bar{A}) . \quad (6)$$

Таким образом, для того чтобы при фиксированной частоте Ω входных гармонических воздействий возбуждалась только γ -я одномерная характеристическая система, необходимо выполнение условий (3),(5),(6). Для определения вектора $\bar{A}$ по этим условиям можно воспользоваться следующей графической методикой, являющейся распространением известной методики Е.П. Попова [2].

На основании (3),(5),(6), запишем

$$|\bar{A}| \exp\{j\Delta\gamma\} = |\bar{\varphi}| / |1 + q_\gamma(j\Omega, \bar{A})| , \quad (7)$$

где $\Delta\gamma$ - одинаковые сдвиги по фазе колебаний переменных x_γ по отношению к входным переменным φ_γ , и представим его в виде

$$Z_\gamma(j\Omega, \bar{A}) = |\bar{\varphi}| \exp\{-j\Delta\gamma\} , \text{ где } Z_\gamma(j\Omega, \bar{A}) = |\bar{A}| [1 + q_\gamma(j\Omega, \bar{A})] . \quad (8)$$

Для всех векторов $\bar{A}$, удовлетворяющих при заданной частоте Ω условию коллинеарности (6), построим на комплексной плоскости кривую $Z_\gamma(j\Omega, \bar{A})$ (8) с параметром $|\bar{A}|$ и проведем окружность радиуса $|\bar{\varphi}|$ с центром в начале координат (рис. 2). Тогда пересечение кривой $Z_\gamma(j\Omega, \bar{A})$ с этой окружностью дает решение задачи исследования вынужденных

колебаний в нелинейных МСАР в направлении γ -й оси канонического базиса системы.

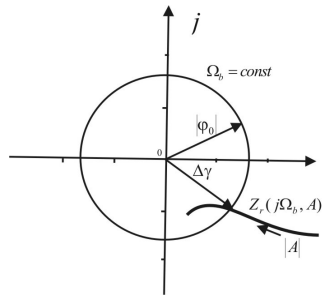


Рис. 2. Графическое решение задачи методом Е.П. Попова

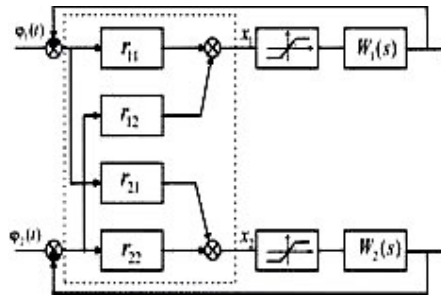


Рис. 3. Двумерная нелинейная система с насыщениями в отдельных каналах

Существенной особенностью рассматриваемой задачи является неравнозначность осей канонического базиса МСАР, поскольку при отсутствии внешних гармонических воздействий вектор комплексных амплитуд автоколебаний $\bar{X}$ всегда направлен по одной из осей базиса, согласованной с возбуждаемой характеристической системой. Поэтому характер изменения пороговой кривой $|\bar{\varphi}_{\text{пор}}|$ (т. е. кривой порогового значения модуля вектора комплексных амплитуд входа $\bar{\varphi}$, при котором в системе происходит захватывание) вдоль оси канонического базиса, “возбуждаемой” при автоколебаниях, значительно отличается от характера соответствующей кривой вдоль любой другой оси. При этом, если мы хотим получить вынужденные колебания вдоль “неавтоколебательной” оси, то, чтобы МСАР действительно перешла в подобный режим, необходимо, чтобы, помимо выполнения условия захватывания, колебания вдоль “автоколебательной” оси были подавлены. При этом возбуждаемая при автоколебаниях характеристическая система должна стать устойчивой. Это является существенным свойством нелинейных автоколебательных МСАР, которое должно учитываться при их исследовании.

Для иллюстрации данных положений приведем численный пример. С этой целью рассмотрим двумерную нелинейную систему (рис. 3), где передаточные функции $W_1(s)$ и $W_2(s)$ имеют вид

$$W_1(s) = \frac{41,25}{s(1,2s + 1)(0,05s + 1)}, \quad W_2(s) = \frac{65}{s(1,5s + 1)}, \quad (9)$$

а коэффициенты матрицы взаимных связей равны

$$r_{11} = 0,866; \quad r_{12} = 0,5; \quad r_{21} = -0,342; \quad r_{22} = 0,94. \quad (10)$$

Зоны линейности элементов насыщения в отдельных каналах примем равными: $\Delta_1 = 2$; $\Delta_2 = 4$.

Можно показать, что при отсутствии внешних воздействий в МСАР на рис.3 устанавливается режим одночастотных автоколебаний с частотой $\omega = 3,84 \text{ 1/c}$ и амплитудами $A_1 = 6,41$ и $A_2 = 1,075$.

Для нахождения зависимостей пороговых значений $|\bar{\varphi}_{\text{пор}}|$ от частоты Ω входных гармонических воздействий, направленных вдоль осей канонического базиса автоколебательной МСАР на рис. 3, воспользуемся рассмотренной выше методикой (все приведенные ниже расчеты и графические построения осуществлены при помощи разработанной автором программы на языке MATLAB).

На рис. 4а приведена серия параметрических кривых $Z_r(j\Omega, \bar{A})$ при различных $\Omega = \text{const}$, построенных для “неавтоколебательной” оси канонического базиса, а на рис. 4б даны аналогичные построения для “автоколебательной” оси.

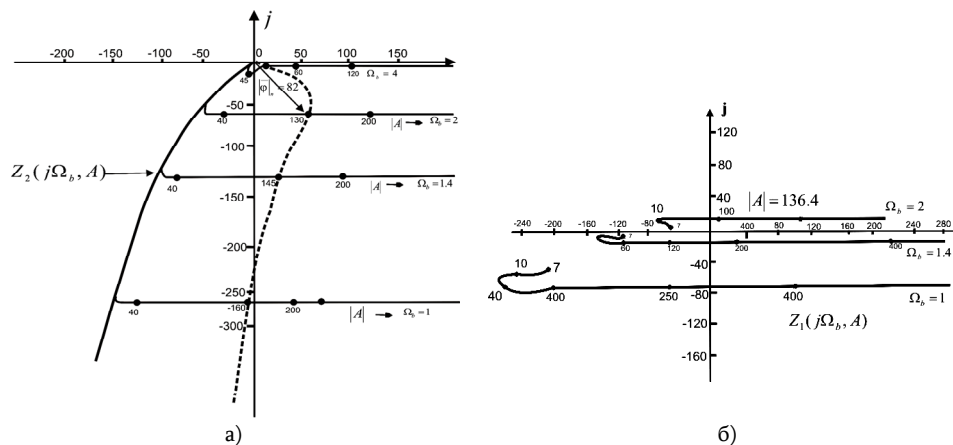


Рис. 4. Анализ вынужденных колебаний: а - вдоль “неавтоколебательной” оси;
б - вдоль “автоколебательной” оси

На основании данных расчетов были найдены зависимости пороговых значений от частоты входных гармонических воздействий (рис. 5). Как видно из данного рисунка, кривая пороговой зависимости вдоль “автоколебательной” оси (кривая 1) имеет такой же характер, что и аналогичная кривая для случая САР с одним входом и выходом [2]. Так, на частоте входа Ω , совпадающей с частотой автоколебаний в МСАР $\omega = 3,84 \text{ 1/c}$, пороговое значение $|\bar{\varphi}_{\text{пор}}|$ обращается в ноль. Что же касается соответствующей кривой вдоль другой оси канонического базиса (кривая 2), то она имеет монотонный характер.

Указанное свойство неравнозначности осей канонического базиса автоколебательных МСАР в задаче исследования вынужденных колебаний при условии захватывания наблюдается только в многомерных системах и не имеет аналогов в случае САР с одним входом и выходом.

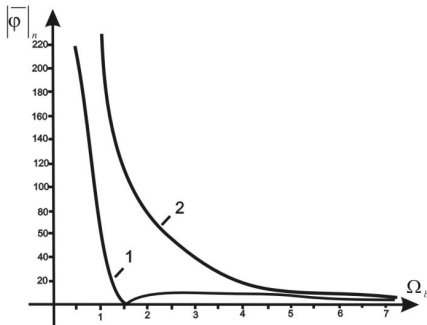


Рис. 5. Кривые зависимостей пороговых значений модуля вектора входных гармонических воздействий МСАР на рис. 3 от частоты

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гаспарян О.Н.** Вынужденные колебания и частотные показатели качества нелинейных многосвязных систем регулирования // Изв.АН АрмССР. Сер. ТН.-1985.-Т. XXXVIII, N 5.- С. 34-39.
2. **Попов Е.П.** Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. -М.: Наука, 1973.-584 с.
3. **MacFarlane A.G.J., Belletrutti J.J.** The Characteristic Locus Design Method // Automatica, 1973.- Vol. 9, No 5.- P. 575-588.
4. **Гаспарян О.Н.** Исследование автоколебаний в нелинейных многосвязных системах методом характеристических передаточных функций // Изв.АН АрмССР. Сер. ТН.-1984.-Т. XXXVIII, N 5.-С. 47-51.
5. **Трдатян А.Г.** Вынужденные одночастотные колебания и захватывание в нелинейных многомерных системах автоматического регулирования // Моделирование, оптимизация, управление: Вестник ГИУА. Т.1. - Ереван, 2004. - С.142-150.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 10.11.2004.

Ա.Հ. ՏՐԴԱՏՅԱՆ

ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԻՆՔՆԱՏԱՏԱՆԱԿԱՆ ԲԱԶՄԱՉԱՓ ԱՎՏՈՄԱՏ ԿԱՐԳԱՎՈՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ ԳՐԱՎՄԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄ

Դիտարկվում է հարկադրական տատանումների և զրավման երևույթի հետազոտման մեթոդիկան ոչ գծային հարմոնիկ գծայնացված բազմաչափ կարգավորման համակարգերում (ԲԱԿՀ)՝ հիմնված ԲՓՖ մեթոդի վրա: Հիմնական ուշադրությունը դարձվում է բազմաչափ համակարգերում կանոնիկ բազիսի երկայնքով տատանումների հետազոտման խնդրի վրա, որը չունի իր նմանակը միաչափ համակարգերում: Ներկայացված է համակարգի թվային հաշվարկ՝ MATLAB լեզվով:

A.H. TRDATYAN

INVESTIGATION ON CATCHING PHENOMENON IN NONLINEAR AUTO-OSCILLATED MIMO CONTROL SYSTEMS

A method of studying forced oscillations and catching phenomenon in nonlinear harmonically linearized nonlinear Multiple - Input Multiple - Output (MIMO) control systems, based on applying characteristic locus design method is described. The main attention is focused on the task of analyzing the oscillations along the axes of the canonical basis of the MIMO systems. This task has no analogues in the classical theory of Single-Input Single-Output (SISO) control systems. A numerical sample of the calculation for a MIMO control system using MATLAB language is presented.