УДК 621.311 ЭНЕРГЕТИКА

В.С. ХАЧАТРЯН, Н.П. БАДАЛЯН, М.А. МНАЦАКАНЯН

РЕАЛИЗАЦИЯ "Y-Z, P-Q" ДИАКОПТИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА БОЛЬШОЙ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОТНОСИТЕЛЬНО U-Ψ ПАРАМЕТРОВ НЕЗАВИСИМЫХ СТАНЦИОННЫХ УЗЛОВ

Предлагается новый диакоптический метод расчета установившегося режима большой электроэнергетической системы, когда в качестве независимых переменных выбираются модули, аргументы комплексных напряжений станционных узлов и составляющие комплексных токов нагрузочных узлов.

Ключевые слова: модель, система, матрица, узел, нагрузка, параметр, мощность, рекуррентное выражение.

В настоящее время единственным перспективным направлением для решения режимных вопросов больших электроэнергетических систем (ЭЭС) становится метод диакоптики [1-7]. В опубликованных работах в качестве независимых переменных для станционных узлов были выбраны составляющие комплексных напряжений, что вызывает определенные затруднения при решении задач расчета допустимого установившегося режима. В настоящей работе в качестве независимых переменных выбираются модули и аргументы комплексных напряжений, что позволяет рассмотреть также вопрос расчета допустимого установившегося режима ЭЭС.

Рассматривается ЭЭС, состоящая из М независимых узлов. После удаления соответствующего количества линий электропередач ЭЭС, состоящая из М независимых узлов, представляется в виде совокупности радиально связанных N подсистем, состоящих соответственно из $M_1,\ M_2,\ \dots,\ M_N$ узлов так, что $M_1+M_2+\dots$. .+ $M_N=M$.

Для построения соответствующей математической модели принимается та же система индексов, что и в [1]. В результате диакоптическая математическая модель большой ЭЭС представляется как совокупность математической модели радиально связанных подсистем.

Для первой подсистемы имеем

$$\begin{cases}
\Phi_{pn_1} \left(U_{m_1}, \Psi_{Um_1} \right) = 0, \\
\Phi_{qn_1} \left(U_{m_1}, \Psi_{Um_1} \right) = 0;
\end{cases}$$
(1)

$$\begin{cases}
\Phi_{p\ell_1}(I'_{k_1}, I''_{k_1}) = 0, \\
\Phi_{q\ell_1}(I'_{k_1}, I''_{k_1}) = 0;
\end{cases}$$
(2)

для второй подсистемы:

$$\begin{cases}
\Phi_{pn_2} \left(U_{m_2}, \Psi_{Um_2} \right) = 0, \\
\Phi_{qn_2} \left(U_{m_2}, \Psi_{Um_2} \right) = 0;
\end{cases}$$
(3)

$$\begin{cases}
\Phi_{p\ell_{2}}(I'_{k_{2}}, I''_{k_{2}}) = 0, \\
\Phi_{q\ell_{2}}(I'_{k_{3}}, I''_{k_{3}}) = 0;
\end{cases}$$
(4)

для последней N-й подсистемы:

$$\begin{cases}
\Phi_{pn_{H}} \left(U_{m_{H}}, \Psi_{Um_{H}} \right) = 0, \\
\Phi_{qn_{H}} \left(U_{m_{H}}, \Psi_{Um_{H}} \right) = 0;
\end{cases}$$
(5)

$$\begin{cases}
\Phi_{p\ell_{H}}(I'_{k_{H}}, I''_{k_{H}}) = 0, \\
\Phi_{q\ell_{H}}(I'_{k_{H}}, I''_{k_{H}}) = 0.
\end{cases}$$
(6)

В развернутой форме уравнения отдельных подсистем можно представить в виде

$$\begin{cases}
\Phi_{pn_{i}}(U_{m_{i}}, \Psi_{Um_{i}}) = \left\{P_{n_{i}} - \left[P_{Bn_{i}} + \phi_{pn_{i}}(U_{m_{i}}, \Psi_{Um_{i}})\right]\right\} = 0, \\
\Phi_{qn_{i}}(U_{m_{i}}, \Psi_{Um_{i}}) = \left\{Q_{n_{i}} - \left[Q_{Bn_{i}} + \phi_{qn_{i}}(U_{m_{i}}, \Psi_{Um_{i}})\right]\right\} = 0;
\end{cases} (7)$$

$$\begin{cases}
\Phi_{p\ell_{i}}(I'_{k_{i}}, I''_{k_{i}}) = \{P_{\ell_{i}} - [P_{B\ell_{i}} + \varphi_{p\ell_{i}}(I'_{k_{i}}, I''_{k_{i}})]\} = 0, \\
\Phi_{q\ell_{i}}(I'_{k_{i}}, I''_{k_{i}}) = \{Q_{\ell_{i}} - [Q_{B\ell_{i}} + \varphi_{q\ell_{i}}(I'_{k_{i}}, I''_{k_{i}})]\} = 0, \\
i = 1, 2, 3, \dots, N.
\end{cases}$$
(8)

Функции $\,\phi_{pn_i}\,$, $\,\phi_{qn_i}\,$, $\,\phi_{p\ell_i}\,$ и $\,\phi_{q\ell_i}\,$, входящие в (7) и (8), приведены в [6], где приводятся также аналитические выражения $\,P_{Bn_i}\,$, $\,Q_{Bn_i}\,$, $\,P_{B\ell_i}\,$ и $\,Q_{B\ell_i}\,$.

В настоящей работе предлагается решение систем уравнений (7) и (8) методом минимизации или второго порядка с применением неособенных квадратных матриц Гессе. Применение данного метода требует построения следующей вспомогательной квадратичной функции для любой подсистемы:

$$F_{i}\left(U,\Psi\right) = \sum_{i} \left(\Phi_{pn_{i}}^{2} + \Phi_{qn_{i}}^{2}\right). \tag{9}$$

Введем следующее обозначение:

$$W = (U, \Psi). \tag{10}$$

Тогда функция (9) принимает вид

$$F_{i}(W) = \sum_{i} (\Phi_{pn_{i}}^{2} + \Phi_{qn_{i}}^{2}).$$
 (11)

Разлагая функцию (11) в ряд Тейлора, получим

$$F(W) = F(W^{0}) + \frac{\partial F(W)}{\partial W} \Big|_{\omega^{0}} \Delta W + \frac{1}{2} \Delta W^{T} \frac{\partial^{2} F(W)}{\partial W^{2}} \Big|_{\omega^{0}} \Delta W + F(W)_{b}, (12)$$

где $F(W)_b$ - члены ряда Тейлора выше второго порядка; T - знак транспонирования.

Пренебрегая $F(W)_b$, выражение (12) примет вид

$$F(W) = F(W^{0}) + \frac{\partial F(W)}{\partial W} \bigg|_{\omega^{0}} \Delta W + \frac{1}{2} \Delta W^{T} \frac{\partial^{2} F(W)}{\partial W^{2}} \bigg|_{\omega^{0}} \Delta W . \quad (13)$$

Теперь необходимо найти приращение ΔW вектора W , минимизирующего функцию (13). Производная функция (13) по ΔW дает

$$\frac{\partial \Phi(\mathbf{W})}{\partial \Delta \mathbf{W}} = 0 \tag{14}$$

или

$$\frac{\partial \Phi(\mathbf{W})}{\partial \Delta \mathbf{W}} \left[\Phi(\mathbf{W}^{0}) + \frac{\partial \Phi(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \right]_{\omega^{0}} \Delta \mathbf{W} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{W}^{T} \frac{\partial^{2} \Phi(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}^{2}} \right]_{\omega^{0}} \Delta \mathbf{W} = 0.(15)$$

Поскольку

$$\frac{\partial \Phi\left(\mathbf{W}^{0}\right)}{\partial \Delta \mathbf{W}} = 0 , \qquad (16)$$

выражение (15) принимает более упрощенный вид:

$$\frac{\partial}{\partial \Delta W} \left[\frac{\partial \Phi(W)}{\partial W} \Big|_{\omega^{0}} \Delta W + \frac{1}{2} \Delta W^{T} \frac{\partial^{2} \Phi(W)}{\partial W^{2}} \Big|_{\omega^{0}} \Delta W \right] = 0. \quad (17)$$

Рассмотрим частные производные в отдельности:

$$\frac{\partial \Phi(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \bigg|_{\omega^0} + \frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}^2} \bigg|_{\omega^0} \Delta \mathbf{W} = 0 \tag{18}$$

или

$$\frac{\partial^2 \Phi(W)}{\partial W^2} \bigg|_{\Omega^0} \Delta W = -\frac{\partial \Phi(W)}{\partial W} \bigg|_{\Omega^0}. \tag{19}$$

Введем следующие обозначения:

$$\left[\frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}^2}\right] = [\mathbf{H}(\mathbf{W})],\tag{20}$$

где [H(W)] - матрица Гессе, элементы которой состоят из частных производных второго порядка от заданной функции. Матрица Гессе является квадратной и особенной, в силу чего имеет обратную ей матрицу.

С другой стороны,

$$\left[\frac{\partial \Phi(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}}\right] = \left[G(\mathbf{W})\right] \tag{21}$$

и является столбцевой матрицей градиента от заданной нелинейной функции.

В результате выражение (19) принимает следующий вид:

$$\Delta W = -[H(W)]_{\omega}^{-1} \times [G(W)]_{\omega}^{0}. \tag{22}$$

Выражение (22) изображает приращение вектора W и является его корректирующим элементом.

Новый вектор определяется в виде

$$[\mathbf{W}]^{1} = [\mathbf{W}]^{0} + [\Delta \mathbf{W}]. \tag{23}$$

Для произвольного N-го шага или итерации выражение (23) представляется как рекуррентное выражение в виде

$$[W]^{N+1} = [W]^{N} + [\Delta W]^{N}$$
(24)

или в регулярной форме:

$$[W]^{N+1} = [W]^{N} - [H(W)]^{-1} \times [G(W)],$$
 (25)

где N – номер итерации или шага.

Поскольку вектор W состоит из двух компонентов U и $\Psi_{\rm U}$, то рекуррентное выражение (25) в развернутой форме представляется в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{m_{i}} \\ -\mathbf{V}_{Um_{i}} \end{bmatrix}^{N+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{m_{i}} \\ -\mathbf{V}_{Um_{i}} \end{bmatrix}^{N} - \begin{bmatrix} \frac{\partial^{2}F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{U}_{m_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{Un_{i}}} & \frac{\partial^{2}F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{U}_{m_{i}} \partial \mathbf{U}_{n_{i}}} & \frac{\partial^{2}F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{U_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{U_{i}}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{U}_{m_{i}}} & \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Un_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{U_{i}}} & \frac{\partial^{2}F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{U_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{U_{i}}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}}} & \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{U_{i}}} & \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{U_{i}}} & \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{U_{i}}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}}} & \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{U_{i}}} & \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{U_{i}}} & \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}}} & \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{U_{i}}} & \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{U_{i}}} & \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}}} & \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}} \partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}}} & \frac{\partial F(\mathbf{U}, \mathbf{\Psi}_{U})}{\partial \mathbf{\Psi}_{Um_{i}} & \frac{\partial F($$

Частные производные первого порядка, входящие в столбцевую матрицу градиентов, определяются в виде

$$\frac{\partial F(U, \Psi)}{\partial U_{m_i}} = 2\sum_{i} \left(\Phi_{pn_i} \frac{\partial \Phi_{pn_i}}{\partial U_{m_i}} + \Phi_{qn_i} \frac{\partial \Phi_{qn_i}}{\partial U_{m_i}} \right), \tag{27}$$

$$\frac{\partial F(U, \Psi)}{\partial \Psi_{Um_i}} = 2\sum_{i} \left(\Phi_{pn_i} \frac{\partial \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{Um_i}} + \Phi_{qn_i} \frac{\partial \Phi_{qn_i}}{\partial \Psi_{Um_i}} \right). \tag{28}$$

Частные производные второго порядка, входящие в матрицу Гессе рекуррентного выражения (26), определяются в виде

$$\frac{\partial^{2}F(U,\Psi)}{\partial U_{m_{i}}\partial U_{n_{i}}} = 2\sum_{i} \left(\frac{\partial \Phi_{pn_{i}}}{\partial U_{m_{i}}} \frac{\partial \Phi_{pn_{i}}}{\partial U_{n_{i}}} + \Phi_{pn_{i}} \frac{\partial^{2}\Phi_{pn_{i}}}{\partial U_{m_{i}}\partial U_{n_{i}}} + \frac{\partial^{2}\Phi_{qn_{i}}}{\partial U_{m_{i}}\partial U_{n_{i}}} + \frac{\partial^{2}\Phi_{qn_{i}}}{\partial U_{m_{i}}\partial U_{n_{i}}} + \frac{\partial^{2}\Phi_{qn_{i}}}{\partial U_{m_{i}}\partial U_{n_{i}}} \right), \tag{29}$$

$$\frac{\partial^{2} F(U, \Psi)}{\partial U_{m_{i}} \partial \Psi_{U_{n_{i}}}} = 2 \sum_{i} \left(\frac{\partial \Phi_{pn_{i}}}{\partial U_{m_{i}}} \frac{\partial \Phi_{pn_{i}}}{\partial \Psi_{U_{n_{i}}}} + \Phi_{pn_{i}} \frac{\partial^{2} \Phi_{pn_{i}}}{\partial U_{m_{i}} \partial \Psi_{U_{n_{i}}}} + \frac{\partial^{2} \Phi_{qn_{i}}}{\partial U_{m_{i}} \partial \Psi_{U_{n_{i}}}} + \frac{\partial^{2} \Phi_{qn_{i}}}{\partial U_{m_{i}} \partial \Psi_{U_{n_{i}}}} + \frac{\partial^{2} \Phi_{qn_{i}}}{\partial U_{m_{i}} \partial \Psi_{U_{n_{i}}}} \right),$$
(30)

$$\begin{split} \frac{\partial^{2}F\left(U,\Psi\right)}{\partial\Psi_{Um_{i}}\partial U_{n_{i}}} &= 2\sum_{i} \left(\frac{\partial\Phi_{pn_{i}}}{\partial\Psi_{Um_{i}}} \frac{\partial\Phi_{pn_{i}}}{\partial U_{n_{i}}} + \Phi_{pn_{i}} \frac{\partial^{2}\Phi_{pn_{i}}}{\partial\Psi_{Um_{i}}\partial U_{n_{i}}} + \right. \\ &\left. + \frac{\partial\Phi_{qn_{i}}}{\partial\Psi_{Um_{i}}} \frac{\partial\Phi_{qn_{i}}}{\partial U_{n_{i}}} + \Phi_{qn_{i}} \frac{\partial^{2}\Phi_{qn_{i}}}{\partial\Psi_{Um_{i}}\partial U_{n_{i}}} \right), \end{split} \tag{31}$$

$$\frac{\partial^{2} F(U, \Psi)}{\partial \Psi_{Um_{i}} \partial \Psi_{Un_{i}}} = 2 \sum_{i} \left(\frac{\partial \Phi_{pn_{i}}}{\partial \Psi_{Um_{i}}} \frac{\partial \Phi_{pn_{i}}}{\partial \Psi_{Un_{i}}} + \Phi_{pn_{i}} \frac{\partial^{2} \Phi_{pn_{i}}}{\partial \Psi_{Um_{i}} \partial \Psi_{Un_{i}}} + \frac{\partial^{2} \Phi_{qn_{i}}}{\partial \Psi_{Um_{i}} \partial \Psi_{Un_{i}}} + \frac{\partial^{2} \Phi_{qn_{i}}}{\partial \Psi_{Um_{i}} \partial \Psi_{Un_{i}}} + \frac{\partial^{2} \Phi_{qn_{i}}}{\partial \Psi_{Um_{i}} \partial \Psi_{Un_{i}}} \right),$$
(32)

$$\frac{\partial^{2} F(U, \Psi)}{\partial \Psi_{m_{i}}^{2}} = 2 \sum_{i} \left(\frac{\partial \Phi_{pn_{i}}}{\partial \Psi_{m_{i}}} \frac{\partial \Phi_{pn_{i}}}{\partial \Psi_{m_{i}}} + \Phi_{pn_{i}} \frac{\partial^{2} \Phi_{pn_{i}}}{\partial \Psi_{m_{i}} \partial \Psi_{m_{i}}} + \frac{\partial^{2} \Phi_{qn_{i}}}{\partial \Psi_{m_{i}} \partial \Psi_{m_{i}}} + \frac{\partial^{2} \Phi_{qn_{i}}}{\partial \Psi_{m_{i}} \partial \Psi_{m_{i}}} + \frac{\partial^{2} \Phi_{qn_{i}}}{\partial \Psi_{m_{i}} \partial \Psi_{m_{i}}} \right),$$
(33)

$$\frac{\partial^{2} F(U, \Psi)}{\partial U_{m_{i}}^{2}} = 2 \sum_{i} \left(\frac{\partial \Phi_{pn_{i}}}{\partial U_{m_{i}}} \frac{\partial \Phi_{pn_{i}}}{\partial U_{m_{i}}} + \Phi_{pn_{i}} \frac{\partial^{2} \Phi_{pn_{i}}}{\partial U_{m_{i}} \partial U_{m_{i}}} + \frac{\partial^{2} \Phi_{qn_{i}}}{\partial U_{m_{i}} \partial U_{m_{i}}} + \frac{\partial^{2} \Phi_{qn_{i}}}{\partial U_{m_{i}} \partial U_{m_{i}}} + \frac{\partial^{2} \Phi_{qn_{i}}}{\partial U_{m_{i}} \partial U_{m_{i}}} \right).$$
(34)

Для перехода от неявновыраженных форм частных производных к явновыраженным формам функций ϕ_{pm_i} и ϕ_{qm_i} удобнее их представить в виде

$$\Phi_{pn_{i}} = P_{n_{i}} - \left\{ P_{Bn_{i}} + g_{n_{i},n_{i}} U_{n_{i}}^{2} + \sum_{\substack{m_{i} \\ m_{i} \neq n_{i}}} U_{n_{i}} \left[g_{n_{i},m_{i}} \cos \left(\Psi_{Un_{i}} - \Psi_{Um_{i}} \right) + \right. \right.$$

$$+ b_{n_{i},m_{i}} \sin \left(\Psi_{Un_{i}} - \Psi_{Um_{i}} \right) \right] U_{m_{i}} \right\},$$

$$\Phi_{qn_{i}} = Q_{n_{i}} - \left\{ Q_{Bn_{i}} - b_{n_{i},n_{i}} U_{n_{i}}^{2} + \sum_{\substack{m_{i} \\ m_{i} \neq n_{i}}} U_{n_{i}} \left[g_{n_{i},m_{i}} \sin \left(\Psi_{Un_{i}} - \Psi_{Um_{i}} \right) - \right.$$

$$- b_{n_{i},m_{i}} \cos \left(\Psi_{Un_{i}} - \Psi_{Um_{i}} \right) \right] U_{m_{i}} \right\}.$$
(35)

Пользуясь выражениями (35) и (36), можно определить частные производные первого и второго порядков, входящие в (27)-(34).

Частные производные первого и второго порядка, входящие в (27) и (28), определяются в виде:

– при одинаковых индексах, т.е. когда $m_i = n_i$:

$$\frac{\partial \Phi_{pn_{i}}}{\partial U_{n_{i}}} = -\left\{ \frac{\partial P_{Bn_{i}}}{\partial U_{n_{i}}} + 2g_{n_{i},n_{i}}U_{n_{i}} + \sum_{\substack{m_{i} \\ m_{i} \neq n_{i}}} \left[g_{n_{i},m_{i}} \cos \left(\Psi_{Un_{i}} - \Psi_{Um_{i}} \right) + \right. \right. \\
\left. + b_{n_{i},m_{i}} \sin \left(\Psi_{Un_{i}} - \Psi_{Um_{i}} \right) \right] U_{m_{i}} \right\}, \tag{37}$$

$$\frac{\partial \Phi_{qn_{i}}}{\partial U_{n_{i}}} = -\left\{ \frac{\partial Q_{Bn_{i}}}{\partial U_{n_{i}}} - 2b_{n_{i},n_{i}}U_{n_{i}} + \sum_{\substack{m_{i} \\ m_{i} \neq n_{i}}} \left[g_{n_{i},m_{i}} \sin \left(\Psi_{Un_{i}} - \Psi_{Um_{i}} \right) - \right. \\
\left. - b_{n_{i},m_{i}} \cos \left(\Psi_{Un_{i}} - \Psi_{Um_{i}} \right) \right] U_{m_{i}} \right\}, \tag{38}$$

$$\frac{\partial \Phi_{pn_{i}}}{\partial \Psi_{Un_{i}}} = -\left\{ \frac{\partial P_{En_{i}}}{\partial \Psi_{Un_{i}}} - \sum_{\substack{m_{i} \\ m_{i} \neq n_{i}}} U_{n_{i}} \left[g_{n_{i},m_{i}} \sin \left(\Psi_{Un_{i}} - \Psi_{Um_{i}} \right) - b_{n_{i},m_{i}} \cos \left(\Psi_{Un_{i}} - \Psi_{Um_{i}} \right) \right] U_{m_{i}} \right\},$$
(39)

$$\frac{\partial \Phi_{qn_{i}}}{\partial \Psi_{Un_{i}}} = -\left\{ \frac{\partial Q_{Bn_{i}}}{\partial \Psi_{Un_{i}}} - \sum_{\substack{m_{i} \\ m_{i} \neq n_{i}}} U_{n_{i}} \left[g_{n_{i},m_{i}} \cos \left(\Psi_{Un_{i}} - \Psi_{Um_{i}} \right) + b_{n_{i},m_{i}} \sin \left(\Psi_{Un_{i}} - \Psi_{Um_{i}} \right) \right] U_{m_{i}} \right\}.$$
(40)

Для определения частных производных $\partial P_{\text{Bn}_i}/\partial U_{n_i}$, $\partial Q_{\text{Bn}_i}/\partial U_{n_i}$, $\partial P_{\text{Bn}_i}/\partial \Psi_{\text{Un}_i}$ и $\partial Q_{\text{Bn}_i}/\partial \Psi_{\text{Un}_i}$ имеем

$$\begin{split} P_{En_{i}} &= - \sum_{m_{i}} \left(g_{n_{i},m_{i}} \cos \Psi_{Un_{i}} + b_{n_{i},m_{i}} \sin \Psi_{Un_{i}} \right) \! U_{0} U_{n_{i}} + \\ &+ \sum_{\ell_{i}} \! \left[\! \left(A_{n_{i},\ell_{i}}' I_{\ell_{i}}' - A_{n_{i},\ell_{i}}'' I_{\ell_{i}}'' \right) \! \cos \Psi_{Un_{i}} + \! \left(A_{n_{i},\ell_{i}}' I_{\ell_{i}}'' + A_{n_{i},\ell_{i}}' I_{\ell_{i}}' \right) \! \sin \Psi_{Un_{i}} \right] U_{n_{i}} \,, \end{split} \label{eq:PEn_i}$$

$$\begin{split} Q_{Bn_{i}} &= - \sum_{m_{i}} \left(g_{n_{i},m_{i}} \sin \Psi_{Un_{i}} - b_{n_{i},m_{i}} \cos \Psi_{Un_{i}} \right) \! U_{0} U_{n_{i}} + \\ &+ \sum_{\ell_{i}} \left[\left(A_{n_{i},\ell_{i}}^{\prime} I_{\ell_{i}}^{\prime} - A_{n_{i},\ell_{i}}^{\prime\prime} I_{\ell_{i}}^{\prime\prime} \right) \! \sin \Psi_{Un_{i}} - \left(A_{n_{i},\ell_{i}}^{\prime} I_{\ell_{i}}^{\prime\prime} + A_{n_{i},\ell_{i}}^{\prime\prime} I_{\ell_{i}}^{\prime} \right) \! \cos \Psi_{Un_{i}} \right] U_{n_{i}} \,. \end{split} \tag{42}$$

В результате имеем

$$\frac{\partial P_{Bn_{i}}}{\partial U_{n_{i}}} = -\sum_{m_{i}} \left(g_{n_{i},m_{i}} \cos \Psi_{Un_{i}} + b_{n_{i},m_{i}} \sin \Psi_{Un_{i}} \right) U_{0} +
+ \sum_{\ell_{i}} \left[\left(A'_{n_{i},\ell_{i}} I'_{\ell_{i}} - A''_{n_{i},\ell_{i}} I''_{\ell_{i}} \right) \cos \Psi_{Un_{i}} + \left(A'_{n_{i},\ell_{i}} I''_{\ell_{i}} + A''_{n_{i},\ell_{i}} I'_{\ell_{i}} \right) \sin \Psi_{Un_{i}} \right],$$
(43)

$$\frac{\partial Q_{Bn_{i}}}{\partial U_{n_{i}}} = -\sum_{m_{i}} \left(g_{n_{i},m_{i}} \sin \Psi_{Un_{i}} + b_{n_{i},m_{i}} \cos \Psi_{Un_{i}} \right) U_{0} +
+ \sum_{\ell_{i}} \left[\left(A'_{n_{i},\ell_{i}} I'_{\ell_{i}} - A''_{n_{i},\ell_{i}} I''_{\ell_{i}} \right) \sin \Psi_{Un_{i}} - \left(A'_{n_{i},\ell_{i}} I''_{\ell_{i}} + A''_{n_{i},\ell_{i}} I'_{\ell_{i}} \right) \cos \Psi_{Un_{i}} \right],$$
(44)

$$\begin{split} \frac{\partial P_{Bn_{i}}}{\partial \Psi_{Un_{i}}} &= \sum_{m_{i}} \left(g_{n_{i},m_{i}} \sin \Psi_{Un_{i}} - b_{n_{i},m_{i}} \cos \Psi_{Un_{i}} \right) U_{0} U_{n_{i}} - \\ &- \sum_{\ell_{i}} \left[\left(A'_{n_{i},\ell_{i}} I'_{\ell_{i}} - A''_{n_{i},\ell_{i}} I''_{\ell_{i}} \right) \sin \Psi_{Un_{i}} - \left(A'_{n_{i},\ell_{i}} I''_{\ell_{i}} + A''_{n_{i},\ell_{i}} I'_{\ell_{i}} \right) \cos \Psi_{Un_{i}} \right] U_{n_{i}} , \end{split}$$
(45)

$$\frac{\partial Q_{Bn_{i}}}{\partial \Psi_{Un_{i}}} = -\sum_{m_{i}} \left(g_{n_{i},m_{i}} \cos \Psi_{Un_{i}} + b_{n_{i},m_{i}} \sin \Psi_{Un_{i}}\right) U_{0} U_{n_{i}} + \\
+ \sum_{\ell_{i}} \left[\left(A'_{n_{i},\ell_{i}} I'_{\ell_{i}} - A''_{n_{i},\ell_{i}} I''_{\ell_{i}}\right) \cos \Psi_{Un_{i}} + \left(A'_{n_{i},\ell_{i}} I''_{\ell_{i}} + A''_{n_{i},\ell_{i}} I'_{\ell_{i}}\right) \sin \Psi_{Un_{i}} \right].$$
(46)

Устанавливая аналитические выражения, входящие в (26), переходим к решению систем нелинейных алгебраических уравнений (8) методом минимизации или второго порядка. При этом рассматривается следующая квадратная минимизирующая функция:

$$F(I) = \sum_{i} (\Phi_{pk_{i}}^{2} + \Phi_{qk_{i}}^{2}). \tag{47}$$

Поступая аналогичным образом, устанавливаем следующее рекуррентное выражение:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}'_{\mathbf{k}_{i}} \\ - \\ \mathbf{I}''_{\mathbf{k}_{i}} \end{bmatrix}^{N+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}'_{\mathbf{k}_{i}} \\ - \\ \mathbf{I}''_{\mathbf{k}_{i}} \end{bmatrix}^{N} - \begin{bmatrix} \frac{\partial^{2} \mathbf{F}(\mathbf{I})}{\partial \mathbf{I}'_{\mathbf{k}_{i}} \partial \mathbf{I}'_{\ell_{i}}} & \frac{\partial^{2} \mathbf{F}(\mathbf{I})}{\partial \mathbf{I}'_{\mathbf{k}_{i}} \partial \mathbf{I}''_{\ell_{i}}} \\ \frac{\partial^{2} \mathbf{F}(\mathbf{I})}{\partial \mathbf{I}''_{\mathbf{k}_{i}} \partial \mathbf{I}''_{\ell_{i}}} & \frac{\partial^{2} \mathbf{F}(\mathbf{I})}{\partial \mathbf{I}''_{\mathbf{k}_{i}} \partial \mathbf{I}''_{\ell_{i}}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{I})}{\partial \mathbf{I}'} \\ \frac{\partial \mathbf{I}'}{\partial \mathbf{F}(\mathbf{I})} \\ \frac{\partial \mathbf{I}'}{\partial \mathbf{I}''_{\mathbf{k}_{i}} \partial \mathbf{I}''_{\ell_{i}}} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$(48)$$

Частные производные первого и второго порядков, входящие в рекуррентное выражение (48), подробно приводятся в [6].

При наличии аналитических выражений необходимых частных производных первого и второго порядков предлагается соответствующий вычислительный алгоритм для реализации численных математических моделей, суть которого заключается в том, что, строя численные математические модели установившегося режима, последовательно осуществляется их реализация методом минимизации или второго порядка с применением матрицы Гессе.

Итерационный процесс считается завершенным, если точность вычисления режимных параметров как станционных, так и нагрузочных узлов удовлетворяет требуемым условиям.

При этом в качестве условий сходимости решения соответствующих систем нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС представляются:

– для станционных узлов отдельных подсистем:

$$\left| P_{n_i} - \left(P_{Bn_i} + \phi_{pn_i} \right) \le \Delta P_{n_i} \right. \tag{49}$$

$$\begin{split} & \left| Q_{n_{i}} - \left(Q_{Bn_{i}} + \phi_{qn_{i}} \right) \right| \leq \Delta Q_{n_{i}} \,, \\ & i = 1, \, 2, \, 3, \, \dots, \, N \,; \end{split} \tag{50}$$

– для нагрузочных узлов отдельных подсистем:

$$\left| P_{\ell_i} - \left(P_{\mathrm{B}\ell_i} + \varphi_{\mathrm{p}\ell_i} \right) \right| \le \Delta P_{\ell_i}, \tag{51}$$

$$\left| \mathbf{Q}_{\ell_{i}} - \left(\mathbf{Q}_{\mathsf{B}\ell_{i}} + \boldsymbol{\varphi}_{\mathsf{q}\ell_{i}} \right) \right| \leq \Delta \mathbf{Q}_{\ell_{i}}, \qquad (52)$$

$$i = 1, 2, 3, ..., N.$$

Как и в предыдущих случаях, для облегчения условий сходимости принимаются:

$$\Delta P_{n_i} = \Delta P_{\ell_i} = \Delta P, \qquad (53)$$

$$\Delta Q_{n_i} = \Delta Q_{\ell_i} = \Delta Q. \tag{54}$$

Как видно, положительные величины ΔP и ΔQ характеризуют точность получения искомых режимных параметров отдельных подсистем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. **Хачатрян В. С., Бадалян Н. П.** Решение (Y-Z)-уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом декомпозиции // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 1997.-Т. 50, № 2.-С. 96-103.
- 2. **Хачатрян В. С., Бадалян Н. П.** Решение Y-Z формы уравнения установившегося режима ЭЭС методом декомпозиции при P-U типе станционных узлов // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. TH.-1998.-T. 51, № 3.-C. 287-295.
- 3. **Хачатрян В. С., Этмекчян Э. А., Бадалян Н. П.** Решение гибридных уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом диакоптики // Электричество.-1999.-№ 4.-С. 7-12.
- 4. **Хачатрян В. С., Бадалян Н. П., Хачатрян К. В., Маркарян К. К.** Метод коррекции Y-Z расчетной матрицы электроэнергетической системы // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 2001.-T. 54, № 1.-C. 41-46.
- 5. **Бадалян Н. П.** Построение "Y-Z, P-Q" математической модели установившегося режима ЭЭС и ее реализация методом минимизации // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-2001.-Т. 54, № 3.-С. 372-378.
- 6. **Хачатрян В. С., Бадалян Н. П.** Диакоптическая "Y-Z, P-U" математическая модель установившегося режима электроэнергетической системы и ее реализация методом минимизации // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-2002.- Т 55, № 3.-С. 392-399.
- 7. **Хачатрян В. С., Бадалян Н. П.** Расчет установившегося режима большой электроэнергетической системы методом диакоптики // Электричество.-2003.-№ 6.-С. 13-17.
- 8. ГИУА. Материал поступил в редакцию 22.11.2002.

Վ. Մ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ն. Պ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Մ. Ա. ՄՆԱՅԱԿԱՆՅԱՆ

ՄԵԾ ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՌԵԺԻՄԻ ԴԻԱԿՈՊՏԻԿԱԿԱՆ "Y-Z, P-Q" ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԻ ԻՐԱՑՈՒՄՆ ԱՆԿԱԽ ԿԱՅԱՆՆԵՐԻ Ս-Ψ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՆԿԱՏՄԱՄԲ

Առաջարկվում է նոր դիակոպտիկական մեթող մեծ էլեկտրաէներգետիկական համակարգի կայունացված ռեժիմի հաշվման համար, երբ որպես անկախ փոփոխականներ ընտրվում են կայանային հանգույցների համալիր լարումների մոդուլներն ու արգումենտները և բեռային հանգույցների համալիր հոսանքների բաղադրիչները։

V.S. KHACHATRYAN, N.P. BADALYAN, M.A. MNATSAKANYAN

Y-Z, P-Q DIACOPTIC LARGE ELECTRICAL POWER SYSTEM REALIZATION RELATIVE TO U-Ψ PARAMETERS OF INDEPENDENT STATION UNIT

A new diacoptic method of steady-state conditions when modules, arguments of complex station unit voltages and components of complex loading unit currents are chosen as independent variables is proposed.