

Ю.Л. САРКИСЯН, К.Г. СТЕПАНЯН, Н. АЗУЗ, Г.А. ГЕВОРКЯН

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УПРУГИХ МАНИПУЛЯТОРОВ ОБОБЩЕННЫМ МЕТОДОМ НЬЮТОНА-ЭЙЛЕРА

На основе обобщенного метода Ньютона-Эйлера разработан алгоритм решения задач динамического анализа упругих манипуляторов, который позволяет без обращения матрицы масс численным методом интегрировать уравнения движения манипуляторов. Предлагаемый алгоритм значительно сокращает затрачиваемое на интегрирование машинное время, что имеет существенное значение в оптимальном проектировании и управлении робототехнических систем.

Ключевые слова: упругие манипуляторы, динамический анализ, дифференциальные уравнения движения, численное интегрирование.

1. Введение. Приложение метода Ньютона-Эйлера в динамике жестких и упругих манипуляторов [1 - 6] наряду с обеспечением желаемой точности численных результатов позволило существенно повысить скорость решения задач динамического анализа упругих манипуляторов значительной размерности по сравнению с расчетными методиками $O(n^3)$, составленными на базе классического метода Лагранжа [6]. В данной статье описывается алгоритм решения смешанной задачи динамики упругих манипуляторов, построенный на основе обобщенного метода Ньютона-Эйлера с представлением нового метода неявного численного интегрирования уравнений движения в форме Ньютона-Эйлера в соответствии с терминологией и формулировкой работ [2 - 5].

2. Основные положения и постановка задачи. Рассмотрим манипулятор произвольной кинематической цепи (рис. 1), состоящий из n линейно-деформируемых звеньев всевозможной геометрической конфигурации C_1, C_2, \dots, C_n , связанных между собой n вращательными или поступательными кинематическими парами, идентифицируемыми логической переменной:

$$\sigma_j = \begin{cases} 0 - \text{пара } j \text{ вращательная} \\ 1 - \text{пара } j \text{ поступательная} \end{cases}, \quad j \in \{1, \dots, n\}. \quad (1)$$

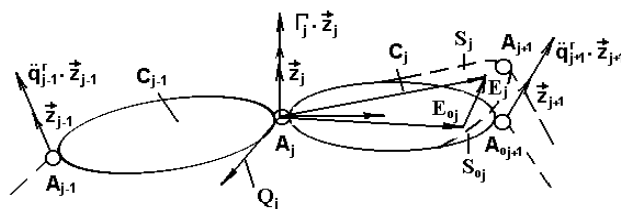


Рис.1
3

Из теории деформируемого тела известно, что малые линейные и угловые деформации упругого звена C_j определяются перемещениями некоторой точки $E_{0j} \in C_j$ из недеформированной S_{0j} в деформированную конфигурацию S_j (рис. 1) и исчисляются в жестко связанной со звеном C_j подвижной системе отсчета Q_j на основе следующих разложений :

$$\begin{cases} {}^j\vec{u}_j(E_j, t) = \sum_{i=1}^{N_j} {}^j\vec{\Phi}_{dj,i}(E_{0j}) \cdot q_{j,i}^e(t) \\ {}^j\vec{\Phi}_j(E_j, t) = \sum_{i=1}^{N_j} {}^j\vec{\Phi}_{rj,i}(E_{0j}) \cdot q_{j,i}^e(t) \end{cases}, \quad j \in \{1, \dots, n\}. \quad (2)$$

Координатные функции Рэлея-Ритца в (2) ${}^j\vec{\Phi}_{dj,i}$ и ${}^j\vec{\Phi}_{rj,i}$, $i = 1, \dots, N_j$; $j \in \{1, \dots, n\}$ (N_j - число интерполяционных вектор-полиномов упругого звена C_j) подчинены векторному равенству

$${}^j\vec{\Phi}_{rj,i}(E_{0j}) = 1/2 \cdot \text{rot}^T {}^j\vec{\Phi}_{dj,i}(E_{0j}), \quad i = 1, \dots, N_j; \quad j \in \{1, \dots, n\} \quad (3)$$

и образуют в точке A_{0j+1} , $j \in \{1, \dots, n\}$ обобщенную матрицу форм :

$${}^j\Phi_j = \begin{bmatrix} {}^j\Phi_{dj} \\ {}^j\Phi_{rj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^j\vec{\Phi}_{dj,1}(A_{0j+1}), {}^j\vec{\Phi}_{dj,2}(A_{0j+1}), \dots, {}^j\vec{\Phi}_{dj,N_j}(A_{0j+1}) \\ {}^j\vec{\Phi}_{rj,1}(A_{0j+1}), {}^j\vec{\Phi}_{rj,2}(A_{0j+1}), \dots, {}^j\vec{\Phi}_{rj,N_j}(A_{0j+1}) \end{bmatrix}, \quad j \in \{1, \dots, n\}. \quad (4)$$

Дифференциальные уравнения движения упругих звеньев манипулятора вместе с кинематическими уравнениями, выражающими в дифференцированной форме связи между звеньями кинематической цепи, объединяются в связанную систему фундаментальных уравнений упругих манипуляторов [5] :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} {}^j\mathbf{M}_{rj} & {}^j\mathbf{M}_{rej} \\ {}^j\mathbf{M}_{erj} & {}^j\mathbf{M}_{eej} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q}_j^r \\ \ddot{q}_j^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^j\vec{\mathbf{B}}_j^{r*} \\ {}^j\vec{\mathbf{B}}_j^{e*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_j \\ {}^j\vec{\mathbf{E}}_j \end{bmatrix} \\ {}^j\vec{\mathbf{V}}_j = {}^j\mathbf{T}_{j-1} \cdot {}^{j-1}\vec{\mathbf{V}}_{j-1} + {}^j\mathbf{R}_{j-1} \cdot {}^{j-1}\Phi_{j-1} \cdot \vec{q}_{j-1}^e + \dot{q}_j^r \cdot {}^j\vec{\mathbf{a}}_j \\ {}^j\vec{\mathbf{V}}_j = {}^j\mathbf{T}_{j-1} \cdot {}^{j-1}\vec{\mathbf{V}}_{j-1} + {}^j\mathbf{R}_{j-1} \cdot {}^{j-1}\Phi_{j-1} \cdot \vec{q}_{j-1}^e + \dot{q}_j^r \cdot {}^j\vec{\mathbf{a}}_j + {}^j\vec{\mathbf{h}}_j \end{cases}, \quad j \in \{1, \dots, n\}, \quad (5)$$

где ${}^j\mathbf{M}_{rj}$, ${}^j\mathbf{M}_{rej}$, ${}^j\mathbf{M}_{erj}$ и ${}^j\mathbf{M}_{eej}$ - блочные матрицы масс; ${}^j\vec{\mathbf{B}}_j^{r*}$ и ${}^j\vec{\mathbf{B}}_j^{e*}$ - гироскопические силы; Γ_j - приводные усилия; ${}^j\vec{\mathbf{E}}_j$ - известные функции; ${}^j\vec{\mathbf{V}}_j$ - шестимерный вектор кинематических характеристик звеньев.

3. Алгоритм решения смешанной задачи динамики. Предлагаемый алгоритм решения смешанной задачи динамики упругих манипуляторов без обращения матрицы масс составлен на основе использования процедуры итерационного символического расч, та, нашедшего успешное применение в анализе жестких [4] и упругих [5] манипуляторов. Он включает в себя три последовательно производимых для каждого момента времени $t \in [0, T]$ рекурсивных оборотов.

1-й рекурсивный оборот для $j=1, \dots, n$

требует вычисления следующих матриц ${}^j\mathbf{R}_{j-1}, {}^j\mathbf{T}_{j-1}, {}^j\mathbf{J}_{rj}, {}^j\mathbf{J}_{rej}, {}^j\mathbf{J}_{eej}$, векторов ${}^j\bar{\mathbf{C}}_j^r, {}^j\bar{\mathbf{C}}_j^e, {}^j\bar{\mathbf{h}}_j, {}^j\bar{\mathbf{a}}_j$ и постоянной $\tau_j = \tau_j(\Gamma_j)$ при $\chi_j = 0$ [5], что позволяет вслед за этим осуществить кинематический расч, т цепи :

$${}^j\bar{\mathbf{V}}_j = {}^j\mathbf{T}_{j-1} \cdot {}^{j-1}\bar{\mathbf{V}}_{j-1} + {}^j\mathbf{R}_{j-1} \cdot {}^{j-1}\Phi_{j-1} \cdot \bar{\mathbf{q}}_{j-1}^e + \dot{\mathbf{q}}_j^r \cdot {}^j\bar{\mathbf{a}}_j, \quad j=1, \dots, n, \quad (7)$$

подчиняя (7) инициализациям : ${}^0\bar{\mathbf{V}}_0 = \bar{\mathbf{0}}_6$ и $\bar{\mathbf{q}}_0^e = \bar{\mathbf{0}}_{N_0}$.

2-й рекурсивный оборот для $j=n, \dots, 1$

после произведения инициализации :

$$\left\{ \begin{array}{l} {}^n\mathbf{J}_{rn}^* = {}^n\mathbf{J}_{rn}; \quad {}^n\mathbf{J}_{ren}^* = {}^n\mathbf{J}_{ren}; \quad {}^n\mathbf{J}_{ern}^* = {}^n\mathbf{J}_{ern}; \quad {}^n\mathbf{J}_{een}^* = {}^n\mathbf{J}_{een} \\ {}^n\bar{\mathbf{C}}_n^{r*} = {}^n\bar{\mathbf{C}}_n^r + {}^n\bar{\mathbf{F}}_{nt}; \quad {}^n\bar{\mathbf{C}}_n^{e*} = {}^n\bar{\mathbf{C}}_n^e + {}^n\Phi_n^T \cdot {}^n\bar{\mathbf{F}}_{nt} \end{array} \right.$$

предусматривает определение вспомогательных инерционных параметров ${}^j\mathbf{J}_{rj}^*, {}^j\mathbf{J}_{rej}^*, {}^j\mathbf{J}_{eej}^*, {}^j\mathbf{J}_{eej}^*, {}^j\bar{\mathbf{C}}_j^{r*}$ и ${}^j\bar{\mathbf{C}}_j^{e*}$, $j=(n-1), \dots, 1$ по следующему алгоритмическому циклу :

1. $\mathbf{K}_j = {}^j\mathbf{J}_{rj}^* - {}^j\mathbf{J}_{rej}^* \cdot {}^j\mathbf{J}_{eej}^{*-1} \cdot {}^j\mathbf{J}_{eej}^*$; ${}^j\bar{\mathbf{m}}_j = -{}^j\mathbf{J}_{rej}^* \cdot {}^j\mathbf{J}_{eej}^{*-1} \cdot {}^j\bar{\mathbf{C}}_j^{e*} + {}^j\bar{\mathbf{C}}_j^{r*}$.
2. Если $\chi_j = 0$ или $j \neq 1$, то $\{\mathbf{G}_j = \mathbf{K}_j \cdot {}^j\mathbf{T}_{j-1}; \quad \mathbf{H}_j = \mathbf{K}_j \cdot {}^j\mathbf{R}_{j-1} \cdot {}^{j-1}\Phi_{j-1}; \quad {}^j\bar{\mathbf{p}}_j = \mathbf{K}_j \cdot {}^j\bar{\mathbf{h}}_j + {}^j\bar{\mathbf{m}}_j\}$.
3. Если $\chi_j = 0$, то $Z_j = \frac{1}{{}^j\bar{\mathbf{a}}_j^T \cdot \mathbf{K}_j \cdot {}^j\bar{\mathbf{a}}_j}$.
4. Если $j \neq 1$ и $\chi_j = 0$, то $\{\mathbf{U}_j = Z_j \cdot \mathbf{K}_j \cdot {}^j\bar{\mathbf{a}}_j \cdot {}^j\bar{\mathbf{a}}_j^T \cdot \mathbf{K}_j; \quad \tilde{\mathbf{G}}_j = \mathbf{G}_j - \mathbf{U}_j \cdot {}^j\mathbf{T}_{j-1}; \quad \tilde{\mathbf{H}}_j = \mathbf{H}_j - \mathbf{U}_j \cdot {}^j\mathbf{R}_{j-1} \cdot {}^{j-1}\Phi_{j-1}; \quad {}^j\bar{\mathbf{p}}_j = {}^j\bar{\mathbf{p}}_j + \mathbf{K}_j \cdot {}^j\bar{\mathbf{a}}_j \cdot (\tau_j - {}^j\bar{\mathbf{a}}_j^T \cdot {}^j\bar{\mathbf{p}}_j) \cdot Z_j\}$.
5. Если $j \neq 1$ и $\chi_j = 1$, то $\{\tilde{\mathbf{G}}_j = \mathbf{G}_j; \quad \tilde{\mathbf{H}}_j = \mathbf{H}_j; \quad {}^j\bar{\mathbf{p}}_j = {}^j\bar{\mathbf{p}}_j + \mathbf{K}_j \cdot {}^j\bar{\mathbf{a}}_j \cdot \dot{\mathbf{q}}_j^r\}$.
6. Вычисление :

$$\begin{aligned}
{}^{j-1}\mathbf{J}_{nj-1}^* &= {}^{j-1}\mathbf{J}_{nj-1} + {}^j\mathbf{T}_{j-1}^T \cdot \tilde{\mathbf{G}}_j; & {}^{j-1}\mathbf{J}_{rej-1}^* &= {}^{j-1}\mathbf{J}_{rej-1} + {}^j\mathbf{T}_{j-1}^T \cdot \tilde{\mathbf{H}}_j; \\
{}^{j-1}\mathbf{J}_{ej-1}^* &= {}^{j-1}\mathbf{J}_{ej-1}^* \mathbf{T}_{j-1}^T; & {}^{j-1}\mathbf{J}_{eej-1}^* &= {}^{j-1}\mathbf{J}_{eej-1} + {}^j\mathbf{T}_{j-1}^T \cdot {}^j\mathbf{R}_{j-1}^T \cdot {}^j\tilde{\mathbf{p}}_j; \\
{}^{j-1}\tilde{\mathbf{C}}_{j-1}^{r*} &= {}^{j-1}\tilde{\mathbf{C}}_{j-1}^r + {}^j\mathbf{T}_{j-1}^T \cdot {}^j\tilde{\mathbf{p}}_j; & {}^{j-1}\tilde{\mathbf{C}}_{j-1}^{e*} &= {}^{j-1}\tilde{\mathbf{C}}_{j-1}^e + {}^j\mathbf{T}_{j-1}^T \cdot {}^j\mathbf{R}_{j-1}^T \cdot {}^j\tilde{\mathbf{p}}_j.
\end{aligned}$$

3-й рекурсивный оборот для $j=1, \dots, n$

использует результаты вычислений, произведенных в процессе предшествующих расчетных оборотов, в целях определения для подмножества $\{M_1\}$ обобщенных ускорений:

$$\ddot{\mathbf{q}}_j^r = \mathbf{Z}_j \cdot [\tau_j - {}^j\tilde{\mathbf{a}}_j^T \cdot (\mathbf{G}_j \cdot {}^{j-1}\tilde{\mathbf{V}}_{j-1} + \mathbf{H}_j \cdot \tilde{\mathbf{q}}_{j-1}^e + {}^j\tilde{\mathbf{p}}_j)], \text{ если } \chi_j = 0, \quad j \in \{1, \dots, n\}, \quad (8)$$

затем для множества $\{M\}$ - ускорений звеньев, ускорений упругих переменных и, если требуется, внутренних усилий в парах:

$${}^j\tilde{\mathbf{V}}_j = {}^j\mathbf{T}_{j-1} \cdot {}^{j-1}\tilde{\mathbf{V}}_{j-1} + {}^j\mathbf{R}_{j-1} \cdot {}^{j-1}\tilde{\mathbf{C}}_{j-1}^e \cdot \tilde{\mathbf{q}}_{j-1}^e + \tilde{\mathbf{q}}_j^r \cdot {}^j\tilde{\mathbf{a}}_j + {}^j\tilde{\mathbf{h}}_j, \quad j = 1, \dots, n; \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{q}}_j^e = -{}^j\mathbf{J}_{eej}^{*-1} \cdot ({}^j\mathbf{J}_{eej}^* \cdot {}^j\tilde{\mathbf{V}}_j + {}^j\tilde{\mathbf{C}}_j^{e*}), \quad j = 1, \dots, n; \quad (10)$$

$${}^j\tilde{\mathbf{F}}_j = \mathbf{K}_j \cdot {}^j\tilde{\mathbf{V}}_j + {}^j\tilde{\mathbf{m}}_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (11)$$

с уч, том в (8) и (9) инициализаций ${}^0\tilde{\mathbf{V}}_0 = [{}^0\tilde{\mathbf{g}}^T, {}^0\tilde{\mathbf{0}}_3^T]^T$ и $\tilde{\mathbf{q}}_0^e = \tilde{\mathbf{0}}_{N_0}$ и, в заключении, для подмножества $\{M_2\}$ - приводных усилий:

$$\Gamma_j = {}^j\tilde{\mathbf{a}}_j^T \cdot (\mathbf{K}_j \cdot {}^j\tilde{\mathbf{V}}_j + {}^j\tilde{\mathbf{m}}_j) + F_{sj} \cdot \text{Sign}(\dot{\mathbf{q}}_j^r) + F_{vj} \cdot \dot{\mathbf{q}}_j^r, \text{ если } \chi_j = 0, \quad j \in \{1, \dots, n\}, \quad (12)$$

где F_{sj} и F_{vj} - коэффициенты сухого и вязкого трений в парах.

4. Метод численного интегрирования уравнений движения. В целях численного интегрирования уравнений движения упругих манипуляторов воспользуемся общей схемой Ньюмарка:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}_j(t + \Delta t) = \bar{\mathbf{x}}_j(t) + \bar{\dot{\mathbf{x}}}_j(t) \cdot \Delta t + [(0.5 - \beta) \cdot \bar{\ddot{\mathbf{x}}}_j(t) + \beta \cdot \bar{\ddot{\mathbf{x}}}_j(t + \Delta t)] \cdot \Delta t^2, \\ \bar{\dot{\mathbf{x}}}(t + \Delta t) = \bar{\dot{\mathbf{x}}}_j(t) + [(0.5 - \gamma) \cdot \bar{\ddot{\mathbf{x}}}_j(t) + \gamma \cdot \bar{\ddot{\mathbf{x}}}_j(t + \Delta t)] \cdot \Delta t, \end{cases} \quad (13)$$

$j = 1, \dots, n; \quad t \in [0, T - \Delta t],$

где $\bar{\mathbf{x}}_j = [q_j^r, (\bar{q}_j^e)^T]^T$; β и γ - постоянные ($0 \leq \beta \leq 0.5$ и $0 \leq \gamma \leq 1$). В случае, когда $\beta = \gamma = 0$, система уравнений (13) вырождается в явную схему интегрирования Ньюмарка, использование которой при разрешении уравнений движения упругих механических систем зачастую сопряжено с необходимостью выбора чрезвычайно малого шага интегрирования Δt [6]. В случае же $\beta \neq 0$ или $\gamma \neq 0$ речь идет о неявной схеме

интегрирования Ньюмарка (13) системы нелинейных дифференциальных уравнений движения упругих манипуляторов :

$$\bar{\mathbf{f}}[\bar{\mathbf{x}}(t + \Delta t), \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t + \Delta t), \ddot{\bar{\mathbf{x}}}(t + \Delta t), t] = \bar{\mathbf{0}}_p, \quad p = \sum_{j=1}^n N_j + n; \quad t \in [0, T - \Delta t], \quad (14)$$

где $\bar{\mathbf{x}} = [\bar{x}_1^T, \bar{x}_2^T, \dots, \bar{x}_n^T]^T$, которая с уч, том (13) приводится к линейризованной форме :

$$\bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{x}}^{t+\Delta t}) = \bar{\mathbf{F}}[\bar{\mathbf{x}}(t + \Delta t), t] = \bar{\mathbf{0}}_p, \quad p = \sum_{j=1}^n N_j + n; \quad t \in [0, T - \Delta t]. \quad (15)$$

Решение системы линейризованных уравнений (15) может быть осуществлено с привлечением метода Ньютона [6] :

$$\bar{\mathbf{x}}^{t+\Delta t, k} = \bar{\mathbf{x}}^{t+\Delta t, k-1} - \mathbf{J}^{-1}(\bar{\mathbf{x}}^{t+\Delta t, k-1}) \cdot \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{x}}^{t+\Delta t, k-1}), \quad t \in [0, T - \Delta t]; \quad k = 1, 2, \dots, \quad (16)$$

прич, м \mathbf{J} в (16) представляет собой якобиан системы уравнений (15), который, в связи с выбором неявной схемы интегрирования Ньюмарка (13), рассчитывается в виде

$$\mathbf{J} = \mathbf{M} + \gamma \cdot \Delta t \cdot \mathbf{CT} + \beta \cdot \Delta t^2 \cdot \mathbf{KT}, \quad (17)$$

где \mathbf{M} - матрица масс; \mathbf{CT} и \mathbf{KT} - тангенциальные матрицы демпфирования и ж, ст-кости соответственно, компоненты которых определяются выражениями

$$\begin{cases} \mathbf{CT}_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial \dot{x}_j} \\ \mathbf{KT}_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \end{cases}, \quad i, j = 1, \dots, \sum_{j=1}^n N_j + n. \quad (18)$$

Точное вычисление якобиана (17) в расчетной формуле метода Ньютона (16) ускоряет процесс сходимости, но предполагает громоздкий расчет тангенциальных матриц (18), особенно, при большом общем числе степеней свободы рассматриваемых систем [6]. С другой стороны, ассимиляция якобиана с матрицей масс манипулятора в (17), будучи оправданной для жестких систем, вызывает серьезные сомнения при наличии в кинематической цепи упругих звеньев [6]. В этой связи представляет особый практический интерес компромиссный подход к преодолению указанных трудностей вычислительного характера, заключающийся в замещении точного выражения якобиана (17) его редуцированным аналогом :

$$\mathbf{J} \approx \text{Diag}_{j=1, \dots, n} ({}^j \mathbf{M}_j + \gamma \cdot \Delta t \cdot {}^j \mathbf{CT}_j + \beta \cdot \Delta t^2 \cdot {}^j \mathbf{KT}_j), \quad j = 1, \dots, n, \quad (19)$$

расч,т которого в контексте представления уравнений движения в форме Ньютона-Эйлера обусловлен минимальными затратами вычислений.

Численная реализация предложенной методики расчета. Рассмотрим плоский двухзвенный манипулятор, представленный на рис. 2. Система начинает движение из горизонтального положения при $q_1^r(0) = q_2^r(0) = 0$ с постоянными угловыми скоростями звеньев ${}^1\bar{\omega}_1(t) \equiv 10 \text{ рад/с}$ и ${}^2\bar{\omega}_2(t) \equiv 0$. Для следующих геометрических и инерционных характеристик: $l_1 = l_2 = 0.8 \text{ м}$; $I_{z_1} = 5.333 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$, $I_{z_2} = 1.333 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$; $E_1 = E_2 = 7.0 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$; $m_1 = m_2 = 2.512 \text{ кг}$; $A_2 = 4.0 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; производим тест функционирования манипулятора в течение полного периода его обращения. Графики линейных деформаций ${}^2\bar{u}_2(A_3)$ представлены на рис. 3 а и б для случаев, когда звено 1 предполагается жестким, а звено 2 - упругим и когда оба звена 1 и 2 полагаются упругими, приняв $\bar{q}_1^e(0) = \bar{q}_2^e(0) = \bar{q}_1^e(0) = \bar{q}_2^e(0) = 0$, где $N_1 = N_2 = 1$. Программная реализация расчетной методики осуществлена на языке Turbo Pascal, тесты произведены на PC PENTIUM 100 с использованием переменных расширенного типа точности Extended, машинное время подсчета программы ТЕР=5 - 6 с. Результаты численных расчетов сопоставлены с одноименными характеристиками взятого из публикации [7] контрольного примера.

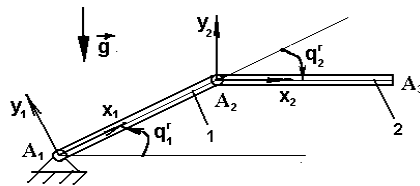
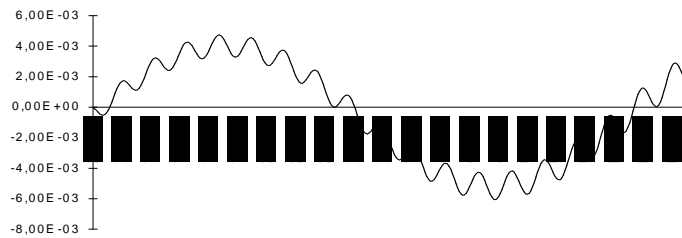
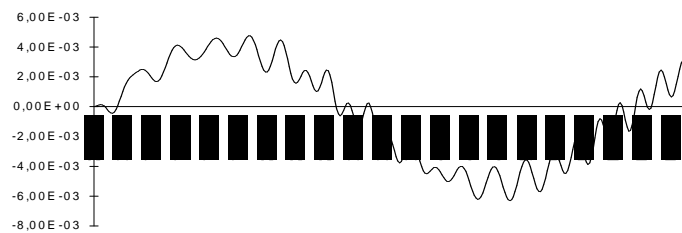


Рис. 2



5. а)



б)

Рис. 3

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Luh J.Y.S., Walker M.W. and Paul R.** On-line computational scheme for mechanical manipulators // ASME Trans. Int. J. Dyn. Sys. Meas. and Control. - 1980. - V. 102, N2. - P. 69 - 76.
2. **Boyer F. and Coiffet P.** Generalization of Newton-Euler model for flexible manipulators // Int. J. Robotic Systems. - 1996. - V. 13, N1. - P. 11 - 24.
3. **Boyer F. and Coiffet P.** Symbolic modeling of a flexible manipulator via assembling of its generalized Newton-Euler model // Int. J. Mechanism and Machines Theory. - 1996. - V. 31, N1. - P. 45 - 56.
4. **Dombre E. and Khalil W.** Модѳлиisation, identification et commande des robots. - Paris, Hermis, 1999.
5. **Boyer F. and Khalil W.** An efficient calculation of flexible manipulator inverse dynamics // Int. J. Robotics Research. - 1998. - V. 17, N3. - P. 282 - 293.
6. **Verlinden O.** Simulation du comportement dynamique de systѳmes multicorps flexibles comportant des membrures de forme complexe: Thise de Doctorat de la Facultѳ Polytechnique de Mons (Belgique). - 1994. - 222p.
7. **Avello A. and De Jalon J.G.** Dynamics of flexible multibody systems using cartesian co-ordinates and large displacement theory // Int. J. for Numerical Methods in Engineering. - 1991. - V. 32. - P. 1543 - 1563.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 31.10.2003.

ՅՈՒ.Լ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Կ.Գ. ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ, Ն. ԱԶՈՒԶ, Հ.Ա.ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

**ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՄԱՆԻՊՈՒԼՅԱՏՈՐՆԵՐԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ
ՆՅՈՒՏՈՆ - ԷՅԼԵՐԻ ԸՆԴՀԱՆՐԱՅՎԱԾ ՄԵԹՈԴՈՎ**

Նյութառն-էլլերի ընդհանրացված մեթոդի հիման վրա մշակված է առաձգական մանիպուլյատորների դինամիկական վերլուծության խնդիրների լուծման ալգորիթմ, որը հնարավորություն է ընձեռում առանց զանգվածների մատրիցի հակադարձման, թվային մեթոդով ինտեգրել մանիպուլյատորների շարժման հավասարումները: Առաջարկված ալգորիթմը զգալիորեն կրճատում է ինտեգրման վրա ծախսվող մեքենայական ժամանակը, ինչն էական նշանակություն ունի մանիպուլյացիոն համակարգերի լավարկված նախագծման և կառավարման համար:

Yu.L. SARGSYAN, K.G. STEPANYAN, N. AZUZ, H.A. GEVORGYAN

**DYNAMIC ANALYSIS OF FLEXIBLE MANIPULATORS USING THE
GENERALIZED NEWTON-EULER METHOD**

An efficient computational algorithm for dynamic analysis of elastic manipulators based on the generalized Newton-Euler method is developed. The algorithm enables the numerical integration of motion equations for elastic manipulators without inverting their inertia matrices and reduces considerably the computer time necessary for the integration. This factor is significant for optimum design and control problems of manipulator systems.