

М.А. ЕСАЯН, А.А. АРАКЕЛЯН, С.А. МИНАСЯН, Г.П. МЕЛИКЯН

**ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ
РЕСУРСОВ**

Предлагается динамическая модель задачи распределения энергетических ресурсов (РЭР) в регионе, имеющем разнообразные секторы производства: промышленность, сельское хозяйство, а также секторы, объединяющие транспорт и связь, бытовые услуги, торговлю, науку и образование.

Ключевые слова: энергия, ресурсы, спрос, потребление, баланс.

Задача распределения ресурсов, в частности энергетических, является одной из актуальных проблем, решаемых в области исследования операций [1-3]. Естественно, что эта задача логически может быть включена в область оптимального управления. Несмотря на большое количество работ в области оптимального распределения ресурсов, проблема управления энергетическими ресурсами и их распределения между секторами экономики требует более углубленного описания и, следовательно, создания эффективных методов решения. Полагаем, что задача распределения энергетических ресурсов основана на следующих двух аргументах:

первый состоит на знаниях и опыте специалистов, занятых производством электроэнергии и ее сбытом;

второй определяется сложностью и динамической природой факторов, определяющих проблему распределения энергетических ресурсов, основанную на обеспечении баланса между спросом и потреблением, и управления динамикой изменения точки равновесия.

Несмотря на различия между этими утверждениями, тем не менее покажем, что создание модели, адекватно описывающей процесс распределения энергетических ресурсов в многосекторном производстве, является возможным. Более того, модель, приведенная в данной работе, позволяет решить задачи принятия решений планирования и получения оптимальных траекторий достижения планируемого состояния спроса/предложения.

Таким образом, задача, решаемая в данной работе, может быть сформулирована как задача поддержки принятия решений распределения энергетических ресурсов между секторами производства и является развитием подходов [4,5].

Динамическая модель РЭР. Динамическая модель РЭР рассматривает следующие секторы производства: промышленность, сельское хозяйство, а также секторы, объединяющие торговлю, транспорт и связь, бытовые услуги и др. Обозначим их в дальнейшем соответственно через i, a, o . В качестве видов

энергетических ресурсов рассмотрим электроэнергию, получаемую от тепловых электростанций, гидроэлектростанций и атомных станций.

Виды электрической энергии обозначим через 1,2,3 соответственно.

В качестве факторов, определяющих условие равновесия, рассмотрим уравнение равновесия между спросом и его предложением.

Индексы, переменные и параметры.

Рассмотрим плановый период, обозначив его через $[t_0, T]$.

Обозначим переменные через:

$Q^D(t)$ - спрос на электроэнергию в момент времени $t \in [t_0, T]$;

$Q_i^D(t)$ - спрос промышленности на электроэнергию в момент времени $t \in [t_0, T]$;

$Q_a^D(t)$ - спрос сельского хозяйства на электроэнергию в момент времени $t \in [t_0, T]$;

$Q_o^D(t)$ - спрос остальных секторов производства на электроэнергию в момент времени $t \in [t_0, T]$;

$Q_f^D(t)$ - экспортируемые объемы электроэнергии в момент времени $t \in [t_0, T]$;

$G(t)$ - валовый внутренний продукт в момент времени $t \in [t_0, T]$;

$G_i(t)$ - продукция промышленности в момент времени $t \in [t_0, T]$;

$G_a(t)$ - продукция сельского хозяйства в момент времени $t \in [t_0, T]$;

$G_o(t)$ - продукция остальных секторов производства в момент времени $t \in [t_0, T]$;

$Q^S(t)$ - предложение электроэнергии в момент времени $t \in [t_0, T]$;

$Q_1^S(t)$ - предложение электроэнергии ТЭЦ в момент времени $t \in [t_0, T]$;

$Q_2^S(t)$ - предложение электроэнергии ГЭС в момент времени $t \in [t_0, T]$;

$Q_3^S(t)$ - предложение электроэнергии атомными станциями в момент времени $t \in [t_0, T]$.

Обозначим управления через:

$\varphi_i = Q_i^D / Q^D$ - доля спроса электроэнергии промышленностью;

$\varphi_a = Q_a^D / Q^D$ - доля спроса электроэнергии сельским хозяйством;

$\varphi_o = Q_o^D / Q^D$ - доля спроса электроэнергии остальными секторами;

$\varphi_f = Q_f^D / Q^D$ - доля экспортируемой электроэнергии;

$\eta_i = G_i / G$ - доля промышленной продукции;

$\eta_a = G_a / G$ - доля продукции сельского хозяйства;

$\eta_o = G_o / G$ - доля продукции остальных секторов;

$\eta_f = G_f / G$ - доля продукта, получаемого от экспортируемой электроэнергии;

$\psi = Q^D / G$ - спрос электроэнергии, приходящейся на одну единицу валового внутреннего продукта (ВВП);

$\psi_i = Q_i^D / G_i$ - спрос электроэнергии промышленностью, приходящейся на одну единицу промышленной продукции;

$\psi_a = Q_a^D / G_a$ - спрос электроэнергии сельским хозяйством, приходящейся на одну единицу сельскохозяйственной продукции;

$\psi_o = Q_o^D / G_o$ - спрос электроэнергии остальными секторами, приходящейся на одну единицу их продукции;

$\psi_f = Q_f^D / G_f$ - спрос на экспортируемую электроэнергию, приходящуюся на одну единицу экспортируемой продукции;

$\lambda = Q^D / Q^S$ - доля спроса электроэнергии относительно ее предложения;

$\mu=Q^S/G$ - доля предложения электроэнергии относительно ВВП;
 $G_1(t)$ - продукция ТЭЦ в момент времени $t \in [t_0, T]$;
 $G_2(t)$ - продукция ГЭС в момент времени $t \in [t_0, T]$;
 $G_3(t)$ - продукция атомных станций в момент времени $t \in [t_0, T]$;
 $\delta_1=Q^{S_1}/Q^S$ - доля электроэнергии, предлагаемой ТЭЦ;
 $\delta_2=Q^{S_2}/Q^S$ - доля электроэнергии, предлагаемой ГЭС;
 $\delta_3=Q^{S_3}/Q^S$ - доля электроэнергии, предлагаемой атомными станциями;
 $v_1 = G_1/G$ - доля продукции ТЭЦ в ВВП;
 $v_2 = G_2/G$ - доля продукции ГЭС в ВВП;
 $v_3 = G_3/G$ - доля продукции атомных станций в ВВП;
 $\mu_1=Q^{S_1}/G_1$ - доля предложения электроэнергии ТЭЦ относительно их продукции;
 $\mu_2=Q^{S_2}/G_2$ - доля предложения электроэнергии ГЭС относительно их продукции;
 $\mu_3=Q^{S_3}/G_3$ - доля предложения электроэнергии атомными станциями относительно их продукции.
 $E(t)=Q^S(t) - Q^D(t)$ - величина потерь электроэнергии в момент времени $t \in [t_0, T]$.

Основная модель. Пусть $\Delta(X) = \frac{\Delta x}{x}$ есть процент изменения переменной X .

Рассмотрим обобщение модели для последовательности функций $\{X_\ell\}_{\ell=0,1,\dots,n}$:

$$\Delta(X_0) = \sum_{i=0}^{n-1} \Delta\left(\frac{X_i}{X_{i+1}}\right) + \Delta(X_n). \quad (1)$$

Отсюда получаем, что

$$\Delta(Q^D) = \Delta\left(\frac{Q^D}{Q_i}\right) + \Delta\left(\frac{Q_i^D}{Q_a}\right) + \Delta\left(\frac{Q_a^D}{Q_o}\right) + \Delta\left(\frac{Q_o^D}{Q_f}\right) + \Delta\left(\frac{Q_f^D}{G}\right) + \Delta(G), \quad (2)$$

$$\Delta(Q^S) = +\Delta\left(\frac{Q^S}{Q_1}\right) + \Delta\left(\frac{Q_1^S}{Q_2}\right) + \Delta\left(\frac{Q_2^S}{Q_3}\right) + \Delta\left(\frac{Q_3^S}{G}\right) + \Delta(G). \quad (3)$$

Из (2) и (3) с учетом обозначений переменных управлений получаем:

(а) систему уравнений движения:

$$\begin{aligned} \dot{Q}^D \left(1 - \frac{\Psi}{\mu_\lambda}\right) &= \left(\frac{1}{\varphi_i} - \frac{\Psi}{\psi_i \eta_i}\right) \dot{Q}_i^D + \left(\frac{1}{\varphi_a} - \frac{\Psi}{\psi_a \eta_a}\right) \dot{Q}_a^D + \\ &+ \left(\frac{1}{\varphi_o} - \frac{\Psi}{\psi_o \eta_o}\right) \dot{Q}_o^D + \left(\frac{1}{\varphi_f} - \frac{\Psi}{\psi_f \eta_f}\right) \dot{Q}_f^D + (\lambda\mu - \Psi) \dot{G}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}^s \left(1 - \frac{\lambda \mu}{\psi}\right) &= \left(\frac{1}{\delta_1} - \frac{\mu}{v_1 \mu_1}\right) \dot{Q}_1^s + \left(\frac{1}{\delta_2} - \frac{\mu}{v_2 \mu_2}\right) \dot{Q}_2^s + \\ &+ \left(\frac{1}{\delta_3} - \frac{\mu}{v_3 \mu_3}\right) \dot{Q}_3^s + \left(\frac{\psi}{\lambda} - \mu\right) \dot{G}; \end{aligned} \quad (5)$$

(б) систему ограничений:

$$\begin{aligned} \varphi_i + \varphi_a + \varphi_o + \varphi_f &\leq 1, \\ \lambda \in (0,1), \mu \in (0,1), \\ \eta_i + \eta_a + \eta_o + \eta_f &\leq 1, \\ Q_i + Q_a + Q_o + Q_f &\leq Q, \\ \psi, \psi_i, \psi_a, \psi_o, \psi_f &\in (0,1), \\ \min\{\varphi_i, \varphi_a, \varphi_o, \varphi_f, \eta_i, \eta_a, \eta_o, \eta_f\} &\geq 0, \\ \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 &= 1, \\ v_1 + v_2 + v_3 &= 1, \\ \mu + \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 &= 1, \\ Q^s + Q^D &\geq 0; \end{aligned} \quad (6)$$

(в) целевую функцию:

$$\min(Q^s - Q^D), \quad (7)$$

где \min берется по всем управлениям при условии выполнения системы ограничений (6);

(г) начальные условия:

$$\begin{aligned} Q^D(t_o) &= Q_o^D, Q_r^D(t_o) = Q_{r_o}^D, r \in \{i, a, o, f\}, \\ Q^s(t_o) &= Q_o^s, Q_r^s(t_o) = Q_{r_o}^s, r \in \{1, 2, 3\}, \\ \varphi_r(t_o) &= \varphi_{r_o}, r \in \{i, a, o, f\}, \\ \lambda(t_o) &= \lambda_o, \mu(t_o) = \mu_o, \\ \psi(t_o) &= \psi_o, \\ \psi_r(t_o) &= \psi_{r_o}, r \in \{i, a, o, f\}, \\ \delta_r(t_o) &= \delta_{r_o}, r \in \{1, 2, 3\}, \\ v_r(t_o) &= v_{r_o}, r \in \{1, 2, 3\}, \\ \mu_r(t_o) &= \mu_{r_o}, r \in \{1, 2, 3\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Приведем систему (4), (5) к виду

$$Q^D(t_{l+1}) = Q^D(t_l) + (\eta_i^D \dot{Q}_i^D + \eta_a^D \dot{Q}_a^D + \eta_o^D \dot{Q}_o^D + \eta_f^D \dot{Q}_f^D + \eta_G^D \dot{G}) \Delta t_l, \quad (9)$$

$$Q^S(t_{l+1}) = Q^S(t_l) + (\eta_1^S \dot{Q}_1^S + \eta_2^S \dot{Q}_2^S + \eta_3^S \dot{Q}_3^S + \eta_4^S \dot{G}) \Delta t_l, \quad (10)$$

$$\ell = 0, 1, \dots, n,$$

где

$$\begin{aligned} \eta_i^D &= \left(\frac{1}{\phi_i} - \frac{\psi}{\psi_i \eta_i} \right) / \left(1 - \frac{\psi}{\lambda \mu} \right), \\ \eta_a^D &= \left(\frac{1}{\phi_a} - \frac{\psi}{\psi_a \eta_a} \right) / \left(1 - \frac{\psi}{\lambda \mu} \right), \\ \eta_o^D &= \left(\frac{1}{\phi_o} - \frac{\psi}{\psi_o \eta_o} \right) / \left(1 - \frac{\psi}{\lambda \mu} \right), \\ \eta_G^D &= \lambda \mu, \\ \eta_1^S &= \left(\frac{1}{\delta_1} - \frac{\mu}{v_1 \mu} \right) / \left(1 - \frac{\lambda \mu}{\psi} \right), \\ \eta_2^S &= \left(\frac{1}{\delta_2} - \frac{\mu}{v_2 \mu} \right) / \left(1 - \frac{\lambda \mu}{\psi} \right), \\ \eta_3^S &= \left(\frac{1}{\delta_3} - \frac{\mu}{v_3 \mu} \right) / \left(1 - \frac{\lambda \mu}{\psi} \right), \\ \eta_4^S &= \frac{\lambda}{\psi}. \end{aligned} \quad (11)$$

Модель данных и результаты. Нетрудно убедиться, что полное множество входных переменных задачи (7)-(11) является объемистым, так как включает множество переменных управлений, характеризующих спрос и предложение электроэнергии.

Решение задачи (7)-(11) проведем при помощи метода случайного поиска с "пересчетом" [6]. Разобьем плановый период $[t_0, T]$ на части $[t_l, t_{l+1}]$, $l=0, 1, \dots, p-1$, где $t_p=T$.

Определим вектор - функцию $\{J_i(t)\}$ $i=1, 2, \dots, 24$ следующим образом:

$$\begin{aligned}
J_1(t) &= \varphi_i(t), & J_2(t) &= \varphi_a(t), & J_3(t) &= \varphi_o(t), & J_4(t) &= \varphi_f(t), \\
J_5(t) &= \lambda(t), & J_6(t) &= \mu(t), \\
J_7(t) &= \eta_i(t), & J_8(t) &= \eta_a(t), & J_9(t) &= \eta_o(t), & J_{10}(t) &= \eta_f(t), \\
J_{11}(t) &= \psi(t), & J_{12}(t) &= \psi_i(t), & J_{13}(t) &= \psi_a(t), \\
J_{14}(t) &= \psi_o(t), & J_{15}(t) &= \psi_f(t), \\
J_{16}(t) &= \delta_1(t), & J_{17}(t) &= \delta_2(t), & J_{18}(t) &= \delta_3(t), \\
J_{19}(t) &= v_1(t), & J_{20}(t) &= v_2(t), & J_{21}(t) &= v_3(t), \\
J_{22}(t) &= \mu_1(t), & J_{23}(t) &= \mu_2(t), & J_{24}(t) &= \mu_3(t).
\end{aligned}$$

Общий шаг алгоритма состоит в следующем. Для значения t_ℓ определяем

$$J_j(t_{\ell+1}) = J_j(t_\ell) + a_N \quad X(a_N, X_N, \xi_N) \xi_N,$$

$$X(a, x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если } R(x + ay) < R(x), \\ 0, & \text{если } R(x + ay) \geq R(x), \end{cases}$$

где $R(x) = Q^S(x) + Q^D(x)$, a_N, ξ_N - соответственно величина шага и случайный вектор, равномерно распределенный на n - мерной сфере.

Согласно [6], количество шагов N удовлетворяет следующему условию:

$$N = \log \frac{E/R_o(t_\ell)}{\log\left(1 - \frac{c_1}{n}\right)},$$

где $E = Q^S - Q^D$, c_1 - коэффициент пропорциональности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Chen Y.W. and Tzeng G.H.** Fuzzy Multi-objective Approach to the supply Chain Model, Multiple Objective and Goal Programming, Recent Developments, Physica-Verlag, NewYork, 2002. - P. 221-234.
2. **Bierman H.Jr., Bonini Ch.P., Hausman W.H.** Quantitative Analysis for Business Decisions, Boston, Richard D. IRWIN, INC. 1991. - P. 742.
3. **Chu S.C.K.** Goal Programming Model for Airport Ground Support Equipment Parking, Multiple Objective and Goal Programming, Recent Developments, Physica-Verlag, New York, 2002. -P. 235-246.
4. **Arakelyan A.H., Grigoryan T.G., Sargsyan A.S.** Analysis of catching of information flows to provide the increase of the efficiency of the management of dynamic operations, Internet-based Enterprise Integration and Management, 31 October - 1 November, 2001 Proceedings, Newton, Massachusetts, USA. - P. 152-158.
5. **Arakelyan A.H., Simonyan H.S.** Dynamic multiple objective decision support system to provide the monitoring and management, the carbone dioxide emission, The Fourth International conference on Multiple objective programming and Goal programming, Proceedings, Poland, 2000. - P. 7-10.

6. **Растрингин Л.А., Рипа К.К., Тарасенко Г.С.** Адаптация случайного поиска. - Рига: Зинатне, 1978. - 243 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 10.01.2003.

**Մ.Ա. ԵՍԱՅԱՆ, Ա.Հ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ,
Ս.Ա. ՄԻՆԱՍՅԱՆ, Գ.Պ. ՄԵԼԻՔՅԱՆ**

ԷՆԵՐԳԵՏԻԿ ՌԵՍՈՒՐՍՆԵՐԻ ԲԱՇԽՄԱՆ ԴԻՆԱՄԻԿ ՄՈՂԵԼ

Առաջարկվում է էներգետիկ ռեսուրսների բաշխման խնդրի դինամիկ մոդել և լուծում: Որպես մոդելի գործոններ դիտարկվում են էլեկտրաէներգիայի պահանջարկը, առաջարկը և համախառն ներքին արդյունքը, իսկ որպես կառավարման փոփոխականներ՝ այդ գործոններով սահմանված մեծություններ: Ցույց է տրվում, որ ընդհանուր առաջարկի և պահանջարկի՝ ժամանակից կախված ածանցյալներով կարելի է նկարագրել էլեկտրաէներգիայի առաջարկի և պահանջարկի հավասարակշռության կետը:

Մշակված դինամիկ լավարկման խնդրի մոդելը և վերջինիս լուծման ալգորիթմը հնարավորություն են տալիս ստանալ սահմանափակումների համակարգին բավարարող լավարկված հետազոտներ:

**M.A. YESAYAN, A.H. ARAKELYAN,
S.A. MINASSYAN, G.P. MELIKYAN**

DYNAMIC MODEL OF POWER RESOURCES DISTRIBUTION

A dynamic model is proposed for the problem of energy and power resources distribution in the region having diverse sectors of production: industry, agriculture as well as sectors involving transport and communication, public services, trade, science and education.