ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2005. Т. LVIII, № 1.

УДК 677.052.85 МАШИНОСТРОЕНИЕ

А.Р. ПАПОЯН

ОБОБЩЕННАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КРУТИЛЬНО-ФОРМИРУЮЩИХ ОРГАНОВ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАШИН С СООСНЫМИ РОТОРАМИ

Предлагается обобщенная динамическая модель для расчета всех основных типов текстильных роторных систем. Приводится полное математическое описание обобщенной динамической модели, дана методика её трансформирования в частные модели.

Ключевые слова: обобщенная динамическая модель, уравнение движения, трансформация, частная модель.

Рассмотренная в [1] динамическая модель системы с двумя соосными роторами предназначена для анализа прядильных камер и не может быть непосредственно использована для исследования динамики веретен и других текстильных роторных механизмов, имеющих широкое распространение. Следует отметить, что веретена, центрифуги и другие приемно-намоточные механизмы в динамическом отношении являются более сложными объектами, чем прядильные камеры. Это связано в первую очередь с наличием в данных механизмах паковок с пряжей или нитью, масса которых изменяется в процессе наматывания. Кроме того, намотка производится на патроны или катушки, упруго насаживаемые на вращающиеся шпиндели, что вносит в динамические модели дополнительные степени свободы и увеличивает количество дифференциальных уравнений, необходимых для математического описания движения роторных систем.

Разработка обобщенной динамической модели для роторных систем текстильных машин позволяет создать универсальный программный пакет для моделирования и численного расчета текстильной роторной системы любой конструкции.

На рис.1 изображены предлагаемая обобщенная трехроторная динамическая модель с двенадцатью степенями свободы (а) и система обобщенных координат (б). На базе этой модели можно исследовать динамические характеристики как прядильных камер, так и веретен, бобинодержателей, центрифуг, несущих паковки с пряжей. В предлагаемой модели система представлена в виде двух жестких роторов 1 и 2, упруго связанных между собой и, посредством упругих опор ротора 2, с неподвижным корпусом. Упругие свойства всех опор считаются линейными и изотропными. Здесь ввиду малости не учитываются продольные перемещения роторов, а также влияние упругих свойств ременной передачи на условия их работы [2].

В указанной модели, по сравнению с предложенной в [1], дополнительно введен инерционный элемент 3, вращающийся с угловой скоростью ω_3, который с помощью упругих элементов установлен на шпинделе 1. Использованы следующие обозначения: m_1, m_2 и m_3 - массы роторов и элемента, насаженного на шпиндель веретена (паковка, катушка и т.д.); J_1, J_2 и J_3 - осевые моменты инерции масс; A_1, A_2 и A_3 - экваториальные моменты инерции массы; $c_{11}/2, c_{12}/2, c_{21}/2, c_{22}/2$ - коэффициенты жесткости левых и правых опор роторов; $c_{31}/2$ и $c_{32}/2$ – коэффициенты жесткости упругих элементов, с помощью которых паковка установлена на шпинделе 1; C^*_{R1}, C^*_{R2} - жесткости, учитывающие упругое взаимодействие роторов с их приводными органами (ремни, ролики, диски и т.д.); $\xi_{11}/2, \xi_{12}/2, \xi_{21}/2, \xi_{22}/2$, $\xi_{31}/2$ и $\xi_{32}/2$ - коэффициенты демпфирования; ω_1, ω_2 и ω_3 - угловые скорости роторов.

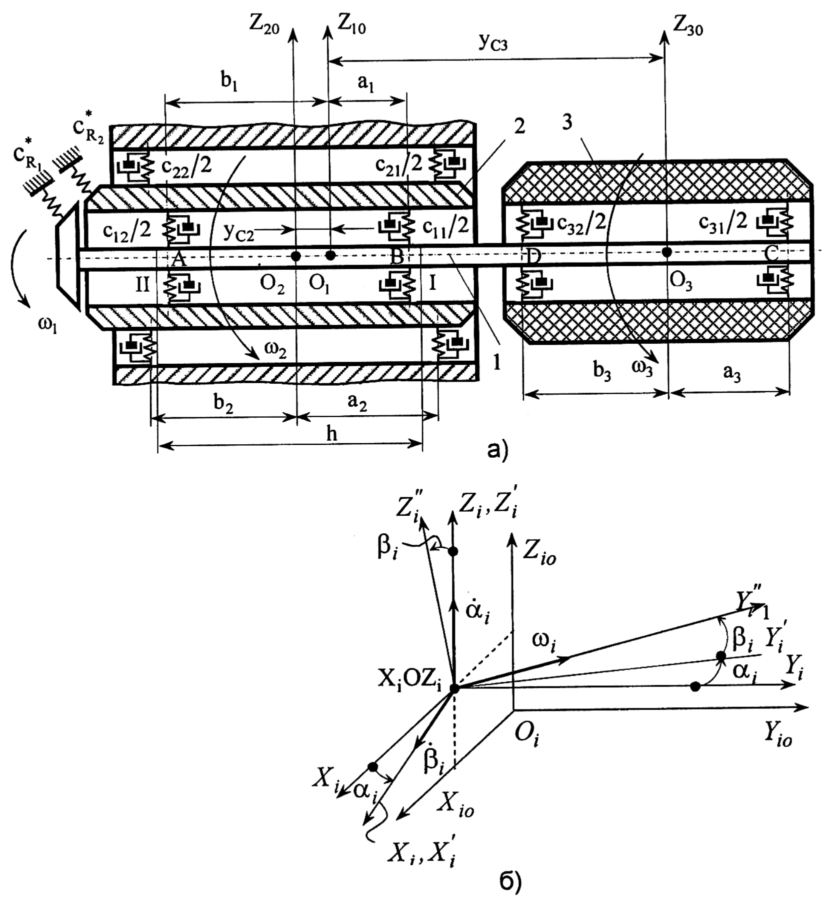

Рис.1. Обобщенная динамическая модель (а) и система координат для исследования текстильных соосных роторов (б)

Данная модель за счет соответствующего выбора ее исходных параметров может быть трансформирована в частные модели, позволяющие исследовать различные типы веретен и прядильных камер. В процессе трансформирования обобщенной модели следует учитывать как физический вид моделей, так и особенности их математического описания, включая используемые методы численного решения уравнений движения. Так, для удаления из обобщенной модели какого-либо ее инерционного элемента необходимо исключить все упруго-демпфирующие связи, соединяющие этот элемент с другими элементами модели. Например, для исключения из обобщенной модели инерционного элемента 3 (рис.1 а) следует положить $c_{31} = c_{32} = \xi_{31} = \xi_{32} = 0$ и $\omega_3 = 0$. В то же время для этой же цели нельзя вводить физически оправданные значения $m_3 = 0$ и $A_3 = 0$, так как при используемом численном методе решения уравнений движения с помощью разложения в ряды Тейлора в вычислительном алгоритме будет присутствовать невыполнимая операция деления на ноль. (Наоборот, для стабилизации вычислительного процесса целесообразно принимать для этих величин большие значения: порядка $m_3 = 10^8$ *кг* и $A_3 = 10^8$ *кгм²*, хотя допустимо выбирать эти значения на уровне значений других инерционных параметров системы.

Если какой-либо инерционный элемент необходимо представить в модифицированной модели неподвижным, то достаточно устремить к бесконечности его массу и экваториальный момент инерции массы. Осевой момент инерции при этом следует принять равным нулю. Например, для реализации в модели неподвижности инерционного элемента 2 в качестве исходных данных в вычислительную программу следует ввести величины порядка: $m_2 = 10^8$ *кг*, $A_2 = 10^8$ *кгм²*, $J_2 = 0$, $\omega_2 = 0$.

В таблице приведен ряд основных частных моделей и указаны значения параметров обобщенной модели, позволяющие перейти от нее к соответствующим частным видам моделей.

В таблице римскими цифрами обозначены следующие модификации обобщенной модели: I – модель веретена с двумя соосными роторами и упруго закрепленной паковкой на консольной части быстроходного шпинделя 1; II – модель обычного веретена с упруго закрепленной паковкой на консольной части шпинделя 1; III – модель веретена с неподвижным шпинделем 1 и упруго закрепленной на нем паковкой m_3 (вращение осуществляется без передачи радиальных усилий), опорой служит элемент 2; IV – модель веретена с неподвижным шпинделем 1 и упруго закрепленной на нем паковкой m_2 (вращение может осуществляться как с передачей, так и без передачи радиальных усилий), опорой служит элемент 3; V – модель прядильной камеры с двумя соосными роторами; VI – модель обычной однороторной прядильной камеры; VII – модель веретена с инерционно-упругим амортизатором или с динамическим гасителем колебаний; VIII – модель шпинделя, вращающегося в четырех упругих опорах; IX - модель фрикционного намоточного механизма с учетом упругих свойств паковки.

Таблица

№	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
$\mathbf{m_1}$	m_1	m_1	10^8	10^8	m_1	m_1	m_1	m_1	10^8
$\mathbf{m_2}$	m_2	10^8	10^8	m_2	m_2	10^8	m_2	10^8	m_2
$\mathbf{m_3}$	m_3	m_3	m_3	10^8	10^8	10^8	m_3	10^8	m_3
$\mathbf{A_1}$	A_1	A_1	10^8	10^8	A_1	A_1	A_1	A_1	10^8
$\mathbf{A_2}$	A_2	10^8	10^8	A_2	A_2	10^8	A_2	10^8	A_2
$\mathbf{A_3}$	A_3	A_3	A_3	10^8	10^8	10^8	A_3	10^8	A_3
$\mathbf{J_1}$	J_1	J_1	0	0	J_1	J_1	J_1	J_1	0
$\mathbf{J_2}$	J_2	0	0	J_2	J_2	0	0	0	J_2
$\mathbf{J_3}$	J_3	J_3	J_3	0	0	0	J_3	0	0
$\mathbf{c_{11}}$	c_{11}	c_{11}	c_{11}	c_{11}	c_{11}	c_{11}	c_{11}	c_{11}	c_{11}
$\mathbf{c_{12}}$	c_{12}	c_{12}	c_{12}	c_{12}	c_{12}	c_{12}	c_{12}	c_{12}	c_{12}
$\mathbf{c_{21}}$	c_{21}	c_{21}	c_{21}	0	c_{21}	c_{21}	c_{21}	c_{21}	c_{21}
$\mathbf{c_{22}}$	c_{22}	c_{22}	c_{22}	0	c_{22}	c_{22}	c_{22}	c_{22}	c_{22}
$\mathbf{c_{31}}$	c_{31}	c_{31}	c_{31}	c_{31}	0	0	c_{31}	c_{31}	0
$\mathbf{c_{32}}$	c_{32}	c_{32}	c_{32}	c_{32}	0	0	c_{32}	c_{32}	0
$\boldsymbol{\omega_1}$	ω_1	ω_1	0	0	ω_1	ω_1	ω_1	ω_1	0
$\boldsymbol{\omega_2}$	ω_2	0	0	ω_2	ω_2	0	0	0	ω_2
$\boldsymbol{\omega_3}$	ω_1	ω_1	ω_3	0	0	0	ω_1	0	0

Для имитации усилия прижима паковки к фрикционному цилиндру можно в середине паковки расположить элемент C^*_{R2} или дополнительно приложить к элементу m_2 постоянную силу. Необходимо отметить, что модели веретен практически без изменений могут быть использованы для исследования различных конструкций бобинодержателей и приемно-намоточных механизмов машин химических волокон.

Из обобщенной динамической модели можно также получить и другие варианты моделей, такие как модель шпинделя на трех опорах, модели прядильных камер с упругими амортизаторами и т.д. Очевидно, что затраты труда на разработку алгоритма и программного обеспечения для анализа предлагаемой обобщенной модели существенно увеличиваются, однако, учитывая их однократность, следует считать целесообразным использование обобщенной модели при разработке программного пакета для исследования различных схем текстильных роторных систем в рамках единой математической, алгоритмической и методологической основы.

При составлении уравнений движения обобщенной модели используем уравнение Лагранжа II рода в форме [3]. Для этого на первом этапе, не учитывая воздействие приводных элементов на динамические характеристики роторной системы и пренебрегая малостями выше второго порядка, получим выражения кинетической (T_1) и потенциальной (Π_1) энергии и диссипативной функции (Φ_1):

$$T_1 = 0{,}5\begin{bmatrix} m_1\cdot(\dot{x}_1^2+\dot{z}_1^2)+J_1\cdot(\omega_1+\dot{\alpha}_1\cdot\beta_1)^2+A_1\cdot(\dot{\alpha}_1^2+\dot{\beta}_1^2)+ \\ +m_2\cdot(\dot{x}_2^2+\dot{z}_2^2)+J_2\cdot(\omega_2+\dot{\alpha}_2\cdot\beta_2)^2+A_2\cdot(\dot{\alpha}_2^2+\dot{\beta}_2^2)+ \\ +m_3\cdot(\dot{x}_3^2+\dot{z}_3^2)+J_3\cdot(\omega_3+\dot{\alpha}_3\cdot\beta_3)^2+A_3\cdot(\dot{\alpha}_3^2+\dot{\beta}_3^2) \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

$$\begin{aligned}
\Pi_1 = {} & 0{,}5c_{11}\begin{Bmatrix} \left[x_2-(a_1-y_{C2})\cdot\alpha_2-x_1+a_1\cdot\alpha_1\right]^2+ \\ +\left[z_2+(a_1-y_{C2})\cdot\beta_2-z_1-a_1\cdot\beta_1\right]^2 \end{Bmatrix}+ \\
& +0{,}5c_{12}\begin{Bmatrix} \left[x_2-(b_1-y_{C2})\cdot\alpha_2-x_1+b_1\cdot\alpha_1\right]^2+ \\ +\left[z_2+(b_1-y_{C2})\cdot\beta_2-z_1-b_1\cdot\beta_1\right]^2 \end{Bmatrix}+ \qquad (2) \\
& +0{,}5c_{21}\left[(x_2-a_2\cdot\alpha_2)^2+(z_2+a_2\cdot\beta_2)^2\right]+ \\
& +0{,}5c_{22}\left[(x_2-b_2\cdot\alpha_2)^2+(z_2+b_2\cdot\beta_2)^2\right]+ \\
& +0{,}5c_{31}\begin{Bmatrix} \left[x_3-a_3\cdot\alpha_3-x_1+(a_3+y_{C3})\cdot\alpha_1\right]^2+ \\ +\left[z_3+a_3\cdot\beta_3-z_1-(a_3+y_{C3})\cdot\beta_1\right]^2 \end{Bmatrix}+ \\
& +0{,}5c_{32}\begin{Bmatrix} \left[x_3-b_3\cdot\alpha_3-x_1+(b_3+y_{C3})\cdot\alpha_1\right]^2+ \\ +\left[z_3+b_3\cdot\beta_3-z_1-(b_3+y_{C3})\cdot\beta_1\right]^2 \end{Bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_1 = {} & 0{,}5\xi_{11}\begin{Bmatrix} \left[\dot{x}_2-(a_1-y_{C2})\cdot\dot{\alpha}_2-\dot{x}_1+a_1\cdot\dot{\alpha}_1\right]^2+ \\ +\left[\dot{z}_2+(a_1-y_{C2})\cdot\dot{\beta}_2-\dot{z}_1-a_1\cdot\dot{\beta}_1\right]^2 \end{Bmatrix}+ \\
& +0{,}5\xi_{12}\begin{Bmatrix} \left[\dot{x}_2-(b_1-y_{C2})\cdot\dot{\alpha}_2-\dot{x}_1+b_1\cdot\dot{\alpha}_1\right]^2+ \\ +\left[\dot{z}_2+(b_1-y_{C2})\cdot\dot{\beta}_2-\dot{z}_1-b_1\cdot\dot{\beta}_1\right]^2 \end{Bmatrix}+ \qquad (3) \\
& +0{,}5\xi_{21}\left[(\dot{x}_2-a_2\cdot\dot{\alpha}_2)^2+(\dot{z}_2+a_2\cdot\dot{\beta}_2)^2\right]+ \\
& +0{,}5\xi_{22}\left[(\dot{x}_2-b_2\cdot\dot{\alpha}_2)^2+(\dot{z}_2+b_2\cdot\dot{\beta}_2)^2\right]+ \\
& +0{,}5\xi_{31}\begin{Bmatrix} \left[\dot{x}_3-a_3\cdot\dot{\alpha}_3-\dot{x}_1+(a_3+y_{C3})\cdot\dot{\alpha}_1\right]^2+ \\ +\left[\dot{z}_3+a_3\cdot\dot{\beta}_3-\dot{z}_1-(a_3+y_{C3})\cdot\dot{\beta}_1\right]^2 \end{Bmatrix}+ \\
& +0{,}5\xi_{32}\begin{Bmatrix} \left[\dot{x}_3-b_3\cdot\dot{\alpha}_3-\dot{x}_1+(b_3+y_{C3})\cdot\dot{\alpha}_1\right]^2+ \\ +\left[\dot{z}_3+b_3\cdot\dot{\beta}_3-\dot{z}_1-(b_3+y_{C3})\cdot\dot{\beta}_1\right]^2 \end{Bmatrix}.
\end{aligned}$$

После подстановки выражений T_1, Π_1 и Φ_1 в уравнение Лагранжа получим следующую систему из двенадцати уравнений движения:

$$\begin{aligned} & m_1\ddot{x}_1+n_{1,1}\dot{x}_1+n_{1,2}\dot{x}_2+n_{1,3}\dot{x}_3+n_{1,7}\dot{\alpha}_1+n_{1,8}\dot{\alpha}_2+n_{1,9}\dot{\alpha}_3+ \\ & +c_{1,1}x_1+c_{1,2}x_2+c_{1,3}x_3+c_{1,7}\alpha_1+c_{1,8}\alpha_2+c_{1,9}\alpha_3=P_{X1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & m_2\ddot{x}_2+n_{2,1}\dot{x}_1+n_{2,2}\dot{x}_2+n_{2,7}\dot{\alpha}_1+n_{2,8}\dot{\alpha}_2+ \\ & +c_{2,1}x_1+c_{2,2}x_2+c_{2,7}\alpha_1+c_{2,8}\alpha_2=P_{X2}, \end{aligned}$$

$$m_3\ddot{x}_3 + n_{3,1}\dot{x}_1 + n_{3,3}\dot{x}_3 + n_{3,7}\dot{\alpha}_1 + n_{3,9}\dot{\alpha}_3 +$$
$$+ c_{3,1}x_1 + c_{3,3}x_3 + c_{3,7}\alpha_1 + c_{3,9}\alpha_3 = P_{X3},$$
$$m_1\ddot{z}_1 + n_{4,4}\dot{z}_1 + n_{4,5}\dot{z}_2 + n_{4,6}\dot{z}_3 + n_{4,10}\dot{\beta}_1 + n_{4,11}\dot{\beta}_2 + n_{4,12}\dot{\beta}_3 +$$
$$+ c_{4,4}z_1 + c_{4,5}z_2 + c_{4,6}z_3 + c_{4,10}\beta_1 + c_{4,11}\beta_2 + c_{4,12}\beta_3 = P_{Z1},$$
$$m_2\ddot{z}_2 + n_{5,4}\dot{z}_1 + n_{5,5}\dot{z}_2 + n_{5,10}\dot{\beta}_1 + n_{5,11}\dot{\beta}_2 +$$
$$+ c_{5,4}z_1 + c_{5,5}z_2 + c_{5,10}\beta_1 + c_{5,11}\beta_2 = P_{Z2},$$
$$m_3\ddot{z}_3 + n_{6,4}\dot{z}_1 + n_{6,6}\dot{z}_3 + n_{6,10}\dot{\beta}_1 + n_{6,12}\dot{\beta}_3 +$$
$$+ c_{6,4}z_1 + c_{6,6}z_3 + c_{6,10}\beta_1 + c_{6,12}\beta_3 = P_{Z3}, \qquad (4)$$
$$A_1\ddot{\alpha}_1 - J_1\omega_1\dot{\beta}_1 + n_{7,1}\dot{x}_1 + n_{7,2}\dot{x}_2 + n_{7,3}\dot{x}_3 + n_{7,7}\dot{\alpha}_1 + n_{7,8}\dot{\alpha}_2 + n_{7,9}\dot{\alpha}_3 +$$
$$+ c_{7,1}x_1 + c_{7,2}x_2 + c_{7,3}x_3 + c_{7,7}\alpha_1 + c_{7,8}\alpha_2 + c_{7,9}\alpha_3 = M_{\alpha1},$$
$$A_2\ddot{\alpha}_2 - J_2\omega_2\dot{\beta}_2 + n_{8,1}\dot{x}_1 + n_{8,2}\dot{x}_2 + n_{8,7}\dot{\alpha}_1 + n_{8,8}\dot{\alpha}_2 +$$
$$+ c_{8,1}x_1 + c_{8,2}x_2 + c_{8,7}\alpha_1 + c_{8,8}\alpha_2 = M_{\alpha2},$$
$$A_3\ddot{\alpha}_3 - J_3\omega_3\dot{\beta}_3 + n_{9,1}\dot{x}_1 + n_{9,3}\dot{x}_3 + n_{9,7}\dot{\alpha}_1 + n_{9,9}\dot{\alpha}_3 +$$
$$+ c_{9,1}x_1 + c_{9,3}x_3 + c_{9,7}\alpha_1 + c_{9,9}\alpha_3 = M_{\alpha3},$$
$$A_1\ddot{\beta}_1 + J_1\omega_1\dot{\alpha}_1 + n_{10,4}\dot{z}_1 + n_{10,5}\dot{z}_2 + n_{10,6}\dot{z}_3 + n_{10,10}\dot{\beta}_1 + n_{10,11}\dot{\beta}_2 + n_{10,12}\dot{\beta}_3 +$$
$$+ c_{10,4}z_1 + c_{10,5}z_2 + c_{10,6}z_3 + c_{10,10}\beta_1 + c_{10,11}\beta_2 + c_{10,12}\beta_3 = M_{\beta1},$$
$$A_2\ddot{\beta}_2 + J_2\omega_2\dot{\alpha}_2 + n_{11,4}\dot{z}_1 + n_{11,5}\dot{z}_2 + n_{11,10}\dot{\beta}_1 + n_{11,11}\dot{\beta}_2 +$$
$$+ c_{11,4}z_1 + c_{11,5}z_2 + c_{11,10}\beta_1 + c_{11,11}\beta_2 = M_{\beta2},$$
$$A_3\ddot{\beta}_3 + J_3\omega_3\dot{\alpha}_3 + n_{12,4}\dot{z}_1 + n_{12,6}\dot{z}_3 + n_{12,10}\dot{\beta}_1 + n_{12,12}\dot{\beta}_3 +$$
$$+ c_{12,4}z_1 + c_{12,6}z_3 + c_{12,10}\beta_1 + c_{12,12}\beta_3 = M_{\beta3}.$$

Исходные данные для решения уравнений (4) и определения значений элементов вышеприведенных матриц рассчитываются по следующим зависимостям:

$$n_{1,1} = n_{4,4} = \xi_{11} + \xi_{12} + \xi_{31} + \xi_{32},$$
$$n_{1,2} = n_{2,1} = n_{4,5} = n_{5,4} = -(\xi_{11} + \xi_{12}),$$
$$n_{1,3} = n_{3,1} = -n_{3,3} = n_{4,6} = n_{6,4} = -n_{6,6} = -(\xi_{31} + \xi_{32}),$$

$$
\begin{aligned}
&n_{1,7}=-n_{4,10}=n_{7,1}=-n_{10,4}=-[\xi_{11}a_1+\xi_{12}b_1+\xi_{31}(a_3+y_{C3})+\xi_{32}(b_3+y_{C3})],\\
&n_{1,8}=-n_{4,11}=n_{8,1}=-n_{11,4}=\xi_{11}(a_1-y_{C2})+\xi_{12}(b_1-y_{C2}),\\
&n_{1,9}=-n_{3,9}=-n_{4,12}=n_{6,12}=n_{9,1}=-n_{9,3}=-n_{12,4}=n_{12,6}=\xi_{31}a_3+\xi_{32}b_3,\\
&n_{2,2}=n_{5,5}=\xi_{11}+\xi_{12}+\xi_{21}+\xi_{22},\\
&n_{2,7}=-n_{5,10}=n_{7,2}=-n_{10,5}=\xi_{11}a_1+\xi_{12}b_1,\\
&n_{2,8}=-n_{5,11}=n_{8,2}=-n_{11,5}=-[\xi_{11}(a_1-y_{C2})+\xi_{12}(b_1-y_{C2})+\xi_{21}a_2+\xi_{22}b_2],\\
&n_{3,7}=-n_{6,10}=n_{7,3}=-n_{10,6}=\xi_{31}(a_3+y_{C3})+\xi_{32}(b_3+y_{C3}),\\
&n_{7,7}=n_{10,10}=\xi_{11}a_1^2+\xi_{12}b_1^2+\xi_{31}(a_3+y_{C3})^2+\xi_{32}(b_3+y_{C3})^2, \qquad (5)\\
&n_{7,8}=n_{8,7}=n_{10,11}=n_{11,10}=-[\xi_{11}a_1(a_1-y_{C2})+\xi_{12}b_1(b_1-y_{C2})],\\
&n_{7,9}=n_{9,7}=n_{10,12}=n_{12,10}=-[\xi_{31}a_3(a_3+y_{C3})+\xi_{32}b_3(b_3+y_{C3})],\\
&n_{8,8}=n_{11,11}=\xi_{11}(a_1-y_{C2})^2+\xi_{12}(b_1-y_{C2})^2+\xi_{21}a_2^2+\xi_{22}b_2^2,\\
&n_{9,9}=n_{12,12}=\xi_{31}a_3^2+\xi_{32}b_3^2.
\end{aligned}
$$

Коэффициенты $c_{i,j}$ в (4) рассчитываются по формулам, аналогичным (5), в которых необходимо только заменить $n_{i,j}$ на $c_{i,j}$ и ξ_{rs} на c_{rs}.

В системе уравнений (4) использованы обозначения ($i=1,2,3$):

$$
\begin{aligned}
&d_1=a_1+b_1,\quad d_2=a_2+b_2,\quad l_1^2=a_1^2+b_1^2,\quad l_2^2=a_2^2+b_2^2,\\
&P_{Xi}=-2\cos(\gamma_i/2)\cdot dm_i\cdot e_i\cdot\omega_i^2\cdot\cos(\omega_i t+\gamma_i/2),\\
&P_{Zi}=2\cos(\gamma_i/2)\cdot dm_i\cdot e_i\cdot\omega_i^2\cdot\sin(\omega_i t+\gamma_i/2), \qquad (6)\\
&M_{\alpha i}=-\sin(\gamma_i/2)\cdot dm_i\cdot e_i\cdot\omega_i^2\cdot h_i\cdot\sin(\omega_i t+\gamma_i/2),\\
&M_{\beta i}=-\sin(\gamma_i/2)\cdot dm_i\cdot e_i\cdot\omega_i^2\cdot h_i\cdot\cos(\omega_i t+\gamma_i/2).
\end{aligned}
$$

Запишем систему уравнений (4) в матричной форме:

$$\mathbf{A}\,\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{B}\,\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{C}\,\mathbf{q}=\mathbf{F}. \qquad (7)$$

Здесь $\mathbf{A}$ – диагональная матрица инерционных коэффициентов; $\mathbf{B}$ –квадратная матрица диссипативных коэффициентов (размерность 12х12); $\mathbf{C}$ - квадратная матрица упругих коэффициентов (размерность 12х12); $\ddot{\mathbf{q}}$, $\dot{\mathbf{q}}$, $\mathbf{q}$ и $\mathbf{F}$ - векторы-столбцы ускорений, скоростей, перемещений и обобщенных сил:

$$
\begin{aligned}
&\ddot{\mathbf{q}}=\left[\ddot{x}_1,\ddot{x}_2,\ddot{x}_3,\ddot{z}_1,\ddot{z}_2,\ddot{z}_3,\ddot{\alpha}_1,\ddot{\alpha}_2,\ddot{\alpha}_3,\ddot{\beta}_1,\ddot{\beta}_2,\ddot{\beta}_3\right]^T,\\
&\dot{\mathbf{q}}=\left[\dot{x}_1,\dot{x}_2,\dot{x}_3,\dot{z}_1,\dot{z}_2,\dot{z}_3,\dot{\alpha}_1,\dot{\alpha}_2,\dot{\alpha}_3,\dot{\beta}_1,\dot{\beta}_2,\dot{\beta}_3\right]^T, \qquad (8)\\
&\mathbf{q}=\left[x_1,x_2,x_3,z_1,z_2,z_3,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2,\beta_3\right]^T,\\
&\mathbf{F}=\left[P_{X1},P_{X2},P_{X3},P_{Z1},P_{Z2},P_{Z3},M_{\alpha 1},M_{\alpha 2},M_{\alpha 3},M_{\beta 1},M_{\beta 2},M_{\beta 3}\right]^T.
\end{aligned}
$$

При постоянных значениях угловых скоростей роторов ω_1, ω_2 и ω_3 уравнение (7) решается в аналитическом виде, однако исследование вынужденных колебаний целесообразно проводить численными методами. В то же время решение задач о собственных колебаниях системы и устойчивости ее движения удобно выполнять аналитически.

Собственные колебания рассматриваемой системы описываются уравнением

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} = \mathbf{0}. \tag{9}$$

Решение этого уравнения ищется в виде [5]

$$\mathbf{q} = \mathbf{a}e^{rt}, \tag{10}$$

где $\mathbf{a}$ – вектор-столбец соответствующих амплитуд колебаний; r – корень характеристического уравнения (11):

$$\det(r^2\mathbf{A} + r\mathbf{B} + \mathbf{C}) = 0. \tag{11}$$

По значениям корней характеристического уравнения находится вид решения уравнения (9), а также производится оценка устойчивости движения системы [4].

Анализ структуры коэффициентов уравнений (4) показывает, что их матричную запись с учетом наличия упорядоченной повторяемости коэффициентов удобно осуществлять в блочной (клеточной) форме [5, 6, 7]. Тогда все матричные преобразования можно будет производить с матрицами, размерность которых уменьшена до 4x4 и 3x3.

При этом матрицы, входящие в (7), будут иметь вид

$$A = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{A} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{A} \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}, \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix}, \tag{12}$$

$$B = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & B_3 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 & -B_3 \\ B_4 & 0 & B_2 & -J \\ 0 & -B_4 & J & B_2 \end{bmatrix}, \qquad J = \begin{bmatrix} J_1\omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2\omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3\omega_3 \end{bmatrix}, \tag{13}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} n_{1,1} & n_{1,2} & n_{1,3} \\ n_{1,2} & n_{2,2} & 0 \\ n_{1,3} & 0 & -n_{1,3} \end{bmatrix}, \qquad B_2 = \begin{bmatrix} n_{7,7} & n_{7,8} & n_{7,9} \\ n_{7,8} & n_{8,8} & 0 \\ n_{7,9} & 0 & n_{9,9} \end{bmatrix}, \tag{14}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} n_{1,7} & n_{1,8} & n_{1,9} \\ n_{2,7} & n_{2,8} & 0 \\ n_{3,7} & 0 & -n_{1,9} \end{bmatrix}, \qquad B_4 = \begin{bmatrix} n_{1,7} & n_{2,7} & n_{3,7} \\ n_{1,8} & n_{2,8} & 0 \\ n_{1,9} & 0 & -n_{1,9} \end{bmatrix}, \tag{15}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & -C_3 \\ C_4 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & -C_4 & 0 & C_2 \end{bmatrix}, \tag{16}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & c_{1,3} \\ c_{1,2} & c_{2,2} & 0 \\ c_{1,3} & 0 & -c_{1,3} \end{bmatrix}, \qquad C_2 = \begin{bmatrix} c_{7,7} & c_{7,8} & c_{7,9} \\ c_{7,8} & c_{8,8} & 0 \\ c_{7,9} & 0 & c_{9,9} \end{bmatrix}, \tag{17}$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} c_{1,7} & c_{1,8} & c_{1,9} \\ c_{2,7} & c_{2,8} & 0 \\ c_{3,7} & 0 & -c_{1,9} \end{bmatrix}, \qquad C_4 = \begin{bmatrix} c_{1,7} & c_{2,7} & c_{3,7} \\ c_{1,8} & c_{2,8} & 0 \\ c_{1,9} & 0 & -c_{1,9} \end{bmatrix}. \tag{18}$$

Отметим, что в матрицах $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$, определяемых равенствами (12), (13) и (16), элементы, равные нулю, следует рассматривать как нулевые матрицы порядка 3х3. К блочному виду приводятся также и векторы-столбцы ускорений, скоростей, перемещений и обобщенных сил, задаваемые равенствами (9).

Представление исходной системы дифференциальных уравнений (4) в матричной форме (7) с последующим преобразованием всех матриц на основе равенств (12) - (18) к блочному виду позволяет создать компактную рабочую вычислительную программу, используя стандартные подпрограммы для расчета матриц. При этом можно рекомендовать использование эффективных вычислительных средств, предоставляемых системами MATLAB и MATHCAD.

В работе на алгоритмическом языке СИ++ разработана программа для расчета так, что пользователю необходимо только ввести в специальную таблицу все требуемые параметры механической системы и отметить те параметры системы, которые необходимо рассчитать. С помощью разработанного пакета программ можно получить все основные данные для оценки динамических характеристик веретен и прядильных камер различных типов. При этом обеспечивается возможность использования пакета программ как для изучения влияния различных параметров на динамику существующих роторных систем, так и для оптимизации этих параметров при проектировании новых конструкций роторов.

Приведенная выше форма решения соответствует тем вариантам конструкций роторных систем, в которых исключено радиальное воздействие приводных элементов на соосные роторы. Если же это влияние не исключено, то в модели (рис.1 а) необходимо также учитывать наличие дополнительных упруго-диссипативных элементов C^*_{R1} и C^*_{R2}, отображающих взаимодействие роторов с приводом. При этом в дальнейшем будем иметь в виду, что радиальное взаимодействие роторов с приводными элементами практически осуществляется только в одной плоскости, например, в плоскости yOz, в связи с чем приведенные к оси *z* коэффициенты жесткости будут определяться равенствами

$$c_{r1} = C^*_{R1}\cos\alpha, \qquad c_{r2} = C^*_{R2}\cos\alpha.$$

Важно отметить, что учет влияния привода с помощью упругих сил, действующих вдоль оси *z,* вместе с гироскопическими моментами приводит к нарушению симметрии роторной системы.

В рассматриваемом случае величины потенциальной энергии и диссипативной функции будут определяться равенствами

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= \Pi_1 + \frac{1}{2}[c_{r1}(\delta_1 + z_1 + y_{r1}\beta_1)^2 + c_{r2}(\delta_2 + z_2 + y_{r2}\beta_2)^2], \\ \Phi_2 &= \Phi_1 + \frac{1}{2}[\xi_{r1}(\dot z_1 + y_{r1}\dot\beta_1)^2 + \xi_{r2}(\dot z_2 + y_{r2}\dot\beta_2)^2], \end{aligned} \tag{19}$$

где Π_1 и Φ_1 находятся из (2), (3).

В равенствах (19) через δ_1 и δ_2 обозначены величины предварительных деформаций упругих элементов, обусловленные натяжением ременных передач или прижимом приводных шкивов, а y_{r1} и y_{r2} определяют положения приводных элементов. Из (19) видно, что учет взаимодействия роторов с приводными элементами вносит изменения в четыре из уравнений системы (4) и соответственно изменяет матрицы $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$, а также вектор-столбец внешних усилий. Кроме того, в (5) при этом необходимо также заменить восемь значений $n_{i,j}$ на $\tilde n_{i,j}$ в соответствии со следующими равенствами:

$$\begin{aligned} &\tilde n_{4,4} = n_{1,1} + \xi_{r1}, && \tilde n_{5,5} = n_{2,2} + \xi_{r2}, \\ &\tilde n_{4,10} = -n_{1,7} + \xi_{r1}y_{r1}, && \tilde n_{5,11} = -n_{2,8} + \xi_{r2}y_{r2}, \\ &\tilde n_{10,4} = \tilde n_{4,10}, && \tilde n_{11,5} = \tilde n_{5,11}, \\ &\tilde n_{10,10} = n_{7,7} + \xi_{r1}y_{r1}^2, && \tilde n_{11,11} = \tilde n_{8,8} + \xi_{r2}y_{r2}^2. \end{aligned} \tag{20}$$

На основе полученного выше математического описания обобщенной модели также были разработаны на языке СИ++ программы как для анализа установившегося движения исследуемой роторной системы, так и для построения ее резонансных кривых. Проверена сходимость расчетных результатов, полученных на основе обобщенной динамической модели, с ранее полученными результатами в [1,8], где были использованы специально разработанные для данной задачи динамические модели. Анализ результатов показал полное их совпадение и подтвердил достоверность и эффективность использования обобщенной динамической модели для разработки универсального программного пакета при расчете однороторных и соосных многороторных систем.

Таким образом, предложенная в настоящей работе обобщенная динамическая модель роторной системы, алгоритмы ее расчета и соответствующее программное обеспечение позволяют производить на единой методологической основе сравнительные расчеты разнообразных конструкций текстильных роторов, что создает научную базу для проектирования различных конструкций веретен, прядильных камер и многих других типов крутильно-формирующих механизмов текстильных машин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Папоян А.Р.** Анализ динамических характеристик прядильных камер с двумя соосными роторами // Труды Санкт-Петербургской инженерной академии. - 2001. - С. 115-124.
2. **Коритысский Я.И.** Динамика упругих систем текстильных машин. - М.: Легкая и пищевая пром-сть, 1982 - 272 с.
3. **Митропольский Ю.А.** Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний. - М.: Наука, 1964 - 431 с.
4. **Малкин И.Г.** Теория устойчивости движения. - М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1966.-530 с.
5. **Пискунов Н.С.** Дифференциальное и интегральное исчисления. - М.: ГИТТЛ, 1957 - 844 с.
6. **Демидович Б.П., Марон И.А.** Основы вычислительной математики. - М.: ГИФМЛ, 1960 - 659 с.
7. **Папоян А.Р., Оганесян Г.А.** Пакет программ для численного интегрирования уравнения движения соосной роторной системы // Вычислительные науки и информационные технологии / НАН РА. - 2001. - С. 488-490.
8. **Папоян А.Р.** Результаты экспериментальных исследований вращения веретена ВТК-45-1У с катушкой ТК-200-10 // Технология текстильной промышленности: Изв. вузов. - Иваново. -1984. - №2. - С. 112-115.

Гюмр. ф-ал ГИУА.   Материал поступил в редакцию 03.04.2004.

Ա.Ռ. ՊԱՊՈՅԱՆ

ՏԵՔՍՏԻԼ ՄԵՔԵՆԱՆԵՐԻ ՀԱՄԱՌԱՆՑՔ ՌՈՏՈՐՆԵՐՈՎ ՈԼՈՐՈՂ-ՓԱԹԱԹՈՂ ՕՐԳԱՆՆԵՐԻ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՎԱԾ ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼ

Ժամանակակից տեքստիլ ռոտորային համակարգերի կառուցվածքների վերլուծության հիման վրա առաջարկվում է ընդհանրացված դինամիկական մոդել տեքստիլ ռոտորային համակարգերի հիմնական տեսակների դինամիկական հաշվարկի համար: Բերվում է դինամիկական մոդելի լրիվ մաթեմատիկական նկարագրությունը և նրա՝ տարբեր մասնավոր տեսքերի փոխակերպման մեթոդիկան:

A.R. PAPOYAN

GENERALIZED DYNAMIC MODEL OF TWISTING-MOULDING ORGANS OF TEXTILE MACHINES WITH COAXAL ROTORS

A generalized dynamic model for calculation of all main types of textile rotor systems is proposed. The complete mathematical description of the generalized dynamic model and the method of its transformation into particular models is given.