

Г.Г. ШЕКЯН, Э.П. ХАЛАТЯН, Г.В. ЗАХАРЯНЦ

ИЗМЕНЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА ПРИ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Показано, что в элементах конструкции машин и механизмов под воздействием высокочастотных механических колебаний возникает динамическая ползучесть. На основании проведенных исследований получено для линейных систем интегро-дифференциальное уравнение ползучести.

Ключевые слова: динамическая ползучесть, вязко-упругое тело, частота нагружения.

При высокочастотных нагружениях конструктивных элементов машин и механизмов наблюдаются изменения механических свойств материалов, вследствие чего возникает явление холодной ползучести. В зависимости от материала конструктивного элемента и температуры высокочастотная составляющая воздействующей нагрузки может повышать или понижать скорость ползучести [1].

В опытах Гринвуда [2] (на свинцовом образце) было обнаружено, что скорость ползучести до десятка раз увеличивается при наложении переменной составляющей нагрузки. Оказалось, что вибрационная нагрузка существенно ускоряет процесс рекристаллизации свинца [3]. Влияние вибрационной нагрузки на структурное изменение в материале отмечалось рядом других авторов [4]. В работах Гварниери [5,6] показано, что у хромоникелевой стали и алюминиевого сплава переменная нагрузка ускоряет ползучесть.

В наших опытах также обнаружено, что ползучесть свинца, меди, алюминия при нормальной температуре под воздействием переменной нагрузки происходит довольно интенсивно. Опыты были сравнительно непродолжительными (около суток), уровень напряжений был невысок, но ползучесть испытуемого образца была заметна невооруженным глазом. Структурный анализ образца после испытаний показал существенное изменение строения кристаллической решетки.

Явление динамической ползучести было известно достаточно давно, в особенности для материалов органического происхождения, однако учет ползучести при механических расчетах конструкций не вызывался серьезной необходимостью, пока скорости машин и манипуляторов, а также виброактивность некоторых специальных агрегатов не повысили на несколько порядков. При этом первые наблюдения над ползучестью при низких температурах носили количественный характер.

Линейная теория совершенно неприемлема для описания ползучести металлов, тем более при переменном нагружении. По существу, первым серьезным приложением теории линейной вязко-упругости являлось исследование ползучести бетона.

Как известно, напряжение и скорость деформации в вязкой жидкости связаны законом вязкости Ньютона:

$$\sigma = 3\eta\dot{\varepsilon}.$$

В упругом материале напряжения и деформации связаны законом Гука:

$$\sigma = E\varepsilon.$$

При попытке описать деформацию твердого тела, происходящую во времени, вероятно, необходимо объединить свойства вязкости и упругости (7).

Таким образом, мы приходим к представлению о вязко-упругом теле Максвелла, для которого связь между напряжениями и деформациями представляется уравнением

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{3\eta}. \quad (1)$$

Если действующая на тело постоянная составляющая напряжения преобладает над переменной составляющей, то можно предполагать, что деформация происходит с постоянной скоростью.

Предположим теперь, что тело растянуто напряжением σ_0 и в этом же направлении приложено переменное напряжение, изменяющееся по закону $\sigma_v(\cos)t$, где σ_v - амплитуда напряжения; ω - частота изменения напряжения. Тогда уравнение (1) примет вид

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{E\tau}, \text{ где } \tau = \frac{3\eta}{E}, \sigma = \sigma_v \cos \omega t. \quad (2)$$

Решение (2) дает

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} + \frac{\sigma_0}{E\tau}t + \frac{\sigma_v}{E\tau\omega} \sin \omega t. \quad (3)$$

Как видно из (3), третий член, обусловленный наличием переменной составляющей напряжения, знакопеременен и не может влиять на величину нарастания деформации. Этот вывод противоречит экспериментальным данным. Противоречивый результат получен из-за того, что не были приняты во внимание структурные изменения в теле, которые происходят из-за переменности напряжения. На самом деле, если в исходном уравнении принять модуль упругости переменным, т.е. изменяющимся по мере изменения структуры материала, то получим совсем другие результаты. Если следовать гипотезе Фохта, т.е.

$$(\sigma_1 + \sigma_2 = E\varepsilon + 3\eta\dot{\varepsilon} = E(\varepsilon + \tau\dot{\varepsilon})),$$

то получим

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0 + \sigma_v \sin \omega t}{E} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]. \quad (4)$$

Комбинируя вязко-упругое тело Максвелла и Фохта, можно получить реологическую модель (рис.1), которая, по крайней мере, лучше воспроизводит поведение реальных твердых тел под нагрузкой, согласно которой $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$, где

$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E_1}$, а ε_2 связано с силой соотношением (4), а именно:

$$\sigma = E_2\varepsilon_2 + 3\eta\dot{\varepsilon}_2.$$

Исключая ε_1 и ε_2 , получим

$$\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)\sigma + \frac{3\eta}{E_1 E_2} \dot{\sigma} = \varepsilon + \frac{3\eta}{E_2} \dot{\varepsilon}.$$

Приняв $E_1 = E$, $\frac{E_1 + E_2}{3\eta} = \lambda$, $\frac{E_2}{3\eta} = \mu$, будем иметь

$$\dot{\sigma} + \lambda\sigma = E(\dot{\varepsilon} + \mu\varepsilon), \quad (5)$$

где E , λ и μ изменяются по изменению структуры материала, но всегда выполняется условие $\lambda > \mu$, что следует из рассмотренной модели.

Уравнение (5) можно разрешить относительно напряжения или относительной деформации.

Тогда напряжение выразится через деформацию следующим образом:

$$\sigma = E_0\varepsilon - (\lambda - \mu) \int_{-\infty}^t E(\tau)\varepsilon(\tau) \exp[-\lambda(t - \tau)] d\tau. \quad (6)$$

Аналогичным образом можно выразить ε через σ :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + (\lambda - \mu) \int \frac{1}{E(\tau)} \sigma(\tau) \exp[-\mu(t - \tau)] d\tau. \quad (7)$$

Интегральное уравнение типа Вольтера (6) или (7) совершенно эквивалентно уравнению (5) с соответствующими начальными условиями. Нижний предел интегрирования можно принять равным нулю вместо отрицательной бесконечности, т.к. при $t < 0$ $\varepsilon = 0$ $\sigma = 0$.

Если кривые релаксации или кривые ползучести могут быть аппроксимированы при помощи набора экспоненциальных функций, то нахождение закона деформирования, т.е. определение коэффициентов a_k и b_k в соотношении

$$a_0\sigma + a_1 \frac{d\sigma}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n \sigma}{dt^n} = b_0\varepsilon + b_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m \varepsilon}{dt^m}, \quad (8)$$

сводится к выполнению алгебраических операций.

Уравнение (8) эквивалентно интегральному уравнению [7]

$$\sigma = A\varepsilon - \int_0^t \Gamma(t - \tau)\varepsilon(\tau) d\tau, \quad (9)$$

где $\Gamma(t - \tau) = \sum_{i=1}^n A_i \alpha_i \exp[-\alpha_i(t - \tau)]$, $A = \sum_{i=0}^n A_i$. Функция $\Gamma(t - \tau)$ называется ядром релаксации, а тела, поведение которых описывается соотношением (9), называются наследственно-упругими. Если $m = n$, то все значения α_i должны быть положительными.

Тогда интегральное соотношение между ε и σ , как и в [7], примет вид

$$\varepsilon = B\sigma + \int_0^t K(t - \tau)\sigma(\tau) d\tau. \quad (10)$$

Здесь $K(t - \tau) = -\sum_{i=1}^p B_i B_i \exp[-B_i(t - \tau)]$, $B = \sum_{i=0}^p B_i$.

Функция $K(t - \tau)$ называется ядром ползучести, ядро релаксации является его резольвентой.

Полная деформация тела складывается из мгновенной деформации, которая определяется напряжением, действующим в данный момент времени, и связана с ним законом Гука, и из наследуемой деформации $d\varepsilon$. Предполагается, что $d\varepsilon$ пропорциональна некоторой функции $K(t - \tau)$ [8]:

$$d\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma(\tau) d\tau(t - \tau).$$

Интегрируя по τ (от $-\infty$ до t и добавляя мгновенную деформацию, получим

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \left[\sigma + \int_{-\infty}^t K(t - \tau) \sigma(\tau) d\tau \right]. \quad (11)$$

В пределе сумма, фигурирующая в определении $K(t - \tau)$ в формуле (10), превращается в интеграл

$$K(t - \tau) = - \int_0^{\infty} \beta B(\beta) \exp[-\beta(t - \tau)] d\beta.$$

Функция $B(\beta)$ называется спектром ползучести.

Совершенно аналогично имеем

$$\Gamma(t - \tau) = \int_0^{\infty} \alpha A(\alpha) \exp[-\alpha(t - \tau)] d\alpha.$$

Функция $A(\alpha)$ представляет собой спектр релаксации, т.е. ядра ползучести и релаксации представляют собой трансформации Лапласа соответствующих спектров, а функция $\Gamma(t - \tau)$ указывает на изменение модуля упругости.

В качестве примера рассмотрим задачу о вынужденных поперечных колебаниях стержня. Для этого в обычном уравнении поперечных колебаний заменим модуль упругости соответствующим упругим оператором.

Для стержня постоянного поперечного сечения F будем иметь

$$EJ(1 - \Gamma) \frac{d^4 V}{dz^4} + \rho F \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = q_0 + q(z, t). \quad (12)$$

Главные формы собственных колебаний упругой балки являются фундаментальными функциями уравнения

$$\frac{d^4 V_k}{dz^4} - \lambda_k^4 V_k = 0 \quad (13)$$

при соответствующих однородных граничных условиях, где λ_k^4 - фундаментальные числа.

Подставляя в (12) $V = \sum T_k(t) V_k(z)$ и имея в виду (13), получим

$$\sum [EJ(1 - \Gamma) \lambda_k^4 T_k + \rho F \ddot{T}_k] V_k = q(z, t). \quad (14)$$

Умножив (14) на $V_s(z)$, проинтегрировав по длине балки и имея в виду, что V_k образуют ортогональную систему функций

$$\frac{EJ}{\rho F} \lambda_s^4 = \omega_s^2 \frac{1}{\rho F} \int_0^l q(z_1, t) V_s(z) dz = \omega_s^2 q_s(t),$$

получим интегро-дифференциальное уравнение вида

$$\ddot{T} + \omega^2 (1 - \Gamma) T = \omega^2 q \quad (15)$$

(для простоты записи индекс s опущен), где ω - собственные значения функции (частота собственных колебаний стержня).

Если оператор Γ есть сумма экспоненциальных операторов нулевого порядка: $\Gamma = \sum A_s a_s \exp[-a_s(t - \tau)]$ и $q(t) = \exp(ipt)$, то функцию $T(t)$ будем искать в виде $T = a \exp i(pt + \varphi)$. Подставляя T в (15), получим

$$a \left\{ -p^2 + \omega^2 \left[1 - \sum \frac{A_s a_s}{a_s + ip} \right] \right\} = \omega^2 \exp(-i\varphi).$$

Отделяя действительную часть от мнимой, будем иметь

$$a = \left\{ p^2 \left(\sum \frac{A_s a_s}{a_s^2 + p^2} \right)^2 + \left(\frac{p^2}{\omega^2} - 1 + \sum \frac{A_s a_s}{a_s^2 + p^2} \right)^2 \right\}^{-1/2} \quad (16)$$

и

$$\operatorname{tg} \varphi = -p \frac{\sum \frac{A_s a_s}{a_s^2 + p^2}}{p^2} \cdot \frac{1}{\omega^2 - 1 + \sum \frac{A_s a_s^2}{a_s^2 + p^2}}. \quad (17)$$

Если же оператор Γ содержит слагаемое в виде оператора дифференцирования, например, для вязко-упругого тела

$$\Gamma = -a \partial / \partial t,$$

то уравнение (15) сводится к обычному уравнению колебаний с затуханием.

Этот же метод применим, если Γ представляет собой оператор с произвольным ядром.

Считая по-прежнему $q = \exp(ipt)$, решение ищем в виде $T = a \exp[i(pt + \varphi)]$. Тогда будем иметь

$$\Gamma_1 = \int_0^\infty \Gamma(z) \cos pzdz, \quad \Gamma_2 = \int_0^\infty \Gamma(z) \sin pzdz,$$

$$a = \left[\left(-\frac{p^2}{\omega^2} + 1 - \Gamma_1 \right)^2 + \Gamma_2^2 \right]^{-1/2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Gamma_2}{\frac{p^2}{\omega^2} - 1 + \Gamma_1}, \quad (18)$$

$$\Gamma T = a \exp(i\varphi) \int_{-\infty}^t \Gamma(t - \tau) \exp(-ip\tau) d\tau,$$

где p - собственное значение.

Принимая упругий оператор $E = E_0 \cdot \Gamma^\bullet$, где $\Gamma^\bullet = 1 - \Gamma$ - ядро релаксации, и переходя к оригиналу, с учетом гипотезы Фохта и результатов экспериментальных исследований получим

$$1 - \Gamma = 1 - \frac{\sqrt{1 + k^2}}{\sqrt{[1 - (\omega/\omega_3)^2]^2 + k^2}} \cdot e^{-\left[2 - \left(\frac{\omega}{\omega_3}\right)^2\right]^2 (1-\alpha) \left(\frac{t}{t_0}\right)^{1-\alpha}}, \quad (19)$$

$$\frac{\dot{f}}{\dot{f}_0} = 1 - \frac{\sqrt{1 + k^2}}{\sqrt{[1 - (\omega/\omega_3)^2]^2 + k^2}} \cdot e^{-\left[2 - \left(\frac{\omega}{\omega_3}\right)^2\right]^2 (1-\alpha) \left(\frac{t}{t_0}\right)^{1-\alpha}}, \quad (20)$$

$$\frac{E}{E_0} = \left[1 + \frac{\sigma_m}{\sigma_a} \sqrt{\frac{[1 - (\omega/\omega_3)^2]^2 + k^2}{1 + k^2}} \right] \cdot e^{-\left[2 - \left(\frac{\omega}{\omega_3}\right)^2\right]^2 (1-\alpha) \left(\frac{t}{t_0}\right)^{1-\alpha}}, \quad (21)$$

где $\varepsilon_0 = \frac{\sigma_m}{E_0}$ - деформация от постоянной части напряжения; σ_m - амплитудная часть напряжения, ω - частота вынужденных колебаний (нагружения); ω_3 - базовая частота изменений напряжений, до значения которой не происходит структурного изменения материала. Для углеродистых и легированных сталей $\omega_3 = 250$ Гц (получено экспериментально); k - коэффициент внутреннего сопротивления, равный $k = \frac{\gamma}{\pi}$; γ - логарифмический декремент затухания материала; t - текущее время; t_0 - базовое время (зависит от материала и частоты), в течение которого не происходит структурного изменения материала; α - постоянная, зависящая от материала ($0 < \alpha < 1$).

По результатам экспериментальных исследований для легированных сталей получено: $\alpha = 0,85$, $t_0 = 200$ ч, для углеродистых сталей $\alpha = 0,72$, $t_0 = 250$ ч.

Проведена серия экспериментов на динамическую ползучесть с различными частотами нагружения на цилиндрических образцах из сталей марок Сталь 40Х, ШХ15 и А35 при значениях напряжений $\sigma_m = 2 \cdot 10^8$ Па, $\sigma_a = 5 \cdot 10^7$ Па. На рис.1 показаны зависимости изменения модуля упругости от частоты нагружения в течение $t = 1000$ ч.

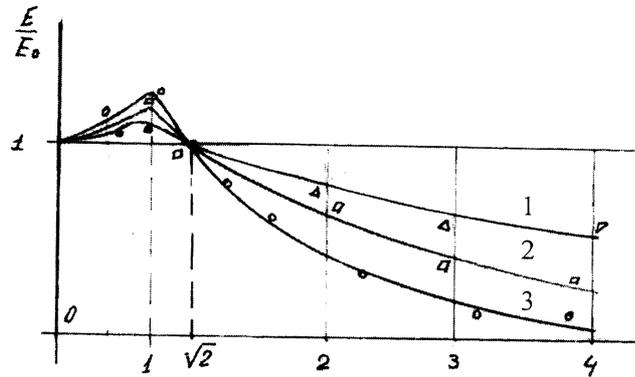


Рис.1. Зависимость изменения модуля упругости от частоты нагружения в течение $t=1000$ ч: 1 - для материала Сталь 40X; 2- для материала Сталь ШХ15; 3- для материала Сталь А36

Как видно из рис. 1, до значения частоты $\omega/\omega_B = \sqrt{2}$ модуль упругости несколько растёт и при $\omega/\omega_B = 1$ получает некоторое упрочнение. При $\omega/\omega_B = \sqrt{2}$ модуль упругости материала снова принимает первоначальное значение. Далее с возрастанием соотношения частот ω/ω_B модуль упругости убывает, и чем больше хрупкость материала, тем интенсивнее происходит спад.

Изменение деформации по времени при различных частотах нагружения испытуемого образца из марки Сталь 40X показано на рис.2. Как видно из графика, для углеродистых сталей, у которых $\omega = 250$ Гц, с увеличением частоты возбуждения увеличивается деформация ползучести, а на частоте возбуждения, равной базовой частоте, деформация ползучести отсутствует. На графике дискретные точки соответствуют экспериментальным данным.

Огромный практический интерес представляют также кривые релаксации напряжения при постоянной средней деформации.

Из (21) будем иметь $\sigma = \sigma_M - \sigma_a A$.

Время полной релаксации наступит, если $\sigma = \sigma_M - \sigma_a A = 0$, тогда из (20) и (21) будем иметь

$$t = t_0 \left[\frac{\ln \frac{\sigma_a}{\sigma_0} \sqrt{\frac{1 - k^2}{[1 - (\omega/\omega_b)^2]^2 + 1}}}{- [1 - (\omega/\omega_b)^2]^2 (1 - a)} \right]^{(1-a)} \quad (22)$$

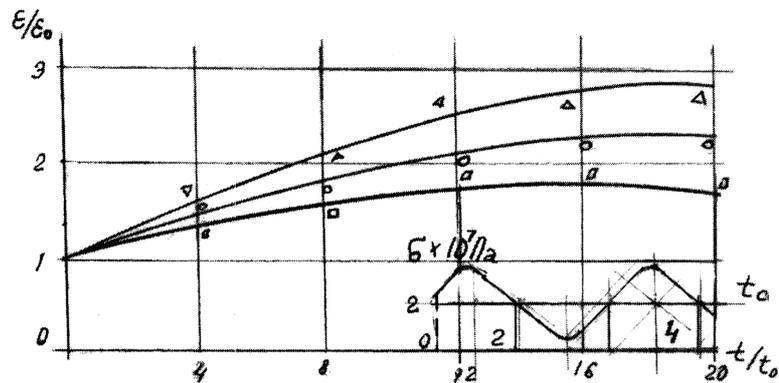


Рис. 2. Зависимость деформации $\varepsilon/\varepsilon_0$ от соотношения t/t_0 при частотах нагружения ;
 $1 - \omega = 0,5 \cdot 10^3$ Гц; $2 - \omega = 10^3$ Гц; $3 - \omega = 2 \cdot 10^3$ Гц

На рис. 3 представлены кривые релаксации напряжения, построенные по формуле (22) и по результатам экспериментальных исследований на углеродистых образцах при различных частотах нагружения. Дискретные точки относятся к результатам экспериментальных исследований.

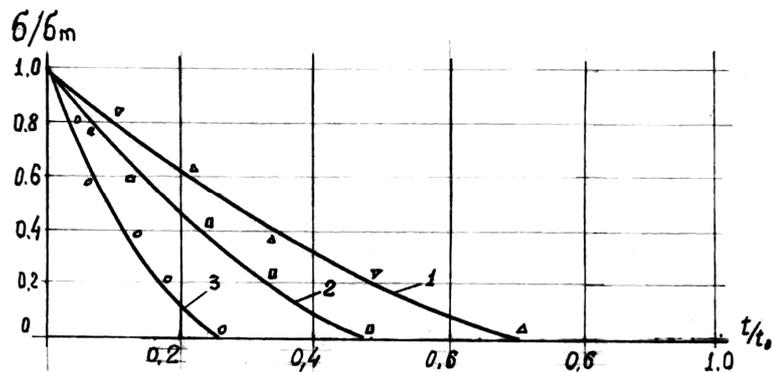


Рис. 3. Зависимость релаксации напряжения от соотношения t/t_0 при частотах нагружения : $1 - \omega = 0,1 \cdot 10^3$ Гц; $2 - \omega = 500$ Гц; $3 - \omega = 1000$ Гц; $4 - \omega = 1500$ Гц

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Работнов Ю.Н.** Расчет деталей машин на ползучесть // Изв. АН СССР, ОТН.- 1948.- №6.- 546 с.
2. **Greenwood J.N.** The influence of vibration on the creep of lend // Proc. ASTM.- 1949.- Т.49. - P.72-84.
3. **Hanstock R.F.** The effect of vibration jnaprecipitation hardened aluminum alloy // Journ. Inst. Of Metals. - 1948.-Т.76.- P.469-492.

4. **Guarnieri G.L.** The creep-rupture properties of aircraft sheet alloys subjected to intermittent load and temperature // ASTM. Spec. Techn. Publ. - Baltimore, 1954.- № 165.- P.132-150.
5. **Guarnieri G.L.** Intermittent stressing and heating tests of aircraft structural metals // Wright Air Dev. Centr, Techn. -1954. - Rep. 53-24.- P.43-64.
6. **Миленко С.Т.** Кратковременная ползучесть при переменных напряжениях // Ползучесть и длительная прочность: Сб.- Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1963.- С.46-61.
7. **Работнов Ю.Н.** Ползучесть элементов конструкций. - М: Наука, 1966.- 752 с.
8. **Шекян Г.Г.** Виброползучесть и релаксация напряжений в конструктивных элементах электрических машин // Изв. вузов. Электромеханика II, Новочеркасск, 1998.- С.57-61.

Ин-т механики НАН РА, ГИУА. Материал поступил в редакцию 20.03.2003.

Հ.Գ.ՇԵԿՅԱՆ, Է.Պ. ԽԱԼԱԹՅԱՆ, Գ.Վ.ԶԱԽԱՐՅԱՆՑ

ՆՅՈՒԹԻ ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆԸ ԲԱՐՁՐ ՀԱՃԱԽԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԴԻՆԱՄԻԿ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Բացահայտված է բարձր հաճախականության մեխանիկական տատանումների ազդեցության տակ մեքենաների և մեխանիզմների տարրերում դինամիկ սողքի առաջացման երևույթը: Ուսումնասիրությունների հիման վրա գծային լարվածային վիճակի համար ստացված է սողքի ինտեգրա-դիֆերենցիալ հավասարումը:

H.G. SHEKYAN, E.P. KHALATYAN, G.V. ZAKHARYANTS

MECHANICAL MATERIAL PROPERTY CHANGES AT DYNAMIC HIGH-FREQUENCY EFFECTS

It is shown that in machine and mechanism construction elements at mechanical high-frequency vibrations the dynamic creeping arises. Based on studies carried out an integro-differential equation of creeping is obtained for linear systems.