

М.Г. СТАКЯН, А.О. ОГАНЕСЯН, А.Р. ДЕМИРХАНЫ

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОРОГА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПО ДОЛГОВЕЧНОСТЯМ

Сообщение 2. Определение априорных характеристик вариационных рядов долговечностей по уровням перенапряжений

Получены корреляционные связи между основными статистиками, в частности, порогом чувствительности генерированных условных выборок долговечностей и объемами этих выборок на разных уровнях перенапряжений. Для обобщения результатов статистического исследования получена система линейных уравнений относительных коэффициентов указанных статистик и составлена номограмма для определения этих коэффициентов от объема испытаний и заданного уровня вероятности неразрушения.

Ключевые слова: испытания на усталость, порог чувствительности, корреляционная связь, номограмма.

Использование данных массовых испытаний на усталость ($n = 600$, рис. 1 [1]), генерация отдельных выборок циклических долговечностей в реальном интервале изменения их объемов ($n_v = 20 \dots 100$) и большая частота повторений случайной выборки при фиксированном объеме n_v ($u = 100$) обеспечили сходимость основных статистик вариационных рядов долговечностей, что свидетельствует о достоверности полученных в результате статистического (виртуального) эксперимента расчетных величин.

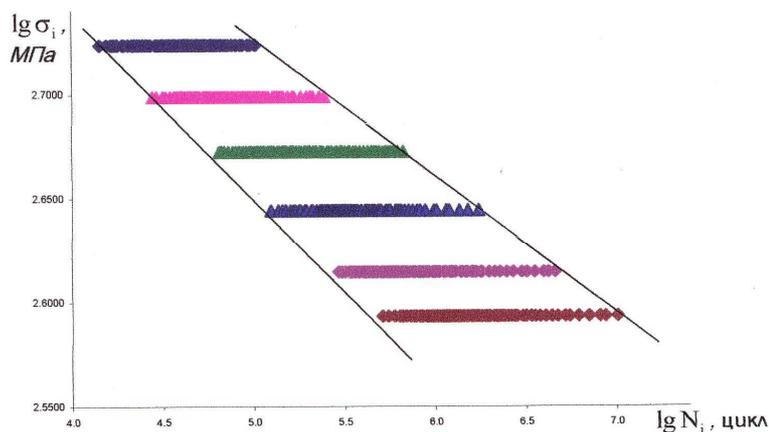


Рис. 1

Это позволяет считать, что виртуальный эксперимент, моделирующий режим

работы парка машин усталостной лаборатории, максимально приближен к реальным условиям эксплуатации передаточных механизмов. Поэтому осредненные результаты этого эксперимента можно считать априорными и распространить их на валы, изготавливаемые из широко применяющихся среднеуглеродистых и низколегированных сталей [1], а показатели рассеяния использовать для определения доверительных интервалов основных статистик вариационных рядов, описываемых нормальным законом распределения [2].

На основе результатов комплексной проверки нормальности распределения, а также вероятностных значений указанных статистик без учета и с учетом порога чувствительности, соответственно, для общей совокупности (n_0) и отдельной выборки (n_v) можно представить в виде эмпирических линий функции нормального распределения:

$$\begin{aligned}\hat{U}_{P_{io}} &= \bar{U}_{io} + z_p s_{U_{io}}, v_{U_{io}} = s_{U_{io}} / \bar{U}_{io}, \\ \hat{U}'_{P_{io}} &= \bar{U}'_{io} + z_p s'_{U_{io}}, v'_{U_{io}} = s'_{U_{io}} / \bar{U}'_{io}, \\ \hat{U}_{P_{iv}} &= \bar{U}_{iv} + z_p s_{U_{iv}}, v_{U_{iv}} = s_{U_{iv}} / \bar{U}_{iv}, \\ \hat{U}'_{P_{iv}} &= \bar{U}'_{iv} + z_p s'_{U_{iv}}, v'_{U_{iv}} = s'_{U_{iv}} / \bar{U}'_{iv}.\end{aligned}\tag{1}$$

где $\bar{U}_{io} = \bar{x}_{io}, s_{io}, v_{io}, \lg \sum N_{io}$; $\bar{U}'_{io} = \bar{x}'_{io}, s'_{io}, v'_{io}, \bar{x}_{oio}$;
 $\bar{U}_{iv} = \bar{x}_{iv}, s_{iv}, v_{iv}, \lg \sum N_{iv}$; $\bar{U}'_{iv} = \bar{x}'_{iv}, s'_{iv}, v'_{iv}, \bar{x}_{oiv}$;
 $s_{U_{io}} = s_{xio}, s_{s_{io}^2}, s_{v_{io}}, s_{\lg \sum N_{io}}$; $s'_{U_{io}} = s'_{xio}, s'_{s_{io}^2}, s'_{v_{io}}, s'_{x_{oio}}$;
 $s_{U_{iv}} = s_{xiv}, s_{s_{iv}^2}, s_{v_{iv}}, s_{\lg \sum N_{iv}}$; $s'_{U_{iv}} = s'_{xiv}, s'_{s_{iv}^2}, s'_{v_{iv}}, s'_{x_{oiv}}$.

Первоначально группируют данные и составляют таблицу значений $\hat{U}_{P_{io}}$, $\hat{U}'_{P_{io}}$ и $\hat{U}_{P_{iv}}$, $\hat{U}'_{P_{iv}}$ для вероятностей $P = 0,5, 0,9, 0,95, 0,99$ и $0,999$ ($z_p = 0, -1,28, -1,64, -2,32, -3,09$, см. табл.):

$$\begin{aligned}\hat{U}_{P_{io}} &= \hat{x}_{io}, \hat{s}_{io}, \hat{v}_{io}, \lg \sum \hat{N}_{io}; & \hat{U}_{P_{iv}} &= \hat{x}_{iv}, \hat{s}_{iv}, \hat{v}_{iv}, \lg \sum \hat{N}_{iv}; \\ \hat{U}'_{P_{io}} &= \hat{x}'_{io}, \hat{s}'_{io}, \hat{v}'_{io}, \hat{x}_{oio}; & \hat{U}'_{P_{iv}} &= \hat{x}'_{iv}, \hat{s}'_{iv}, \hat{v}'_{iv}, \hat{x}_{oiv}.\end{aligned}$$

Как отмечено в [3, 4], малоизученной является связь между основными статистиками рядов и объемом испытаний, которая фактически регламентирует два противоположных критерия эффективности механических испытаний: достоверность полученных результатов и экономический аспект, связанный с объемом и продолжительностью испытаний. С целью выявления корреляционных связей между указанными статистиками и объемом испытаний используют метод преобразования [2] и отыскания оптимальной формы связи $U_{P_{iv}}, U'_{P_{iv}} = f_{1,2}(n_v)$, $s_{U_{iv}}, s'_{U_{iv}} = f_{3,4}(n_v)$, $v_{U_{iv}}, v'_{U_{iv}} = f_{5,6}(n_v)$ для вероятностных значений, приведенных в таблице. Полученные связи могут быть использованы в различных

расчетных схемах и при графическом представлении результатов.

Таблица

n_v	$\bar{U}_{iv},$ \bar{U}'_{iv}	$S_{Uiv},$ S'_{Uiv}	$v_{Uiv},$ v'_{Uiv}	Значения \hat{U}_{Piv} и \hat{U}'_{Piv} при $P =$				
				0,5	0,9	0,95	0,99	0,999
n_o	$\bar{U}_{io},$ \bar{U}'_{io}	$S_{Uio},$ S'_{Uio}	$v_{Uio},$ v'_{Uio}	$\hat{U}_{0,5io},$ $\hat{U}'_{0,5io}$	$\hat{U}_{0,9io},$ $\hat{U}'_{0,9io}$	$\hat{U}_{0,95io},$ $\hat{U}'_{0,95io}$	$\hat{U}_{0,99io},$ $\hat{U}'_{0,99io}$	$\hat{U}_{0,999io},$ $\hat{U}'_{0,999io}$
n_1	$\bar{U}_{i1},$ \bar{U}'_{i1}	$S_{Ui1},$ S'_{Ui1}	$v_{Ui1},$ v'_{Ui1}	$\hat{U}_{0,5i1},$ $\hat{U}'_{0,5i1}$	$\hat{U}_{0,9i1},$ $\hat{U}'_{0,9i1}$	$\hat{U}_{0,95i1},$ $\hat{U}'_{0,95i1}$	$\hat{U}_{0,99i1},$ $\hat{U}'_{0,99i1}$	$\hat{U}_{0,999i1},$ $\hat{U}'_{0,999i1}$
n_2	$\bar{U}_{i2},$ \bar{U}'_{i2}	$S_{Ui2},$ S'_{Ui2}	$v_{Ui2},$ v'_{Ui2}	$\hat{U}_{0,5i2},$ $\hat{U}'_{0,5i2}$	$\hat{U}_{0,9i2},$ $\hat{U}'_{0,9i2}$	$\hat{U}_{0,95i2},$ $\hat{U}'_{0,95i2}$	$\hat{U}_{0,99i2},$ $\hat{U}'_{0,99i2}$	$\hat{U}_{0,999i2},$ $\hat{U}'_{0,999i2}$
n_3	$\bar{U}_{i3},$ \bar{U}'_{i3}	$S_{Ui3},$ S'_{Ui3}	$v_{Ui3},$ v'_{Ui3}	$\hat{U}_{0,5i3},$ $\hat{U}'_{0,5i3}$	$\hat{U}_{0,9i3},$ $\hat{U}'_{0,9i3}$	$\hat{U}_{0,95i3},$ $\hat{U}'_{0,95i3}$	$\hat{U}_{0,99i3},$ $\hat{U}'_{0,99i3}$	$\hat{U}_{0,999i3},$ $\hat{U}'_{0,999i3}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n_v	$\bar{U}_{iv},$ \bar{U}'_{iv}	$S_{Uiv},$ S'_{Uiv}	$v_{Uiv},$ v'_{Uiv}	$\hat{U}_{0,5iv},$ $\hat{U}'_{0,5iv}$	$\hat{U}_{0,9iv},$ $\hat{U}'_{0,9iv}$	$\hat{U}_{0,95iv},$ $\hat{U}'_{0,95iv}$	$\hat{U}_{0,99iv},$ $\hat{U}'_{0,99iv}$	$\hat{U}_{0,999iv},$ $\hat{U}'_{0,999iv}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n_1	$\bar{U}_{i1},$ \bar{U}'_{i1}	$S_{Ui1},$ S'_{Ui1}	$v_{Ui1},$ v'_{Ui1}	$\hat{U}_{0,5i1},$ $\hat{U}'_{0,5i1}$	$\hat{U}_{0,9i1},$ $\hat{U}'_{0,9i1}$	$\hat{U}_{0,95i1},$ $\hat{U}'_{0,95i1}$	$\hat{U}_{0,99i1},$ $\hat{U}'_{0,99i1}$	$\hat{U}_{0,999i1},$ $\hat{U}'_{0,999i1}$

Для универсализации результатов статистического исследования и их распространения на валы, изготовленные из указанного класса конструкционных сталей, целесообразно ввести относительные коэффициенты типа

$$\hat{\delta}_{Piv} = \hat{U}_{Pio} / \hat{U}_{Piv}, \quad \hat{\delta}'_{Piv} = \hat{U}'_{Pio} / \hat{U}'_{Piv}, \quad (2)$$

где $\hat{\delta}_{Piv} = \hat{\delta}_{xiv}, \hat{\delta}_{siv}, \hat{\delta}_{viv}, \hat{\delta}_{\lg \sum N_{io}}; \hat{\delta}'_{Piv} = \hat{\delta}'_{xiv}, \hat{\delta}'_{siv}, \hat{\delta}'_{viv}, \delta_{xoiiv},$

$$\hat{\delta}_{xiv} = \hat{x}_{io} / \hat{x}_{iv}, \quad \hat{\delta}_{siv} = \hat{s}_{io} / \hat{s}_{iv}, \quad \hat{\delta}_{viv} = \hat{v}_{io} / \hat{v}_{iv}, \quad \hat{\delta}_{\lg \sum N_{io}} = \lg \sum \hat{N}_{io} / \lg \sum \hat{N}_{iv},$$

$$\hat{\delta}'_{xiv} = \hat{x}'_{io} / \hat{x}'_{iv}, \quad \hat{\delta}'_{siv} = \hat{s}'_{io} / \hat{s}'_{iv}, \quad \hat{\delta}'_{viv} = \hat{v}'_{io} / \hat{v}'_{iv}, \quad \hat{\delta}_{xoiiv} = \bar{x}_{oio} / \bar{x}_{oiv}.$$

Аналогично определяют оптимальную форму связи $\hat{\delta}_{Piv},$

$\hat{\delta}'_{Piv} = \varphi_{1,2}(n_v)$ для всех значений $\hat{\delta}_{Piv}$, $\hat{\delta}'_{Piv} y_v = a + b(x_v - \bar{x})$, где $y_v = \hat{\delta}_{x'iv}, \hat{\delta}_{s'iv}, \hat{\delta}_{v'iv}, \hat{\delta}_{lg \Sigma N_{io}}$ и $\hat{\delta}'_{x'iv}, \hat{\delta}'_{s'iv}, \hat{\delta}'_{v'iv}, \delta_{x'ioiv}$, $x_v = n_v$ или $lg n_v$.

Обобщая результаты статистического эксперимента, получают системы линейных корреляционных уравнений без учета и с учетом порога чувствительности, в которых в качестве параметра принят квантиль нормального распределения Z_p :

$$\begin{cases} \hat{\delta}_{x'iv} = a_1 + b_1(n - \bar{n}), \\ \hat{\delta}_{s'iv} = a_2 + b_2(n - \bar{n}), \\ \hat{\delta}_{v'iv} = a_3 + b_3(n - \bar{n}), \\ \hat{\delta}_{lg \Sigma N_{io}} = a_4 + b_4(n - \bar{n}), \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{\delta}'_{x'iv} = a'_1 + b'_1(n - \bar{n}), \\ \hat{\delta}'_{s'iv} = a'_2 + b'_2(n - \bar{n}), \\ \hat{\delta}'_{v'iv} = a'_3 + b'_3(n - \bar{n}), \\ \hat{\delta}_{x'ioiv} = a'_4 + b'_4(n - \bar{n}). \end{cases} \quad (3)$$

В ряде случаев для быстрой или экспертной оценки предпочтение дается графическим методам определения искомых статистических показателей. Для этой цели удобно использовать метод номографии и составить номограмму, которая позволяет несложным графическим построением определить один или несколько интересующих статистик, а также решить ряд обратных задач с разными предварительными условиями (рис. 2).

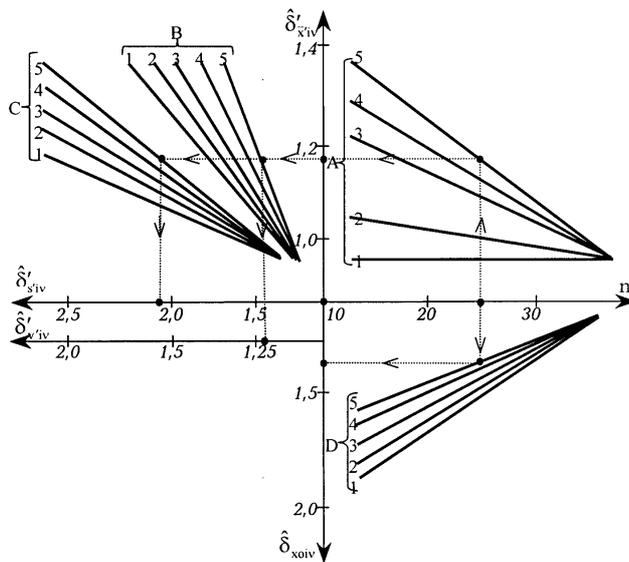


Рис. 2. Номограмма

$F(\hat{\delta}'_{x'iv}, \hat{\delta}'_{s'iv}, \hat{\delta}'_{v'iv},$

$\hat{\delta}_{x'ioiv}, n, Z_p) = 0$.

Зависимости:

A - $\hat{\delta}'_{x'iv} = \varphi_1(n)$,

B - $\hat{\delta}_{x'iv} = \psi_1(\delta_{v'iv})$,

C - $\hat{\delta}'_{x'iv} = \psi_2(\delta_{s'iv})$,

D - $\hat{\delta}_{x'ioiv} = \varphi_2(n)$.

Линии 1..5 соответствуют

$P(N) = 0,5, 0,9, 0,95, 0,99$

по 0,999

Несколько видоизменяя систему (3), представим ее в удобной для номограммы форме:

$$\begin{cases}
\hat{\delta}_{\bar{x}iv} = a_1 + b_1(n - \bar{n}), & A_1 = (a_1 b_2 - a_2 b_1) / b_2, \\
\hat{\delta}_{\bar{x}iv} = A_1 + B_1 \hat{\delta}_{siv}, & A_2 = (a_1 b_3 - a_3 b_1) / b_3, \\
\hat{\delta}_{\bar{x}iv} = A_2 + B_2 \hat{\delta}_{v'iv}, & B_1 = b_1 / b_2, \\
\hat{\delta}_{lg \sum N_{io}} = a_4 + b_4(n - \bar{n}), & B_2 = b_1 / b_3,
\end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases}
\hat{\delta}'_{\bar{x}iv} = a'_1 + b'_1(n - \bar{n}), & A'_1 = (a'_1 b'_2 - a'_2 b'_1) / b'_2, \\
\hat{\delta}'_{\bar{x}iv} = A'_1 + B'_1 \hat{\delta}'_{s'iv}, & A'_2 = (a'_1 b'_3 - a'_3 b'_1) / b'_3, \\
\hat{\delta}'_{\bar{x}iv} = A'_2 + B'_2 \hat{\delta}'_{v'iv}, & B'_1 = b'_1 / b'_2, \\
\hat{\delta}'_{xoiiv} = a'_4 + b'_4(n - \bar{n}), & B'_2 = b'_1 / b'_3.
\end{cases}$$

В итоге для каждого уровня перенапряжений σ_i можно получить по две номограммы – без учета и с учетом порога чувствительности N_{oi} .

Для данного статистического исследования наибольший интерес представляет второй случай. На рис. 2, используя данные [1], для $\sigma_i = 540, 510, 480, 450, 420$ и 400 МПа дана эта номограмма и ход графических процедур для объема испытаний $n_v = 25$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бастенер Ф., Бастьен М., Поме Ж.** Статистический анализ результатов новых усталостных испытаний // Усталость и выносливость металлов: Сб. ст. – М.: ИЛ, 1963. – С. 390-406.
2. **Стакян М. Г., Оганесян А. О., Демирханян А. Р.** Статистическое исследование порога чувствительности по долговечностям. Сообщение 1. Проверка нормальности распределения статистик вариационных рядов долговечностей // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. – 2003. – Т. 56, No 2. – С. 206-215.
3. **Степнов М.Н.** Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справ. – М.: Машиностр., 1985. – 232 с.
4. **Стакян М.Г., Джрбашян Т.Э.** Влияние характера распределения образцов по уровням напряжений на результаты усталостных испытаний // Изв. вузов. Машиностр. – 1994. – No10-12. – С. 42-46.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 10.01.2002.

**Մ. Գ. ՍՏԱԿՅԱՆ, Ա. Հ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Ա. Ռ. ԴԵՄԻՐԽԱՆՅԱՆ
ԸՍՏ ԵՐԿԱՐԱԿԵՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ՝ ԶԳԱՅՆՈՒԹՅԱՆ ՇԵՄԻ ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ
ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ**

**Հաղորդում 2. Երկարակեցությունների փոփոխակալին շարքերի
նախափորձնական վիճակագրերի որոշումն ըստ գերլարումների մակարդակների**

Ստացված են հարաբերակցական կապեր երկարակեցությունների գենե-
րացված պայմանական ընտրանքների հիմնական վիճակագրերի, մասնա-
վորապես՝ “զգայնության շեմի” և այդ ընտրանքների ծավալների միջև՝ գերլա-
րումների տարբեր մակարդակներով: Վիճակագրական հետազոտության
արդյունքներն ընդհանրացնելու նպատակով ստացված է նշված վիճակագրերի
հարաբերական գործակիցների գծային հավասարումների համակարգ, կազմված
է այդ գործակիցների որոշման նունգրամ՝ կախված փորձարկումների ծավալից և
չքայքայման հավանականության տրված մակարդակից:

M. G. STAKYAN, A. H. HOVHANNISYAN, A. R. DEMIRKHANDYAN

**STATISTICAL INVESTIGATION OF THE THRESHOLD OF SENSITIVENESS
DUE TO DURABILITY**

**Information 2. The determination of the pre-experimental description of
variational series of durability due to the levels of overstresses.**

Correlational connections between basic descriptions of generated conven-
tional selections of durability, particularly the “threshold of sensitiveness”, and the
amount of these selections on different levels of overstresses are obtained. In
order to generalize the results of statistical investigation, there exists a system of
linear equation of relative coefficients of the given statistics; and a nomogram has
been built in order to determine those coefficients depending on the scope of
experiments and given non-destruction of probability level.