

А.А. ТЕРЗЯН, Г.С. СУКИАСЯН, Д.С. КАЗАРЯН, А.А. ГРИГОРЯН

**К АВТОМАТИЧЕСКОЙ АДАПТАЦИИ В ЗАДАЧАХ ПРИНЯТИЯ
РЕШЕНИЙ**

Разработан и реализован механизм самообучаемого автоматического управления процессом адаптации в задачах принятия решений. Показана работоспособность предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: принятие решений, самообучаемая автоматическая адаптация, математическая модель.

1. Введение. В связи с возрастанием сложности решаемых экстремальных задач возникает настоятельная потребность в создании системы формальной адаптации алгоритмов поисковой оптимизации к математическим моделям решаемых задач. По существу, подобная задача сводится к двойной оптимизации, одна из которых является целевой (решение поставленной экстремальной задачи), другая – оптимизацией самого процесса решения задачи.

В [1,2] был предложен математический, количественный подход к управлению процессом адаптации.

В настоящей работе на основании этого подхода разработан и реализован механизм самообучаемого автоматического управления процессом адаптации. На ряде численных экспериментов показана работоспособность предложенных алгоритмов.

2. Схема работы системы адаптации. Каждой оптимизационной задаче ставятся в соответствие два набора характеристик:

$$\bar{g} = (g_1, g_2, \dots, g_p) \text{ и } W = (w_1, w_2, \dots, w_l). \quad (1)$$

Первый набор $\bar{g}$ (назовем его первичный фрейм) содержит общие характеристики оптимизационной задачи. Вторичный фрейм W содержит информацию, полученную в результате решения оптимизационной задачи (например, затраченное время, примененные методы, управляющие параметры и т. д.). В (1) p и l обозначают размерности, соответственно, первичного и вторичного фреймов.

При поступлении очередной задачи оптимального проектирования вначале происходит компьютерная обработка соответствующей математической модели с целью заполнения первичного фрейма. Затем полученный фрейм сравнивается с первичными фреймами уже решенных задач из базы данных. Выделяется задача, первичный фрейм которой наиболее близок к фрейму решаемой задачи.

Работу системы адаптации можно представить в виде отображения

$$\bar{g} \rightarrow \bar{W} = \{W_1, W_2, \dots, W_k\},$$

где $\bar{W}$ – множество вторичных фреймов, имеющихся в базе данных (накопленный опыт); k – число фреймов, имеющихся в базе данных.

Близость решаемой задачи к одной из задач из массива предыстории определяется минимумом среднеквадратичного отклонения

$$R(\bar{g}) = \min_{g' \in G} \left\{ \sum_{i=1}^p a_i (g_i - g'_i)^2 \right\}, \quad g' = (g'_1, g'_2, \dots, g'_p),$$

где G – множество первичных фреймов из базы данных; a_i – весовые коэффициенты, определяющие относительную значимость одних параметров над другими. Эти коэффициенты задаются в виде экспертных оценок, хотя можно обойтись и без них ($a_i = 1$).

Исходя из информации, записанной во вторичном фрейме решенной задачи, даются рекомендации, каким методом решать новую задачу (структурная адаптация) и какие при этом использовать управляющие параметры (параметрическая адаптация).

После решения задачи заполняется её вторичный фрейм, и оба фрейма заносятся в базу данных, т.е. число k увеличивается на единицу. Следовательно, каждая новая задача обогащает базу данных, что способствует увеличению возможностей нахождения более близких аналогов для новых задач. Таким образом, данная адаптационная система является самообучающейся. Блок-схема адаптационной системы приведена на рис. 1.

3. Характеристики математической модели. Математическая модель представляет собой целевую функцию с ограничениями в виде неравенств, которые определяют допустимую область. Пусть требуется найти минимум (либо максимум) некоторой нелинейной многопараметрической целевой функции.

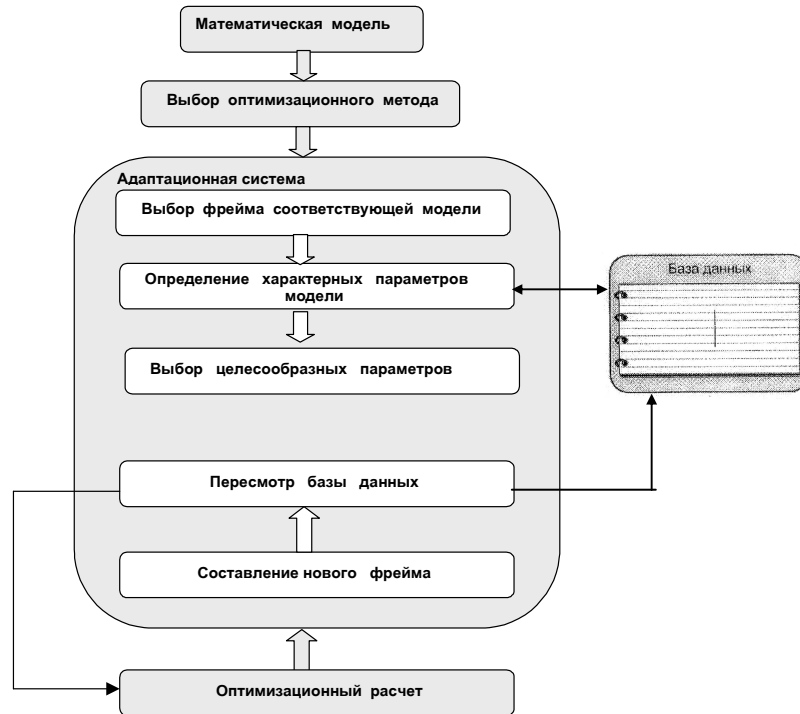
$$F(x) = F(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min_{x \in D} \Rightarrow x^* \quad (2)$$

при выполнении условий нелинейных ограничений типа неравенств

$$D: \varphi_i(x) = \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

В разработанной адаптационной системе первичные фреймы пятимерны ($p=5$). В качестве характеристик, формирующих первичный фрейм $\bar{g} = (g_1, g_2, \dots, g_5)$, нами приняты следующие: $g_1 = n$ – число варьируемых переменных; $g_2 = m$ – число существенных ограничений; $g_3 = e$ – относительная вытянутость допустимой области (эксцентриситет); $g_4 = h$ – геометрическая характеристика линий уровня целевой функции, определяющая степень овражности первого типа; $g_5 = \alpha$ – взаиморасположение

линий уровня целевой функции и границы допустимой области, определяющее степень овражности второго типа [3].



Рассмотрим их подробнее.

1. Число варьируемых переменных (n) определяет размерность задачи и бывает явно заданным в математической модели.

2. Число существенных ограничений (m) вычисляется следующим образом. Существенными являются те ограничения, которые формируют допустимую область. Ограничение φ_i можно представить как некую подобласть D_i n -мерного евклидова пространства E^n ,

$$D_i = \{x \in E^n : \varphi_i(x) = \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0\}.$$

Допустимая область D есть множество точек, где выполнены все ограничения (3), т.е. $D = \bigcap_i D_i$. Ограничение φ_i является несущественным, если оно содержит допустимую область D внутри себя, т.е. $D \subset D_i$ и $\partial D \cap \partial D_i = \emptyset$, где ∂D_i - границы соответствующих областей. Ограничение φ_i является существенным, если $\partial D \cap \partial D_i \neq \emptyset$, то есть существует точка x_0 , которая лежит на границе допустимой области ∂D (а значит, для неё выполняются все остальные ограничения) и на границе ∂D_i :

$$\varphi_i(x_0) = 0, \quad \varphi_j(x_0) \geq 0, \quad j \neq i. \quad (4)$$

Если все ограничения задаются непрерывными функциями (а в большинстве реальных инженерных задач это так), то в достаточно близкой окрестности точки x_0 имеются точки x' , сохраняющие свойство (4). В точке x' все ограничения выполняются, кроме одного.

На основе приведенных формальных представлений вычисляется число существенных ограничений. Генерируется некоторое число (N) равномерно распределённых случайных точек, и в каждой точке проверяется выполнение ограничений. Ограничение φ_i считается существенным, если хотя бы одна случайная точка попадает в область V_i , состоящую из точек, для которых справедливы все ограничения, кроме φ_i ,

$$V_i = \{x \in E^n : \varphi_j(x) \geq 0, \quad j \neq i, \quad \varphi_i(x) < 0\}.$$

Заметим, что применение метода Монте-Карло здесь может привести к ошибке только одного рода. Если точка попала в V_i , то, действительно, φ_i является существенным ограничением. Если же ни одна случайная точка не попала в V_i (и программа признала φ_i несущественным ограничением), то в действительности могут быть обе возможности: n-мерный объем $|V_i|$ области V_i равен нулю и φ_i на самом деле несущественное ограничение; $|V_i| > 0$, т.е. ограничение на самом деле существенное. Однако вероятность ошибки P равна

$$P = \left(1 - \frac{|V_i|}{|V|}\right)^N,$$

где $|V|$ - n-мерный объем выборочного окна, $|V_i| < |V|$. При возрастании числа случайных точек N вероятность ошибки стремится к нулю с экспоненциальной скоростью.

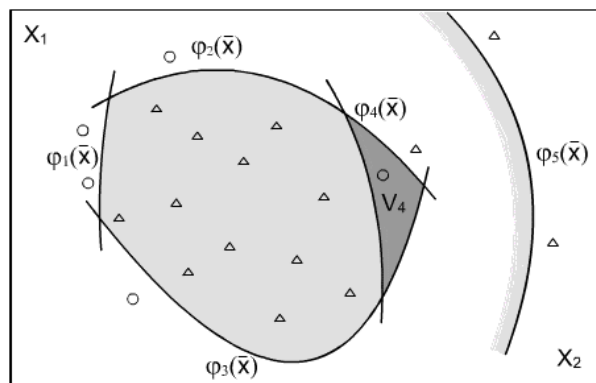


Рис. 2

На рис. 2 ограничение φ_5 несущественное, а ограничения $\varphi_1 \dots \varphi_4$ существенные. Знаками (o) обозначены случайные точки, которые привели к данному выводу.

3. Эксцентриситет ($\bar{e}$) допустимой области является матрицей (e_{ij}) размера $(n \times n)$. Из генерированных случайных точек выделяются точки, попавшие в допустимую область. Пусть их число - N_D , а координаты - $(X_1^{(s)}, \dots, X_n^{(s)})$, $s=1, \dots, N_D$. Проекция допустимой области на координатные оси аппроксимируются разностью координат

$$\beta_i = \max_s X_i^{(s)} - \min_s X_i^{(s)}, \quad i=1, \dots, n.$$

Затем числа β_i расставляются в возрастающем порядке и вычисляются их отношения

$$e_{ij} = \frac{\beta_i}{\beta_j}, \quad i < j.$$

Отметим, что упорядочивание чисел β_i необходимо для того, чтобы математические модели, отличающиеся лишь нумерацией переменных, имели одинаковые фреймы.

4. В качестве геометрической характеристики линий уровня целевой функции принят вектор $\bar{h} = (h_1, h_2, h_3)$. Пусть $\frac{\partial F(x)}{\partial x_i}$ - производная целевой функции F по направлению координатной оси O_{x_i} , определенная в точке x . Тогда h_1 - максимум производных целевой функции F по координатным направлениям:

$$h_1 = \max_x \left(\max_i \frac{\partial F(x)}{\partial x_i} \right);$$

h_2 -- соответствующий минимум:

$$h_2 = \max_x \left(\min_i \frac{\partial F(x)}{\partial x_i} \right);$$

h_3 -- относительная величина вытянутости линий уровня целевой функции:

$$h_3 = \max_x \left(\frac{\max_i \frac{\partial F(x)}{\partial x_i}}{\min_j \frac{\partial F(x)}{\partial x_j}} \right).$$

Отметим, что $h_3 \leq \frac{h_1}{h_2}$.

5. Угол α между линиями уровня целевой функции $F(x)$ и границей ∂D допустимой области можно оценить следующим образом. Пусть X_1 и X_2 - две точки из допустимой области, лежащие вблизи границы ∂D_i ограничения φ_i , т. е.

$$\varphi_i(X_k) \geq 0, \quad \varphi_i(X_k) < \varepsilon, \quad k = 1, 2. \quad (5)$$

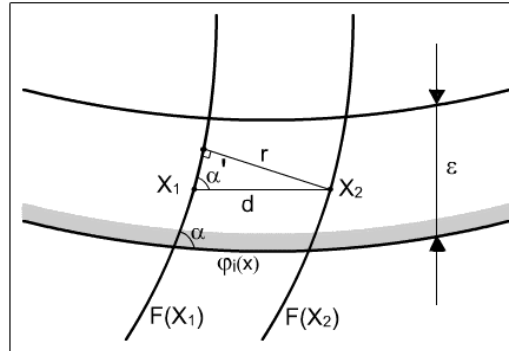


Рис. 3

Обозначим через d (рис. 3) расстояние между точками X_1 и X_2 , через r - расстояние между линиями уровня $F(X_1)$ и $F(X_2)$. Тогда для угла α имеем

$$\sin \alpha \approx \sin \alpha' = \frac{r}{d}. \quad (6)$$

Заменяя производную по r конечной разностью, получим

$$\frac{\partial F}{\partial r} = \frac{F(X_2) - F(X_1)}{r}.$$

Следовательно,

$$\sin \alpha \geq \min \frac{F(X_2) - F(X_1)}{d} \frac{1}{\max_i \frac{\partial F}{\partial X_i}}, \quad (7)$$

где минимум берется по всем парам точек, удовлетворяющим условию (5)

4. Численный эксперимент

Для оценок процессов аппроксимаций необходимых характеристик и определения работоспособности предложенных алгоритмов адаптации проведен ряд численных экспериментов. В качестве математических моделей брались такие функции, характеристики которых можно было вычислить аналитически. В частности, в принятой модели линии уровня целевой функции имели вид четырехмерного эллипсоида с заданным эксцентриситетом.

На рис. 4 показано отклонение приближенного значения эксцентриситета $\bar{e}$ допустимой области, полученного методом Монте-Карло, от точного значения в зависимости от числа сгенерированных точек.

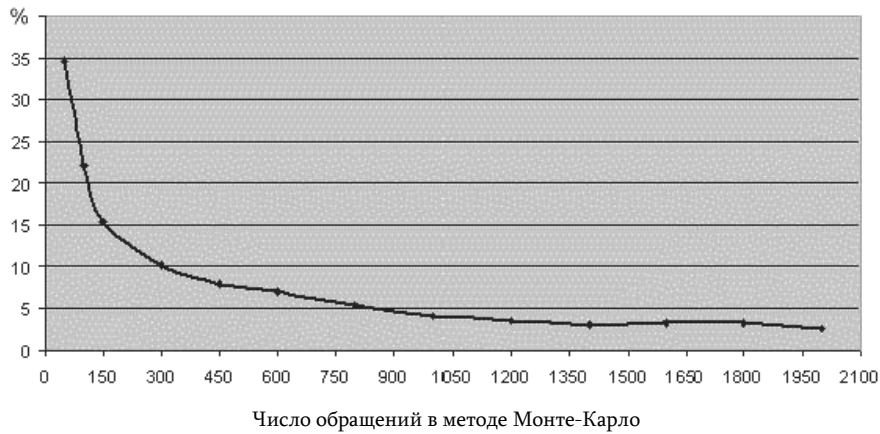


Рис. 4

Как видно из рис. 4, для принятой функции допустимая точность $\bar{e}$ достигается при приемлемом числе обращений к модели.

Процесс приближения ко всем остальным аппроксимируемым параметрам фрейма (кроме α) имеет подобный рис. 4 вид. Что же касается параметра α , то он аппроксимируется с помощью точек, находящихся в $\mathcal{E}$ -окрестности границы допустимой области (рис. 3).

На рис. 5 приведена зависимость оцениваемого угла α от параметра $\mathcal{E}$ при одном и том же числе обращений (по Монте-Карло) к модели.

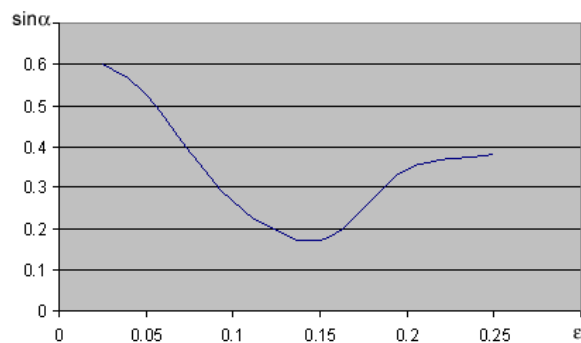


Рис. 5

Вид приведенной зависимости (рис. 5) объясняется тем, что с уменьшением ширины окрестности $\mathcal{E}$ уменьшается число точек, участвующих в аппроксимации (7), что приводит к значительной ошибке. С другой стороны, с увеличением ширины окрестности $\mathcal{E}$ нарушается параллельность отрезка X_1X_2 и границы ∂D

(рис. 3), что также приводит к увеличению погрешности аппроксимации (6). Из рис. 4 явствует также, что для исследуемой модели при данном количестве генерируемых случайных точек (по Монте-Карло) можно утверждать, что $\sin \alpha$ больше 0,17.

Для проверки эффективности процесса адаптации была накоплена база фреймов по результатам решения оптимизационных задач на разных моделях с использованием методов градиента, наискорейшего спуска, последовательного спуска и случайного поиска с несколькими видами самообучения [3] при различных значениях управляющих параметров. С использованием накопленной предыстории при решении новой задачи созданная система адаптации дала корректную рекомендацию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Terzian H.** Optimal Decision-Making Adaptive System // 42 Internationales Wissenschaftliches Kolloquium, Ilmenau. – 1997. – P.162-164
2. **Терзян А., Сукиасян Г., Балян А.** Автоматическая адаптация в системах принятия решений // The 4th International Scientific Conference Vrnjacka Banja. – 1997. – С. 312-315.
3. **Терзян А.** Автоматизированное проектирование электрических машин. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 256 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 10.06.2003.

Հ.Ա. ԹԵՐԶՅԱՆ, Հ.Ս. ՍՈՒԳԻԱՍՅԱՆ, Դ.Ս. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա.Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ
ՈՐՈՇՈՒՄՆԵՐԻ ԸՆԴՈՒՆՄԱՆ ԽՆԴԻՆԵՐՈՒՄ ԱՎՏՈՄԱՏ ԱԴԱՊՏԱՅԻԱՅԻ
ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Մշակված և իրականացված է ինքնաուսուցմամբ ավտոմատ ադապտացիայի կառավարման մեխանիզմ որոշումների ընդունման խնդիրներում: Ցույց է տրված առաջարկված ալգորիթմների աշխատունակությունը:

H.A. TERZIAN, H.S. SUKIASSYAN, D.S. GHAZARYAN, A.A. GRIGORYAN
ON AUTOMATIC ADAPTATION TO DECISION-MAKING PROBLEMS

A mechanism of self-training automatic control of the adaptation process in decision-making problems is developed and realized. The proposed algorithm workability is shown.