ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2004. Т. LVII, № 3.

ՀՏԴ 621.3 ԷԼԵԿՏՐԱՏԵԽՆԻԿԱ

Վ.Կ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

ԻՄՊՈՒԼՍԱՅԻՆ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ ՇԱՐԺԱԿԱՆ ՏԻՐՈՒՅԹՆԵՐՈՒՄ

Օգտվելով օպերացիոն հաշվարկի մեթոդներից, ստացվել են իմպուլսային էլեկտրամագնիսական դաշտի վեկտոր-պոտենցիալի և մնացյալ վեկտորական մեծությունների արտահայտությունները ուղղագիծ հավասարաչափ արագությամբ շարժվող, շարժական մաս ունեցող ոչ ֆեռոմագնիսական հաղորդիչ համակարգի համար:

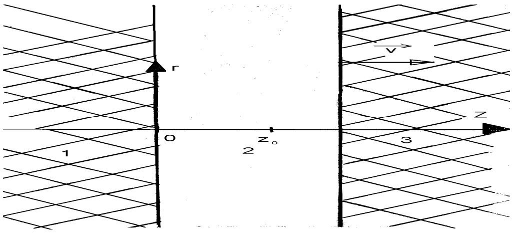
Առանցքային բառեր. ինդուկցիոն արագացուցիչ, իմպուլսային էլեկտրամագնիսական դաշտ, շարժվող տիրույթ, Հանկելի և Լապլասի ինտեգրալ ձևափոխություններ, դիֆերենցիալ հավասարում:

Գիտության և տեխնիկայի տարբեր ոլորտներում կիրառություն են գտել իմպուլսային էլեկտրամագնիսական արագացուցիչներ, որոնց թվին է պատկանում ինդուկցիոն արագացուցիչը: Այս տիպի արագացուցչի աշխատանքի սկզբունքը լիցքավորված ունակային կուտակիչի լիցքաթափումն է մի քանի գալարից կազմված անշարժ մագնիսական կոճի փաթույթների վրա, որի շնորհիվ առաջացած իմպուլսային մագնիսական դաշտը մակածում է մրրկային հոսանքներ՝ շարժմանը ենթակա պինդ հաղորդիչ մարմնում: Մագնիսական դաշտի և նշված հոսանքի փոխազդեցության արդյունքում առաջանում է իմպուլսային ուժ, որը և արագացնում է շարժական մարմինը: Որոշ պայմաններում հնարավոր է տվյալ խնդիրը դիտել որպես կենտրոնացված պարամետրերով համակարգ [1,2]: Այդ դեպքում այն հնարավոր է լուծել էլեկտրական շղթաների մեթոդներով՝ ավելացնելով էլեկտրամեխանիկական ազդեցությունը: Իրական պայմաններում պետք է հաշվի առնել դաշտի վերջավոր թափանցումը շարժական և անշարժ տիրույթներ:

Աշխատանքում նկարագրված է իմպուլսային ինդուկցիոն արագացուցչի պարզեցված մոդելը և վերլուծական ձևով հաշվարկված է ուղղագիծ հավասարաչափ v արագությամբ շարժվող, շարժական մաս ունեցող համակարգում իմպուլսային էլեկտրամագնիսական դաշտի բաշխումը:

Համակարգը կազմված է անշարժ և շարժական կիսաանվերջ հաղորդիչ ոչ ֆեռոմագնիսական տարածություններից (նկ.), որոնց միջև գոյություն ունի օդային բացակ: Դա կարող է լինել վերջավոր չափի մեկ գալարանի ինդուկտիվ կոճ (ինդուկտոր), որի վրա լիցքաթափվում է ունակային կուտակիչը: Որպես շարժական տիրույթ հանդես է եկել այդ դաշտում շարժվող որևէ հաղորդիչ մարմին: Ընդ որում՝ փոքր տեղափոխումների դեպքում այդ տիրույթները կարելի է առաջին մոտավորությամբ համարել կիսաանվերջ: Իմպուլսային էլեկտրամագնիսական դաշտը համարվում է քվազիստացիոնար և զրգռվում է անշարժ տիրույթում, ունի առանցքային սիմետրիա, իսկ շարժական մասը հաստատուն v արագությամբ հեռանում է առաջինի նկատմամբ: Քանի որ տեղի ունի առանցքային սիմետրիա, խնդիրը դիտարկված է գլանային կոորդինատային համակարգում: Անշարժ կիսաանվերջ տիրույթը (տես նկ.) սփռված է $z = 0$ հարթությունից դեպի $-\infty$:

Շարժական կիսաանվերջ 3 տիրույթի եզրահարթությունը ժամանակի $t=0$ պահին համընկնում է $z=z_0$ տիրույթի հետ և տարածվում է դեպի $+\infty$, 2 օդային բացակն ընկած է այդ երկու տիրույթների միջև:



Նկ. Համակարգի կառուցվածքային պատկերը

Մաքսվելի հավասարումների համակարգը շարժվող տիրույթների համար ունի հետևյալ տեսքը.

$$\begin{cases} \mathrm{rot}\,\vec{H} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_0 + \vec{v}\times\vec{B}), \\ \mathrm{rot}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} : \end{cases} \tag{1}$$

Էլեկտրական դաշտի լարվածությունը բաժանված է երեք բաղադրիչների՝ մրրկային, պոտենցիալային և ինդուկցիայով պայմանավորված մասեր ($\vec{E}_կ$, $\vec{E}_0$ և $\vec{v}\times\vec{B}$): Պոտենցիալային դաշտն առաջացնում է արտաքին ազդակը, որն առկա է միայն անշարժ տիրույթում և ոչ մրրկայնության շնորհիվ բաշխված է հավասարաչափ տարածության մեջ (համարվում է տրված) և կախված է միայն ժամանակից՝ $\vec{E}_0 = E_\theta(t)\vec{\theta}$: $E_\theta(t)$-ն անկյունային բաղադրիչն է:

Մագնիսական դաշտի վեկտոր-պոտենցիալը որոշենք հետևյալ կերպ.

$$\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A}, \quad \mathrm{div}\,\vec{A} = 0 : \tag{2}$$

(1)-ի և (2)-ի համատեղ լուծումից գլանային կոորդինատային համակարգի համար կստանանք (հաշվի առնելով, որ գլանային սիմետրիկ խնդրի համար վեկտոր-պոտենցիալն ունի միայն մեկ՝ անկյունային կոորդինատ)՝

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A}{\partial r}\right) - \frac{A}{r^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \sigma\mu_0\frac{\partial A}{\partial t} - -\sigma\mu_0 v\frac{\partial A}{\partial z} = -\sigma\mu_0 E_0(t): \tag{3}$$

A -ն մագնիսական դաշտի վեկտոր պոտենցիալի անկյունային բաղադրիչն է:

(3)-ի լուծման նախնական պայմանը հետևյալն է.

$$\begin{cases} A(z,r,t) = 0 \Rightarrow t = 0, \\ E_0(t) = 0 \Rightarrow t = 0 : \end{cases}$$

Եզրային պայմաններն են.

1-ից 2 տիրույթների անցման եզրային հարթության վրա՝

$$\begin{cases} A_1(z,r,t) = A_2(z,r,t) \Rightarrow z = 0, \\ \dfrac{\partial A_1(z,r,t)}{\partial z} = \dfrac{\partial A_2(z,r,t)}{\partial z} \Rightarrow z = 0 : \end{cases} \quad (4)$$

2-ից 3 անցման եզրային հարթության վրա՝

$$\begin{cases} A_2(z,r,t) = A_3(z,r,t) \Rightarrow z = z_0 + vt, \\ \dfrac{\partial A_2(z,r,t)}{\partial z} = \dfrac{\partial A_3(z,r,t)}{\partial z} \Rightarrow z = z_0 + vt : \end{cases} \quad (5)$$

(3)-ը երկրորդ կարգի անհամասեռ գծային դիֆերենցիալ հավասարում է՝ մասնակի ածանցյալներով: Հետևաբար, արտաքին ազդակի ազդեցության հետ կապված հնարավոր է որոշակի պարզեցում մտցնել՝ օգտվելով Գրինի ֆունկցիայից: Այդ դեպքում արտաքին ազդակը փոխարինվում է Դիրակի դելտա ֆունկցիայով [3]: Հետևաբար, (3)-ը կձևափոխվի՝

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial G}{\partial r}\right) - \frac{G}{r^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} - \sigma\mu_0\frac{\partial G}{\partial t} - \sigma\mu_0 v\frac{\partial G}{\partial z} = -\delta : \quad (6)$$

Այդ դեպքում մագնիսական դաշտի վեկտոր-պոտենցիալը կամայական տեսքի արտաքին ազդեցության համար կարելի է որոշել

$$A(z,r,t) = \sigma\mu_0\int_0^t G(z,r,t)E_0(t)\partial t$$

արտահայտությամբ, որտեղ $G = G(z,r,t)$-ը տվյալ խնդրի համար Գրինի ֆունկցիան է:

Եթե (6)-ի աջ և ձախ մասերի և եզրային պայմանների նկատմամբ կիրառենք նախ Հանկելի և ապա Լապլասի ինտեգրալ ձևափոխությունները [4],

$$\begin{cases} \overline{\Phi}(z,\lambda,t) = \displaystyle\int_0^\infty \Phi(z,r,t)J_1(\lambda r)r\partial r, \\ \overline{\overline{\Phi}}(z,\lambda,\rho) = \displaystyle\int_0^\infty \overline{\Phi}(z,\lambda,t)\exp(-\rho t)\partial t, \end{cases}$$

(3)-ը կձևափոխվի հետևյալ տեսքի.

$$\frac{d^2\overline{\overline{G}}(\lambda,\rho,z)}{dz^2} + (-\mu_0\sigma v)\frac{d\overline{\overline{G}}(\lambda,\rho,z)}{dz} + \\ + (-\lambda^2 - \mu_0\sigma\rho)\overline{\overline{G}}(\lambda,\rho,z) = -\overline{\overline{\delta}}, \quad (7)$$

որտեղ $\overline{\overline{G}}(\lambda,\rho,z)$-ն երկակի ձևափոխված Գրինի ֆունկցիան է (արտապատկերը), λ-ն և ρ-ն ձևափոխությունների պարամետրերը, $J_1(\lambda r)$ -ը՝ առաջին կարգի Բեսսելի ֆունկցիան:

Դելտա ֆունկցիայի պատկերը կլինի՝

$$\overline{\overline{\delta}} = 0.5\int_0^{\infty} J_1(\lambda r) r \,\partial r = I_1(\lambda) \;:$$

Եզրային պայմանների համար կստանանք.

$$\begin{cases} \overline{\overline{G}}_1(\lambda,\rho,0) = \overline{\overline{G}}_2(\lambda,\rho,0),\; \overline{\overline{G}}_2\left(\lambda,\rho,\dfrac{z_0}{\rho}+\dfrac{v}{\rho^2}\right) = \overline{\overline{G}}_3\left(\lambda,\rho,\dfrac{z_0}{\rho}+\dfrac{v}{\rho^2}\right), \\ \left(\dfrac{d\overline{\overline{G}}_1(\lambda,\rho,z)}{dz}\right)_0 = \left(\dfrac{d\overline{\overline{G}}_2(\lambda,\rho,z)}{dz}\right)_0, \\ \left(\dfrac{d\overline{\overline{G}}_1(\lambda,\rho,z)}{dz}\right)_{\frac{z_0}{\rho}+\frac{v}{\rho^2}} = \left(\dfrac{d\overline{\overline{G}}_2(\lambda,\rho,z)}{dz}\right)_{\frac{z_0}{\rho}+\frac{v}{\rho^2}t} : \end{cases} \tag{8}$$

Մասնակի ածանցյալներով գծային անհամասեռ դիֆերենցիալ (6) հավասարումը երկակի ձևափոխությունների շնորհիվ բերվեց երկրորդ կարգի մեկ փոփոխականի անհամասեռ դիֆերենցիալ (7) հավասարման, երկակի ձևափոխված Գրինի ֆունկցիայի նկատմամբ, որի լուծման մեթոդները հայտնի են [3].

$$\begin{cases} \overline{\overline{G}}_1(\lambda,\rho,z) = \dfrac{I_1(\lambda)}{\lambda^2+\mu_0\sigma\rho} + M_1^1 \exp(\Phi_1^1 z), \\ z \Rightarrow 0 \to -\infty, \\ \overline{\overline{G}}_2(\lambda,\rho,z) = M_1^2 \exp(\Phi_1^2 z) + M_2^2 \exp(-\Phi_1^2 z), \\ z \Rightarrow 0 \to \dfrac{z_0}{\rho}+\dfrac{v}{\rho^2}, \\ \overline{\overline{G}}_3(\lambda,\rho,z) = M_2^3 \exp(\Phi_2^3 z), \\ z \Rightarrow \dfrac{z_0}{\rho}+\dfrac{v}{\rho^2} \to +\infty : \end{cases} \tag{9}$$

Ինտեգրման հաստատունները ($M_1^1, M_1^2, M_2^2, M_2^3$) հնարավոր է որոշել եզրային պայմաններից: (8)-ից և (9)-ից հետևում է.

$$
\begin{cases}
M_1^1=\dfrac{I_1(\lambda)\lambda\left(\lambda-\dfrac{\eta^2}{50\nu}\right)}{\Gamma\eta}-\dfrac{I_1(\lambda)\lambda\left(\lambda+\dfrac{\eta^2}{50\nu}\right)\exp\left(2\lambda\left(\dfrac{z_0}{\rho}+\dfrac{\nu}{\rho^2}\right)\right)}{\Gamma\eta},\\
M_1^2=\dfrac{I_1(\lambda)\left(\lambda-\dfrac{\eta^2}{50\nu}\right)}{\Gamma},\\
M_2^2=\dfrac{I_1(\lambda)\left(\lambda+\dfrac{\eta^2}{50\nu}\right)\exp\left(2\lambda\left(\dfrac{z_0}{\rho}+\dfrac{\nu}{\rho^2}\right)\right)}{\Gamma},\\
M_2^3=\dfrac{2I_1(\lambda)\lambda\exp\left(\left(\lambda+\dfrac{\eta^2}{50\nu}\right)\left(\dfrac{z_0}{\rho}+\dfrac{\nu}{\rho^2}\right)\right)}{\Gamma},
\end{cases}
$$

որտեղ

$$
\begin{cases}
\Gamma(\lambda,\eta,\rho)=\eta\left(\,(\eta+\lambda)\left(\lambda+\dfrac{\eta^2}{50\nu}\right)\exp\left(2\lambda\left(\dfrac{z_0}{\rho}+\dfrac{\nu}{\rho^2}\right)\right)-\right.\\
\qquad\left.-\left(\lambda-\dfrac{\eta^2}{50\nu}\right)(\lambda-\eta)\,\right),\\
\eta=\sqrt{\lambda^2+\mu_0\sigma\rho}\approx\sqrt{\lambda^2+50\rho},\\
\Phi_1^1=\eta\quad \Phi_1^2=\lambda\quad \Phi_2^3\approx-\dfrac{\eta^2}{50\nu}:
\end{cases}
$$

Վեկտոր-պոտենցիալի ձևափոխված (9) արտահայտությունից իրական (օրիգինալ) արժեքին անցնելու համար պետք է կիրառել Հանկելի և Լապլասի հակադարձ ձևափոխությունները [4].

$$
\begin{cases}
\overline{\Phi}(z,r,\rho)=\displaystyle\int_0^{+\infty}\overline{\overline{\Phi}}(z,\lambda,\rho)J_1(\lambda r)\lambda\partial\lambda,\\
\Phi(z,r,t)=\displaystyle\int_0^{+\infty}\overline{\Phi}(z,r,\rho)\exp(\rho t)\partial\rho:
\end{cases}
\tag{10}
$$

Հաշվի առնելով Խեվիսաևդրի [3] ֆունկցիան՝ $\vartheta(z)$-ն, կարելի է ստանալ մագնիսական դաշտի վեկտոր-պոտենցիալի արտահայտությունը: Այդ դեպքում առաջին տիրույթի համար ունենք.

$$A_1(r,t,z)=\sigma\mu_0\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\vartheta(-z)\Bigg(\frac{I_1(\lambda)}{\eta^2}+\Bigg(\frac{I_1(\lambda)\lambda\left(\lambda-\frac{\eta^2}{50v}\right)}{\Gamma\eta}-$$

$$-\frac{I_1(\lambda)\lambda\left(\lambda+\frac{\eta^2}{50v}\right)\exp\left(2\lambda\left(\frac{z_0}{\rho}+\frac{v}{\rho^2}\right)\right)}{\Gamma\eta}\Bigg)\times$$

$$\times\exp(\eta z)\Bigg)J_1(\lambda r)\lambda\exp(\rho t)E_0(t)\partial\lambda\partial\rho\partial t,$$

երկրորդ տիրույթի համար՝

$$A_2(r,t,z)=\sigma\mu_0\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\left(\vartheta(z)-\vartheta\left(z-\left(\frac{z_0}{\rho}+\frac{v}{\rho^2}\right)\right)\right)\times$$

$$\times\Bigg(\frac{I_1(\lambda)\left(\lambda-\frac{\eta^2}{50v}\right)}{\Gamma}\exp(\lambda z)+$$

$$+\frac{I_1(\lambda)\left(\lambda+\frac{\eta^2}{50v}\right)\exp\left(2\lambda\left(\frac{z_0}{\rho}+\frac{v}{\rho^2}\right)\right)}{\Gamma}\exp(-\lambda z)\Bigg)\times$$

$$\times J_1(\lambda r)\lambda\exp(\rho t)E_0(t)\partial t\partial\lambda\partial\rho,$$

և երրորդ տիրույթի համար՝

$$A_3(r,t,z)=\sigma\mu_0\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\vartheta\left(z-\left(\frac{z_0}{\rho}+\frac{v}{\rho^2}\right)\right)\times$$

$$\times\frac{2I_1(\lambda)\lambda\exp\left(\left(\lambda+\frac{\eta^2}{50v}\right)\left(\frac{z_0}{\rho}+\frac{v}{\rho^2}\right)\right)}{\Gamma}\times$$

$$\times\exp\left(-\frac{\eta^2}{50v}z\right)J_1(\lambda r)\lambda\exp(\rho t)E_0(t)\partial t\partial\lambda\partial\rho:$$

Ունենալով մագնիսական դաշտի վեկտոր-պոտենցիալի արտահայտությունը՝ հնարավոր է հաշվարկել էլեկտրամագնիսական դաշտը բնութագրող մնացյալ վեկտորական մեծությունները.

$$\begin{cases}\vec{B}=\mathrm{rot}\,\vec{A}, \quad \vec{E}_{\text{կ}}=-\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{E}_{\text{հ}}=\vec{v}\times\vec{B},\\ \vec{j}=\sigma(\vec{E}_{\text{կ}}+\vec{E}_0+\vec{v}\times\vec{B}), \quad \vec{E}=\vec{E}_{\text{կ}}+\vec{E}_0+\vec{v}\times\vec{B}:\end{cases}$$

Վեկտոր-պոտենցիալի վերջնական ինտեգրալ արտահայտությունները հնարավոր է համակարգչի միջոցով հաշվարկել՝ Matlab, Maple, Mathcad և այլ համակարգերում:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Мирзабекян Ж.М., Казарян В.К.** Электромагнитный импульсный ускоритель для передачи ускорения твердым немагнитным телам // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-2003.-Т.56, №2. - С. 293-300.
2. **Андреев А.Н.** Индукционное ускорение и высокоскоростной привод // Электричество. - М., 1973.- №10.- С. 45-48.
3. **Зельдович Я.Б.** Элементы прикладной математики. –М.: Наука,1967. –541 с.
4. **Волков И.К.** Интегральные преобразования и операционное исчисление. - М.:МГТУ им. Баумана, 1999. –224 с.

ՀՊՃՀ: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 10.02.2004:

В.К. КАЗАРЯН

РАСЧЕТ ИМПУЛЬСНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ДВИЖУЩИХСЯ СРЕДАХ

Применением методов операционных исчислений получено значение вектора-потенциала импульсного электромагнитного поля для неферромагнитных систем, имеющих равномерно прямолинейную движущуюся часть.

V.K. GAZARYAN

CALCULATION OF PULSED ELECTROMAGNETIC FIELD FOR A MOTIONED ENVIRONMENT

By using the methods of operation calculation an expression of potential vector of pulsed electromagnetic field for nonferromagnetic system with uniform straight-line motioned part is obtained.