ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2003. Т. LVI, №3.

УДК 621 МАШИНОСТРОЕНИЕ

С.А. ГАСПАРЯН

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ВАЛОВ-ШПОНОЧНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Рассматриваются вопросы распределения усталостной долговечности валов-шпоночных соединений с учетом влияния длины концентратора напряжений при переменном изгибе и наложения статического кручения. Исследование осуществлено предложенным методом испытаний с сокращенной продолжительностью, основанным на статистической модели "слабейшего звена" и изложенным для двух видов исходного закона распределения вероятности. Приведен анализ кривых распределения долговечности валов.

Ключевые слова: долговечность, вероятность, шпоночная канавка, концентрация напряжений.

Возникновение и рост усталостной трещины в основном обусловливаются градиентом напряжений. Поэтому его влияние на усталостную долговечность валов-шпоночных соединений существенно изучать на основе распределения напряжений в зоне их концентраций [1,2]. С этой целью проведены усталостные испытания образцов со шпоночной канавкой с острым фрезерованным концевым участком, более широко применяемым вследствие компактности соединения и фиксированного положения шпонки. Концентрацию напряжений таких шпоночных канавок можно считать результатом совместного действия двух концентраторов напряжений - полукруга концевого участка и галтели на дне канавки. Ввиду использования определенного стандартного соотношения радиуса скругления галтели к диаметру вала изменение характера распределения напряжений обусловливается отношением размера полукруга к длине канавки и влиянием вида нагружения. Таким образом, контур шпоночной канавки может быть представлен как гладкая замкнутая кривая, составленная из двух равных полукругов диаметром d, имеющих, соответственно, две равнозначные зоны концентрации напряжений, соединенные прямолинейными отрезками размера l=id (рис. 1).

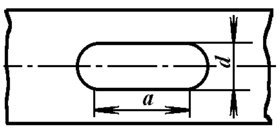

Рис. 1

Испытания осуществлены на специальной усталостной машине, разрушающей образцы циклическим изгибом и статическим кручением совместно или врозь. Испытанию подверглись 4 серии по 5 однотипных в каждой из них образцов, различающихся по соотношению k и виду нагружения. Эксперимент по оценке усталостной долговечности проведен методом испытаний с сокращенной продолжительностью [3], основанным на статистической модели "слабейшего звена", с учетом того, что образец со шпоночной канавкой считается элементом, содержащим два идентичных звена (две зоны концентрации напряжений). Поэтому образцы с а = 0 были изготовлены с двумя отверстиями.

Метод испытаний с сокращенной продолжительностью предполагает одновременное испытание группы k идентичных объектов - звеньев, составляющих единый элемент, и прекращение его с разрушением слабейшего из них. В предположении независимости случайных величин - ресурсов X звеньев, распределенных по определенному исходному закону $F(X)$, ресурс элемента (образца) определяется законом распределения наименьшей порядковой статистики выборки объемом k - $F_k(X)$:

$$F_k(X)=1-[1- F(X)]^k, \tag{1}$$

$$f_k(X)=k[1-F(X)]^{k-1}f(X), \tag{2}$$

где $f(X)$ и $f_k(X)$ - соответствующие плотности распределений.

В качестве исходных законов распределений усталостной долговечности принимаются асимптотическое распределение наименьших значений типа III - распределение Вейбулла-Гнеденко, и логарифмически нормальное распределение, построенные на правдоподобных физико-статистических моделях разрушения "слабейшего звена" и пропорционального эффекта соответственно.

При испытании элементов-образцов оценка параметров выбранной исходной функции распределения долговечности исследуемого звена производится на основе выборочного распределения $F_k(X)$ при условии, что число звеньев элемента k достаточно мало.

Если исходным для усталостной долговечности звена элемента принимается закон распределения Вейбулла-Гнеденко

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left({(x-\gamma)}/{\eta}\right)^{\beta}\right], \tag{3}$$

то с учетом свойства самовоспроизведения функции получим

$$F_k(x) = 1 - \exp\left[-\left({(x-\gamma)}/{\eta_k}\right)^{\beta}\right], \tag{4}$$

где

$$\eta_k = \eta k^{-1/\beta}, \tag{5}$$

т.е. распределение наименьшей порядковой статистики имеет ту же форму с единственным отличием - масштабным множителем $1/k^\beta$. Оценив известными методами параметры η_k, γ , β выборочного распределения $F(x)$, из (5) определяем изменяющийся параметр исходного распределения (.

Если в качестве исходного для усталостной долговечности X принят логарифмически-нормальный закон распределения случайной величины $Y=\lg X$:

$$F(y) = \frac{1}{\sigma_y\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{y}\exp\left[{-(y-a_y)^2}/{2\sigma_y^2}\right]\,dy, \tag{6}$$

$$F(y) = \frac{1}{\sigma_y\sqrt{2\pi}} \exp[-(y - a_y)^2 / 2\sigma_y^2], \qquad (7)$$

где a_y - математическое ожидание случайной величины Y; σ_y^2 - дисперсия с. в. Y, то посредством нормирования распределения (6) величиной $Z = \left[-(y - a_y)/2\sigma_y\right]$ определяем математическое ожидание и дисперсию приведенных наименьших значений $M(Z_k)$ и $D(Z_k)$. Численные значения этих величин для $2 \le k \le 10$ приведены в табл. 1.

Оценки параметров a_y, σ_y^2 исходного распределения определяются по

$$\overline{\sigma}_y^2 = \overline{s}^2 / D(z_k), \qquad (8)$$

$$\overline{a}_y = \overline{y} - M(z)\sqrt{s^2 / D(z_k)}, \qquad (9)$$

где $M(Z_k)$, $D(Z_k)$ берутся из табл. 1 по k, выборочные среднее $\overline{y}$ и дисперсия s^2 вычисляются по

$$\overline{y} = \sum_{i=1}^{n} y_i / n, \qquad (10)$$

$$s^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_1 - y)^2 / (n-1); \qquad (11)$$

y_i - логарифмы долговечностей испытанных образцов-элементов; n - их число.

Если $\hat{F}_k(X)$ является эмпирической оценкой функции $F_k(X)$, то, согласно (1),

$$\hat{F}(X) = 1 - \left[1 - F_k(X)\right]^{1/k} \qquad (12)$$

представляет эмпирическую оценку функции F(X), что допускает использо-вание соответственно построенной вероятностной бумаги для графического представления результатов испытаний с ординатами выборочных точек, преобразованных по (12).

Таблица 1

k	$M(Z)_k$	$D(Z)_k$
1	0	1
2	-0,564	0,682
3	-0,846	0,559
4	-1,029	0,492
5	-1,163	0,448
6	-1,267	0,416
7	-1,352	0,392
8	-1,424	0,373
9	-1,485	0,357
10	-1,539	0,344
11	-1,586	0,333
12	-1,629	0,324

Построение графиков функции распределения случайной величины X осуществляется на вероятностной бумаге, название которой связано с методом масштабирования оси y. Закон распределения F(X), определяющий тип вероятностной бумаги, изображается прямой линией, зависящей от параметров положения и масштаба данного распределения, что позволяет провести проверку соответствия гипотезе, упрощает предсказание долговечности без необходимости предварительных оценок параметров распределения и упростить сопоставление функций распределения характеристик с.в. в связи с вариациями разных факторов (технологических, эксплуатационных и т.д.), а также

четко указывает на различие между двумя законами распределений, почти идентичными при построении их в обычном линейном масштабе [4].
При нанесении позиций выборочных точек на вероятностной бумаге следует выбрать накопленную частость W(x) или эмпирическую оценку $\dot{F}(x)$ для F(x) в предложенном [5] виде, имеющем минимальную среднеквадратическую ошибку и смещение

$$W=(i-\alpha_i)/(n-\alpha_i-\beta_i+1)$$

и правомерном при оптимальном значении $\alpha_i=\beta_i=3/8$ для выбранных исходных законов распределений. Здесь i - порядковый номер образца в вариационном ряду; n – объем выборки.

При построении вероятностной сетки для логарифмически-нормального распределения вдоль оси абсцисс наносится логарифмическая шкала случайной величины X, а по оси ординат - шкала функции нормального распределения, определяемая по формуле (5). Параллельно со шкалой F строится шкала значений нормированной случайной величины.
При построении вероятностной сетки для распределения Вейбулла-Гнеденко вдоль оси абсцисс также наносится логарифмическая шкала случайной величины, а вдоль оси ординат - шкала значений функции распределения F, связанной с величиной y в равномерном масштабе формулой $y = \lg[-\ln(1 - F)]$. График функции распределения изображается прямой с угловым коэффициентом b, проходящей через точку с координатами $x = c$ и $y = 0$ (т.е. $1 - 1/e = 0{,}632$), $\lg[-\ln(1 - F)] = \beta\,[\lg(x) - \lg c]$ и полученной двойным логарифмированием уравнения (3). Угловой коэффициент $b = 1/\beta$.

Результаты эксперимента приведены в виде эмпирических кривых распределения усталостной долговечности образцов всех серий с использованием вероятностной бумаги, построенной на основе вышеизложенного, предварительно приняв в качестве исходного логарифмически-нормальный закон распределения. Оценки параметров усталостной долговечности для всех серий опытов приведены в табл. 2 с учетом выбранных из табл. 1 значений и при k = 2.

Эмпирические функции распределения усталостной долговечности образцов для различных длин шпоночной канавки и видов нагружения приведены на рис. 2.

Таблица 2

№	Тип		Параметры распределения	
	образцов (по длине канавки)	нагружения	$\lg \overline{N}$	$s_{\lg N}$
1	с отверстием	изгиб	4,304	0,601
2	со средней канавкой	изгиб	4,431	0,167
3	с длинной " "	изгиб	3,957	0,301
4	с длинной " "	изгиб с кручен.	4,284	0,238

Сравнение относительных позиций кривых распределения усталостной долговечности подтверждает правомерность результатов теоретических исследований [1,2], т.е. влияние градиента напряжений на усталостную долговечность, обусловленное значением относительной длины шпоночной канавки, а также приложенным статическим моментом кручения.

Рис. 2
1- с длинной канавкой (a = 4d – циклический изгиб)
2- со средней " "(a = 2.5d – циклический изгиб)
3- с отверстием (a = 0 – циклический изгиб)
4- с длинной" " (циклический изгиб и статическое кручение)

При этом следует указать на существенное практическое значение использования метода проведения испытаний на долговечность на основе статистической модели “слабейшего звена”, обеспечивающего значительную экономию материала и сокращающего общую длительность эксперимента при учете наименьших значений порядковых статистик испытаний на долговечность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гаспарян С. А., Шекян Л. А.** Оценка усталостной долговечности валов шпоночных соединений: Тез. докл. Межд. конф. “Оценка и обоснование продления ресурса элементов конструкций”. - Киев, 2000. - С. 315.
2. **Гаспарян С. А., Слкуни Г. Л.** Исследование распределения напряжений шпоночных соединений поляризационно – оптическим методом // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2001. - Т. 54, №2. - С. 173 - 178.
3. **Захарян А. Х., Гаспарян С. А.** Испытание на усталость с сокращенной продолжительностью // Изв. АН АрмССР. Сер. ТН. - 1988. - №1. - С. 23 - 28.
4. **Гумбель Э.** Статистика экстремальных значений.- М.: Мир, 1965. - 450с.
5. **Дж. Као.** Модели долговечности и их использование: Справочник по надежности. – М.: Мир, 1977. – Т. 1. - С. 51-76.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 04.07.2002.

Ս.Հ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ

ԵՐԻԹԱՅԻՆ ՄԻԱՑՈՒԹՅԱՄԲ ԼԻՍԵՌՆԵՐԻ ՀՈԳՆԱԾԱՅԻՆ ԵՐԿԱՐԱԿԵՑՈՒԹՅԱՆ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆԱՅԻՆ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ

Դիտարկվում է լիսեռների հոգնածային երկարակեցության բաշխումը լարումների կուտակիչի՝ երիթային ակոսի երկարության հաշվառմամբ, փոփոխական ծռման ու վրադրված ստատիկ ոլորման դեպքում: Հետազոտությունն իրականացվել է կրճատված տևականությամբ փորձարկումների առաջարկված մեթոդով (հիմնված ամենաթույլ օղակի վիճակագրական մոդելի վրա), որը շարադրված է ելակետային հավանականության բաշխման երկու օրենքների համար: Բերված է լիսեռների երկարակեցության բաշխման կորերի վերլուծություն:

S. H. GASPARYAN

PROBABILISTIC EVALUATION OF KEYED-JOINT SHAFT'S DURABILITY

Distribution of fatigue durability of keyed-joint shafts has been considered subject to the influence of stress riser's size at variable bending and imposed static torque. Investigation has been realized by the proposed method of reduced duration testing based on the statistical model of the weakest link and given for two kinds of initial distribution law of probability. The analysis of shaft durability distribution curves is given.