ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2004. Т. LVII, №1.

УДК 621.3 +538.56 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

А. А. МАНКУЛОВ, О. В. БАГДАСАРЯН, Т. М. КНЯЗЯН

КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ АМПЛИТУДЫ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ОГРАНИЧЕННЫХ СРЕДАХ

Представление решения волнового уравнения в виде единого выражения позволило исследовать поведение амплитуды волны в ограниченных средах методом фазовой плоскости. Определены фазовые траектории, описывающие поведение амплитуды волны в однородных средах и на границах раздела сред. Проанализировано поведение амплитуды волны в смежных полупространствах и диэлектрическом слое.

Ключевые слова: метод фазовой плоскости, плоские волны, поведение амплитуды волны, границы раздела сред, неотражающий слой, согласующий слой.

Особенности взаимодействия плоской электромагнитной волны с одиночным слоем или слоистой структурой являются традиционным предметом исследования электродинамики и оптики, в частности [1,2]. Основой всех теоретических исследований до последнего времени являлось применение принципа суперпозиции волн в однородной среде. Для определения поведения амплитуды волны в среде такой подход требует решения волнового уравнения в каждом слое, образующем структуру. Новое, нетрадиционное представление решения волнового уравнения в виде единого выражения [3,4] позволяет определить поведение амплитуды поля волны как в линейной, так и в нелинейной среде методом фазовой плоскости, без решения волнового уравнения [5-8].

В настоящей работе исследовано поведение амплитуды поля в граничащих полупространствах и в одиночных слоях различной толщины. Рассмотрено нормальное падение волны на границы раздела пассивных линейных сред без потерь. В каждой из рассматриваемых сред должно выполняться уравнение Гельмгольца:

$$\frac{d^2E_x(z)}{dz^2}+k_0^2\varepsilon E_x(z)=0\,, \qquad (1)$$

где $k_0=\omega/c$ - волновое число свободного пространства; ε - диэлектрическая проницаемость среды.

В работах [3,4] было предложено искать решение уравнения (1) в виде

$$E_x(z,t)=U(z)\cos(\omega t-S(z))\,, \qquad (2)$$

где U(z) и S(z) - реальные величины, описывающие поведение амплитуды и фазы волны вдоль оси z.

Подстановка (2) в (1) приводит к системе дифференциальных уравнений, эквивалентной уравнению Гельмгольца:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2U(z)}{dz^2} - U(z)\left(\dfrac{dS(z)}{dz}\right)^2 + k_0^2\varepsilon U(z) = 0, \\ 2\dfrac{dU(z)}{dz}\cdot\dfrac{dS(z)}{dz} + U(z)\cdot\dfrac{d^2S(z)}{dz^2} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Второе уравнение системы (3) имеет полный интеграл:

$$U^2(z)\cdot\frac{dS(z)}{dz} = P = \mathrm{const}\,, \quad (4)$$

который пропорционален плотности потока энергии, т. е. вектору Пойнтинга [4], и описывает сохранение плотности потока энергии в среде без потерь и усиления. С учетом (4) система уравнений (3) сводится к виду

$$\begin{cases} \dfrac{dU}{dk_0z} = Y, \\ \dfrac{dY}{dk_0z} = \dfrac{\Pi^2 - \varepsilon U^4}{U^3}, \end{cases} \quad (5)$$

где $\Pi = P/k_0$.

Для получения фазовых траекторий необходимо избавиться от координаты z. Этого можно добиться, формально разделив первое уравнение системы (5) на второе. Полученное выражение есть уравнение изоклин [9], показывающее на фазовой плоскости Y(U) направление касательных к фазовым траекториям:

$$\frac{dY}{dU} = \frac{\Pi^2 - \varepsilon U^4}{U^3 Y}\,. \quad (6)$$

Интегрирование уравнения (6) дает уравнение для фазовых траекторий [5-7]:

$$Y^2 + \frac{\Pi^2}{U^2} + \varepsilon U^2 = C\,. \quad (7)$$

Здесь C - константа интегрирования, пропорциональная средней плотности энергии волны в среде [7].

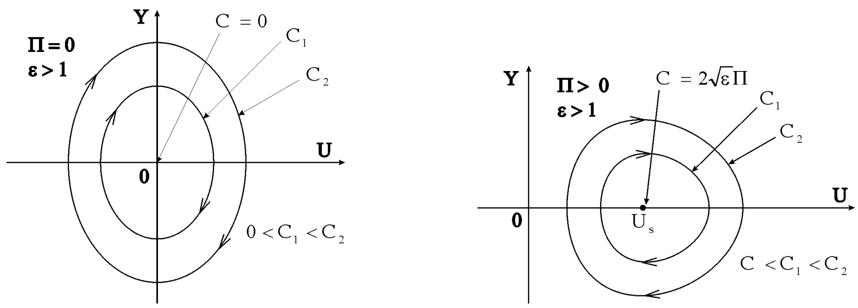
Особые точки U_s и Y_s, в которых направление касательной к фазовой траектории не определено [9], определяются из (6):

$$\Pi^2 - \varepsilon U_s^4 = 0, \qquad Y_s = 0\,. \quad (8)$$

Выражения (7) и (8) дают полное аналитическое описание фазовых портретов. При фиксированном значении потока энергии (имеется особая точка и бесконечное множество фазовых траекторий с различным значением плотности энергии C. При отсутствии потока (П=0) из уравнения (7) имеем

$$\frac{Y^2}{\left(\sqrt{C}\right)^2} + \frac{U^2}{\left(\sqrt{C/\varepsilon}\right)^2} = 1\,. \quad (9)$$

При $\varepsilon > 1$ фазовые траектории являются эллипсами вокруг особой точки $U_s = Y_s = 0$ типа "центр" (рис. 1a).



а) б)

Рис. 1. Фазовые портреты при отсутствии (а) и наличии (б) потока энергии волны в среде

Движение по фазовой траектории происходит по часовой стрелке, т. к. при Y > 0 имеет место возрастание U, а при Y < 0 - спад. Траекториям соответствуют стоячие волны в среде как результат наложения встречных волн с равными амплитудами [2].

При наличии потока энергии в среде ((0 уравнение (7) преобразуется к виду

$$\frac{Y^2}{\left(\sqrt{C}\right)^2}+\frac{U^2}{\left(\sqrt{C}U^2\Big/\sqrt{\Pi^2+\varepsilon U^4}\right)^2}=1. \qquad (10)$$

Уравнение (10) описывает замкнутую кривую, охватывающую особую точку $U_s=\sqrt[4]{\Pi^2/\varepsilon}$, $Y_s=0$ (рис. 1б). Поток энергии может переноситься как в виде однородной плоской волны (особая точка, амплитуда поля постоянна), так и при колебательном поведении амплитуды поля (фазовые траектории, охватывающие особую точку). Последним соответствует встречное движение плоских волн с различными амплитудами, т. е. режим частично стоячих волн [10].

На рис. 2 приведен график зависимости потока энергии волны П в среде от амплитуды поля U. Фазовые траектории, описывающие поведение поля U вдоль оси z, показаны для фиксированного значения потока $\Pi = \Pi_0$. Парабола $\prod=\sqrt{\varepsilon}U^2$ задает множество особых точек для однородной среды с диэлектрической проницаемостью (, а именно, возможные решения в виде однородных плоских волн. Пространственное распределение U(z) получается интегрированием первого уравнения (5) с учетом (7) [6]. Одному обороту вдоль фазовой траектории соответствует полволны в среде [6]. Энергия волны C определяет действующую фазовую траекторию. Ограниченной среде, в зависимости от ее протяженности, соответствует определенный участок траектории.

Приступим к решению граничных задач.

На границах раздела сред имеем непрерывность амплитуды поля U, ее производной Y и плотности потока энергии ([7]. Вследствие этого границе раздела сред соответствует плавный переход с одной траектории (или особой точки) на другую, соответствующую среде с другой диэлектрической проницаемостью при том же потоке П. Исходя из требования единственности, решение граничной задачи нужно начинать с неосвещенной стороны, где имеется единственная уходящая от границы однородная волна [11,12], продвигаясь далее к освещенной стороне.

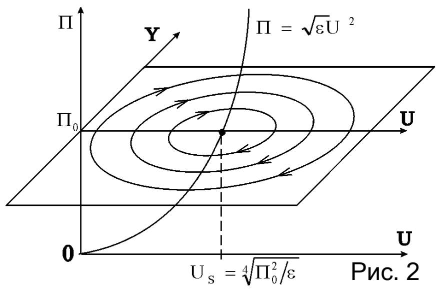


Рис. 2

Рассмотрим падение волны на границу раздела двух сред, граничащих в точке z = 0. Слева - среда с $\varepsilon = \varepsilon_2$, справа - с $\varepsilon = \varepsilon_1$ (рис. 3а). При потоке энергии $\Pi_0 > 0$ в области z > 0 имеем однородную бегущую волну к $+\infty$. На фазовой плоскости среды с $\varepsilon = \varepsilon_1$ ей соответствует особая точка $U_{s1} = \sqrt[4]{\Pi_0^2/\varepsilon_1}$. В левом полупространстве ввиду непрерывности имеем тот же поток Π_0 , но из-за скачка диэлектрической проницаемости он может обеспечиваться только в режиме частично стоячих волн. Поведение амплитуды поля вдоль оси z зависит от соотношения диэлектрических проницаемостей сред и задается фазовой траекторией среды $\varepsilon = \varepsilon_2$, проходящей через особую точку U_{s1} (рис.3а,б).

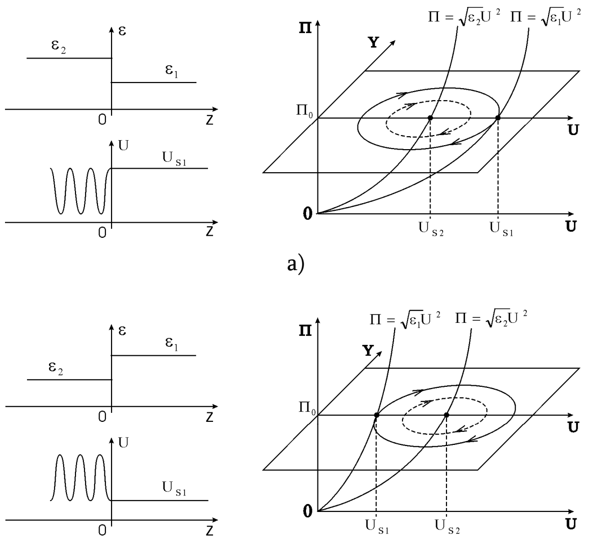
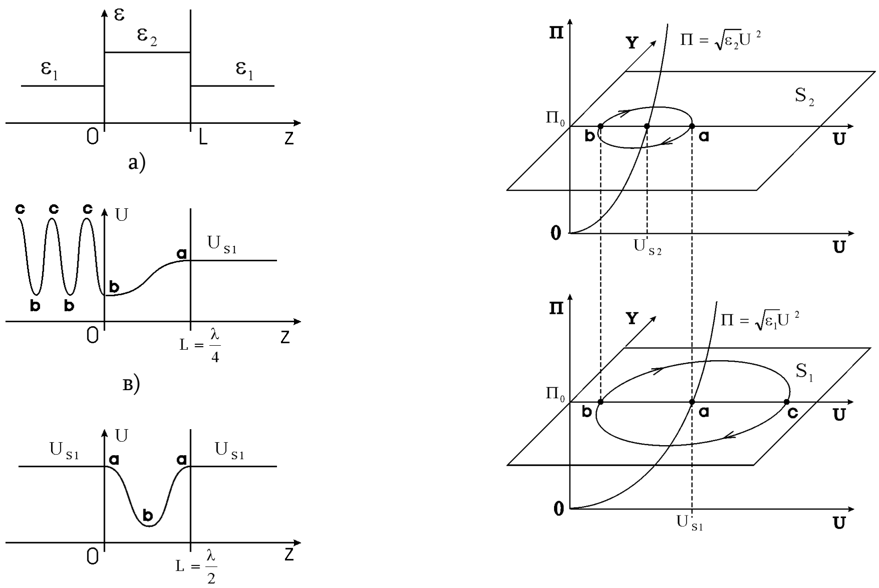
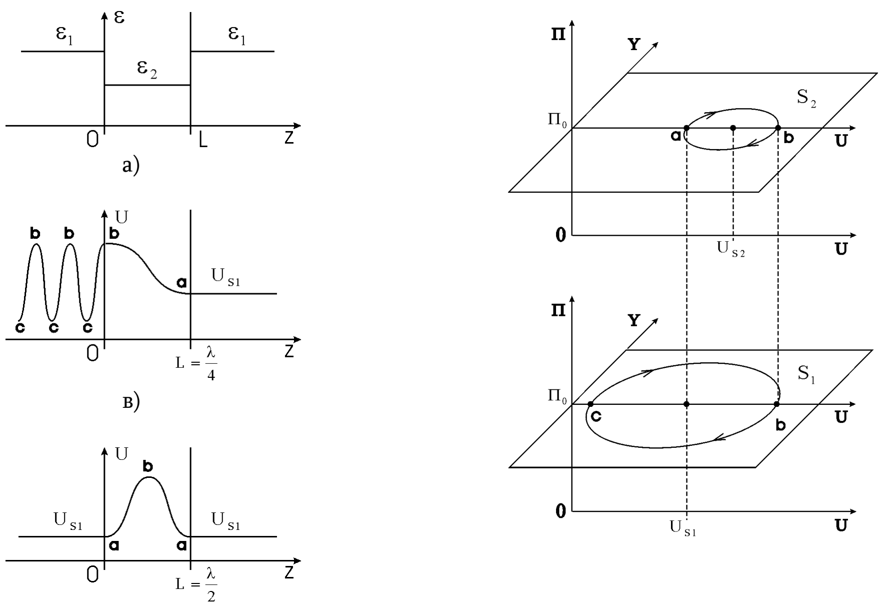


Рис. 3. К падению волны на границу раздела двух сред. Два возможных соотношения для диэлектрических проницаемостей ε_1 и ε_2, соответствующие фазовые траектории при фиксированном потоке $\Pi = \Pi_0 > 0$ и поведение амплитуды поля U в обоих полупространствах

Рассмотрим падение плоской волны на слой диэлектрика с $\varepsilon = \varepsilon_2$ толщиной L, окруженного средой с $\varepsilon = \varepsilon_1$ (рис. 4а).



г) Рис. 4 б)



г) Рис. 5 б)

Рис. 4, 5. Однородный слой толщиной L (а), фазовые портреты в среде с $\varepsilon = \varepsilon_1$ (плоскость S_1) и $\varepsilon = \varepsilon_2$ (плоскость S_2) (б), распределение амплитуды электрического поля в случае четвертьволнового (в) и полуволнового (г) слоев. $U_{s1} > U_{s2}$ (рис. 4), $U_{s1} < U_{s2}$ (рис. 5)

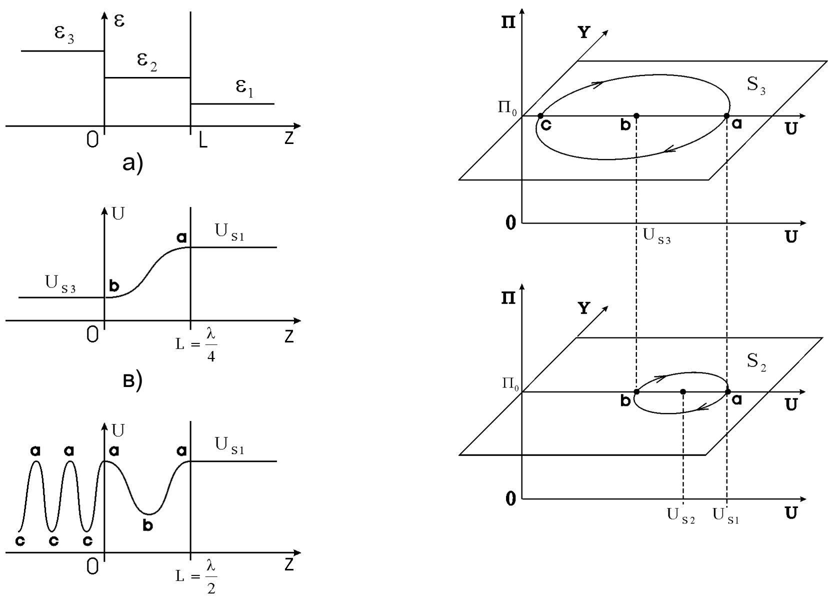
Волна падает слева $\Pi = \Pi_0 > 0$. За слоем ($z \geq L$) имеем однородную плоскую волну с амплитудой $U(L) = U_{s1} = \sqrt[4]{\Pi_0^2/\varepsilon_1}$ (точка "a" на фазовой плоскости S_1 среды с $\varepsilon = \varepsilon_1$ (рис. 4б)). Слою соответствует плоскость S_2, на которой фазовая траектория, проходящая через точку "a", описывает поведение поля. Движение по фазовой траектории происходит согласно стрелкам до достижения освещенной стороны слоя $z = 0$. Эта точка $U(z = 0)$, $Y(z = 0)$ проецируется на плоскость S_1. Проходящая через нее фазовая траектория описывает поведение поля в левом полупространстве, где имеет место наложение падающей и отраженной волн. Рассмотрены характерные случаи: слой толщиной четвертьволны ($L = \lambda/4 = \lambda_0/4\sqrt{\varepsilon_2}$) (рис. 4в) и полуволны ($L = \lambda/2 = \lambda_0/2\sqrt{\varepsilon_2}$) (рис. 4г) в среде, где λ_0 – длина волны в свободном пространстве. При $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ меняется соотношение между особыми точками U_{s1} и U_{s2} и соответственно поведение поля (рис. 5).

Из рис. 4 и 5 видно, что слой толщиной, кратной половине длины волны (целое число оборотов по фазовой траектории), полностью прозрачен, независимо от его диэлектрической проницаемости. Это известное условие прозрачности полуволнового слоя [2].

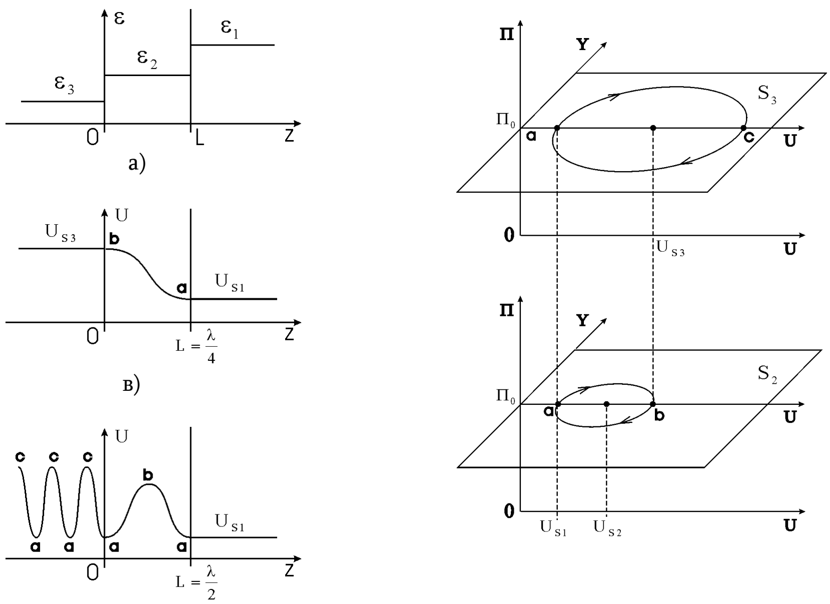
Рассмотрим слой диэлектрика, окруженного с обеих сторон средами с различными диэлектрическими проницаемостями (рис. 6, 7). Волна падает слева. За слоем (z (L) имеем однородную плоскую волну с амплитудой $U(L) = U_{s1} = \sqrt[4]{\Pi_0^2/\varepsilon_1}$ (точка "a" на фазовой плоскости S_2 слоя с $\varepsilon = \varepsilon_2$ (рис. 6б, 7б)). Траектория "ab" описывает поведение поля в слое. Если слой имеет толщину четвертьволны (пол-оборота по фазовой траектории) и точка "b" есть особая точка левого полупространства, то имеет место согласование сред (рис. 6в, 7в), и слой является "просветляющим". Условие просветления имеет место также, если слой имеет толщину $L = n \cdot \lambda/2 + \lambda/4$, где *n*=1,2,... (*n* полных оборотов плюс пол-оборота). Слой толщиной $\lambda/2$ уже не прозрачен, при этом в левом полупространстве имеем частично стоячую волну (рис. 6г, 7г), описываемую траекторией "ac" на плоскости S_3 . Диэлектрическая проницаемость просветляющего четвертьволнового слоя определяется из условия прохождения фазовой траектории "ab" через особые точки левого и правого полупространств. Подставляя эти значения в уравнение (7) для слоя с $\varepsilon = \varepsilon_2$ и учитывая неизменность энергии на траектории, получаем $\varepsilon_2 = \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_3}$. Это известное условие для четвертьволнового просветляющего слоя [2].

Метод фазовой плоскости позволил получить распределения амплитуды поля в ограниченных средах без решения граничных задач электродинамики.

Результаты исследования полностью согласуются с известными результатами, полученными ранее традиционными методами [1,2], и могут быть полезны при исследовании более сложных многослойных структур.



г) Рис. 6 б)



г) Рис. 7 б)

Рис. 6, 7. Однородный слой толщиной L (а), фазовые портреты в среде с $\varepsilon = \varepsilon_2$ (плоскость S_2) и $\varepsilon = \varepsilon_3$ (плоскость S_3) (б), распределение амплитуды электрического поля в случае четвертьволнового (в) и полуволнового (г) слоев. $U_{s1} > U_{s2} > U_{s3}$ (рис.6), $U_{s1} < U_{s2} < U_{s3}$ (рис. 7)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бреховских Л.М.** Волны в слоистых средах / АН СССР.- М., 1957. -502 с.
2. **Борн М., Вольф Э.** Основы оптики. -М.: Наука, 1973. -720 с.
3. **Силин В.П.** Нелинейная теория проникновения высокочастотного поля в проводник // ЖЭТФ.- 1967. -Т. 53, вып. 5(11). - С. 1662-1677.
4. **Басс Ф.Г., Вербицкий И.Л., Гуревич Ю.Г.** К теории распространения электромагнитных волн в нелинейных средах // Изв.вузов. Радиофизика. –1968. -Т. 11, № 10. - С. 1480-1489.
5. **Багдасарян О.В., Пермяков В.А.** Ветвление режимов и эффект ограничения потока энергии ТЕ-волны в среде с ионизационной нелинейностью // Изв.вузов. Радиофизика. –1978. -Т.21, № 9. - С. 1352-1362.
6. **Багдасарян О.В., Лебедев А.М., Пермяков В.А.** Закономерности прохождения плоской Н-волны через слой диэлектрика с отрицательной нелинейностью // Нелинейные оптические взаимодействия: Труды НИИ физ. конденс. сред / ЕГУ. –1987. - С. 169-188.
7. **Багдасарян О.В., Дарьян А.В.** Метод фазовой плоскости в теории распространения электромагнитных волн // Излучение и распространение электромагнитных волн: Межвуз. темат. сб. науч. тр. по радиотехнике / ЕрПИ. –1988. - С. 64 – 74.
8. **Багдасарян О.В., Дарьян А.В.** Прохождение плоской электромагнитной волны через слоистые структуры // Конструирование радиоэлектронных средств: Межвуз. сб. науч. тр. / ЕрПИ. - 1990. - С. 67-77.
9. **Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э.** Теория колебаний - М.: Наука, 1981. – 568 с.
10. **Ramo S., Whinnery J. R., Van Duzer T.** Fields and waves in communication electronics, Wiley, NY. – 1994. - 844p.
11. **Baghdasaryan H.V.** Method of Backward Calculation // In Photonic Devices for Telecommunications (How to Model and Measure), ed. G. Guekos, Springer-Verlag, 1999. - P. 56-65.
12. **Baghdasaryan H. V., Knyazyan T. M.** Problem of plane EM wave self-action in multilayer structure: an exact solution // Optical and Quantum Electronics. -1999. - Vol. 31, No. 9-10. - P. 1059-1072.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 12.10.2003

Ա. Ա. ՄԱՆԿՈՒԼՈՎ, Հ. Վ. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, Թ. Մ. ԿՆՅԱԶՅԱՆ

ՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐՈՒՄ ՀԱՐԹ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔԻ ԱՄՊԼԻՏՈՒԴԻ ՎԱՐՔԻ ՈՐԱԿԱԿԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ալիքային հավասարման լուծման՝ միասնական տեսքով ներկայացնելը հնարավորություն է ընձեռել փուլային հարթության մեթոդով հետազոտել ալիքի ամպլիտուդի վարքը սահմանափակ միջավայրերում: Որոշված են ալիքի ամպլիտուդի վարքը նկարագրող փուլային հետագծերը համասեռ միջավայրերում և վերջիններիս բաժանման սահմանների վրա: Վերլուծված է ալիքի ամպլիտուդի վարքը հարակից կիսատարածություններում և դիէլեկտրիկ շերտում:

A. A. MANKULOV, H. V. BAGHDASARYAN, T. M. KNYAZYAN

QUALITATIVE ANALYSIS OF PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE AMPLITUDE BEHAVIOUR IN CONFINED MEDIA

The wave equation solution representation in the form of single expression allowed to study the wave amplitude behaviour in confined media by the phase plane method. Phase trajectories describing the wave amplitude behaviour in homogeneous media and on medium boundaries are defined. The wave behaviour in adjacent halfspaces and dielectric layer is analysed.