

Г.А. ТУМАНЯН

ЗАКОНОМЕРНОСТИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОРИСТЫХ ТЕЛ ПРИ ЭКСТРУЗИИ

На основе анализа литературных источников установлено, что зависимость пористости при горячей экструзии заготовки от коэффициента вытяжки, давления при экструзии (p), предела текучести порошка (δ_T), температуры при экструзии (T), угла матрицы (α) и начальной пористости (θ_0) до настоящего времени получена экспериментальным путем, что связано с большими трудозатратами. Представлена формула, позволяющая аналитическим путем оценить пористость при экструзии.

Ключевые слова: горячая экструзия, коэффициент вытяжки, предел текучести, пористость.

Для выявления закономерности процесса деформирования пористых тел при горячей экструзии необходимо определить условия равновесия и неразрывности протекания процессов при горячей экструзии пористых материалов.

До настоящего времени эти процессы были изучены экспериментально, что связано с большими трудозатратами. Данная работа посвящена выявлению возможности теоретического обоснования процесса при горячей экструзии, что позволяет расчетным путем оценить зависимость пористости порошковых тел при горячей экструзии от коэффициента вытяжки (λ), давления при экструзии (p), предела текучести порошка (σ_T), температуры при экструзии (T), угла матрицы (α) и начальной пористости заготовки (θ_0).

Сложность теоретического исследования процесса деформирования порошковых тел, обусловленная переменным объемом тела, вызывает необходимость создания и изучения расчетной модели.

Цель данной работы - на основе большого количества экспериментальных данных представить обобщенное аналитическое выражение, позволяющее оценить изменение пористости тела в процессе горячей экструзии с учетом параметров экструзии.

Рассмотрим процесс экструзии цилиндрического порошкового тела, приняв сферическую систему координат (r, α, φ), начало которой находится в вершине конуса между образующими матрицы $\alpha_m \leq 60^\circ$. Считая, что скорости движения в очаге деформации направлены по радиусу r , найдем поле скоростей движения частиц сплава:

$$V_r = V_r(r), \quad V_\alpha = 0, \quad V_\varphi = 0. \quad (1)$$

Допуская, что на верхней границе очага деформации ($r=b$) скорости движения всех точек не зависят от угла деформации, получим

$$V_0 F_k = -V_r F_r, \quad (2)$$

где V_0 – скорость деформирования; F_k – площадь контейнера (заготовки);
 $F_r = 2\pi r^2(1 - \cos \alpha)$ – площадь сферической поверхности шарового сегмента радиуса r [1].

Тогда радиальная скорость будет

$$V_r = \frac{V_0 R_H^2}{2r^2(1 - \cos \alpha)}. \quad (3)$$

Геометрическим местом точек, имеющих одинаковую радиальную скорость движения, будут поверхности шаровых сегментов. Начало зоны деформирования ограничивается сегментом радиуса $r=b$, конец – сегментом радиуса $r=c$.

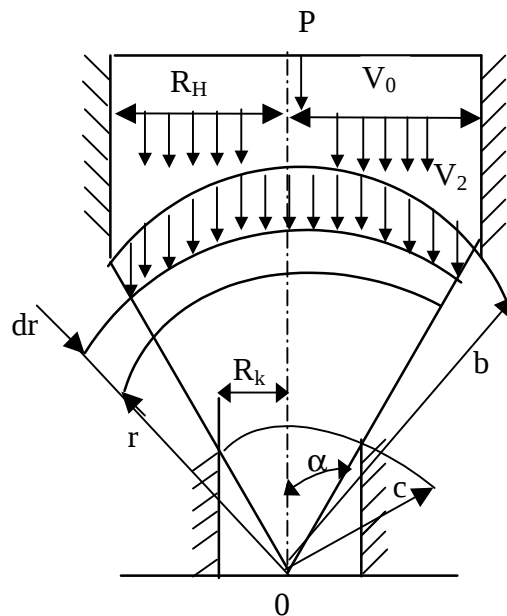


Рис. Схема течения материала при экструзии

Пористость определяется как отношение объема пор V_p к объему пористого тела V_T :

$$\theta = V_p / V_T. \quad (4)$$

Учитывая, что объем вещества $V_B = V_T - V_p$, где

$$V_B = G / \rho; \quad V_T = G / \rho_T, \quad (5)$$

из (1) следует

$$\theta = \frac{V_T - V_B}{V_T} = 1 - \frac{V_B}{V_T} = 1 - \frac{G / \rho}{G / \rho_T} = 1 - \frac{\rho_T}{\rho};$$

$$\rho_T = \rho(1 - \theta), \quad (6)$$

где ρ_T – плотность пористого тела; ρ – плотность вещества (компетентного материала); G – масса вещества.

Чтобы установить закономерность при горячей экструзии композиционных материалов, необходимо учесть условия равновесия и неразрывности, приведенные в [2].

Уравнение равновесия имеет вид

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\phi}{r} = 0, \quad (7)$$

а уравнение неразрывности :

$$\varepsilon_r + 2\varepsilon_\phi = \varepsilon = \frac{1}{1 - \theta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + V_r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right). \quad (8)$$

Уравнения для нормальных напряжений при экструзии однородных цилиндрических тел имеют вид [3]

$$\sigma_r = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_T \left[2n \ln \frac{a}{r} + C_1 \right]; \quad \sigma_\alpha = \sigma_\phi = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_T \left[2n \ln \frac{a}{r} + C_2 \right], \quad (9)$$

$$C_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\cos \alpha_m}{2 - \cos \alpha_m}} + \frac{3}{\sqrt{2}} \ln |\cos \alpha_m - 1,5 + \sqrt{\cos^2 \alpha_m - 3 \cos \alpha_m + 2}| + \\ + 2,177 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{2} \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha_m}{2 - \cos \alpha_m}}, \quad (10)$$

$$C_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\cos \alpha_m}{2 - \cos \alpha_m}} + \frac{3}{\sqrt{2}} \ln |\cos \alpha_m - 1,5 + \sqrt{\cos^2 \alpha_m - 3 \cos \alpha_m + 2}| + \\ + 2,177 + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha_m}{2 - \cos \alpha_m}},$$

где n, C_1, C_2 – расчетные коэффициенты.

Внося в дифференциальное уравнение равновесия (7) уравнение нормальных напряжений (9), получим

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = -\frac{2\sigma_r}{r} \left(1 - \frac{\sigma_\phi}{\sigma_r} \right), \\ \frac{\partial \sigma_r}{\sigma_r} = -2 \left(1 - \frac{\sigma_\phi}{\sigma_r} \right) \frac{\partial r}{r} = -2 \left(1 - \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_T \left[2n \ln \frac{a}{r} + C_2 \right]}{\frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_T \left[2n \ln \frac{a}{r} + C_1 \right]} \right) \frac{\partial r}{r} = \\ = -\frac{C_1 - C_2}{n \left(\ln \frac{a}{r} + \frac{C_1}{2n} \right)} \frac{\partial r}{r}, \quad (11)$$

$$\int \frac{\partial \sigma_r}{\sigma_r} = \frac{C_1 - C_2}{n} \int \frac{d\left(\ln \frac{a}{r} + \frac{C_1}{2n}\right)}{\ln \frac{a}{r} + \frac{C_1}{2n}} = \ln \sigma_r = \frac{C_1 - C_2}{n} \ln \left[\ln \frac{a}{r} + \frac{C_1}{2n} \right] + C. \quad (12)$$

При $r = b$ $\sigma_r = p$, где p – давление при экструзии.

Из формулы (12) определим величину C :

$$C = \ln p - \left(\frac{C_1 - C_2}{n} \right) \ln \left(\frac{a}{b} + \frac{C_1}{2n} \right).$$

Подставляя значение постоянной величины “ C ” в (12), получим

$$\begin{aligned} \ln \sigma_r &= \ln \frac{2n}{\sqrt{3}} \sigma_T \left[\ln \frac{a}{r} + \frac{C_1}{2n} \right] = \\ &= \left(\frac{C_1 - C_2}{n} \right) \ln \left(\ln \frac{a}{r} + \frac{C_1}{2n} \right) - \left(\frac{C_1 - C_2}{n} \right) \ln \left(\ln \frac{a}{b} + \frac{C_1}{2n} \right) + \ln p. \end{aligned} \quad (13)$$

Решив уравнение (13), получим

$$\left\{ \frac{2n}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_T}{P} \left[\ln \frac{a}{b} + \frac{C_1}{2n} \right]^{\frac{C_1 - C_2}{n}} \right\}^{\frac{1}{\frac{C_1 - C_2}{n} - 1}} - \frac{C_1}{2n} = \ln a - \ln r, \quad (14)$$

где a – параметр, постоянная величина, любое значение которого удовлетворяет вышеприведенным уравнениям. В нашем случае R_H – постоянная величина, поэтому принимаем $a = R_H$ (см. рис.).

Уравнение неразрывности имеет вид

$$\varepsilon_r + 2\varepsilon_\phi = \varepsilon = \frac{1}{1 - \theta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + V_r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right).$$

Кинематические соотношения, определяющие компоненты тензора скоростей деформации, имеют вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \partial V_r / \partial r; \quad \varepsilon_\phi = V_r / r, \\ \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{2V_r}{r} &= \varepsilon = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r^2 V_r). \end{aligned} \quad (15)$$

Последнее равенство можно представить в виде

$$\frac{\partial}{\partial r} (r^2 V_r) = \varepsilon r^2.$$

Интегрируя его с учетом независимости ε от r , получим

$$\int d(r^2 V_r) = \varepsilon \int r^2 dr; \quad r^2 V_r = \varepsilon \frac{r^3}{3} + C, \quad \text{при } r = b, \quad V_r = V_0,$$

$$b^2 V_0 = \varepsilon \frac{b^3}{3} + C; \quad C = b^2 V_0 - \varepsilon \frac{b^3}{3},$$

$$r^2 V_r = \varepsilon \frac{r^3}{3} + b^2 V_0 - \varepsilon \frac{b^3}{3} = b^2 V_0 + \frac{\varepsilon}{3} (r^3 - b^3).$$

Подставив значение (3) в данное уравнение, получим

$$\begin{aligned} r^2 \frac{V_0 R_H^2}{2r^2(1-\cos\alpha)} &= b^2 V_0 + \frac{\varepsilon}{3} (r^3 - b^3), \\ \frac{V_0 R_H^2}{2(1-\cos\alpha)} &= b^2 V_0 + \frac{\varepsilon}{3} (r^3 - b^3), \\ \varepsilon &= \frac{3V_0 \left[\frac{R_H^2}{2(1-\cos\alpha)} - b^2 \right]}{r^3 - b^3}, \\ \varepsilon &= \frac{1}{1-\theta} \left(\frac{\partial\theta}{\partial t} + V_r \frac{\partial\theta}{\partial r} \right). \end{aligned} \tag{16}$$

Так как пористость не зависит от радиуса $\partial\theta/\partial r = 0$, $\varepsilon = \left(\frac{1}{1-\theta} \right) \frac{\partial\theta}{\partial t}$, то

$$\begin{aligned} \int \varepsilon dt &= -\int \frac{\partial(1-\theta)}{1-\theta}; \quad \varepsilon t = -\ln(1-\theta) + C \quad \text{при } t=0, \quad \theta = \theta_0 - \text{начальная пористость,} \\ -\varepsilon t &= \ln \left(\frac{1-\theta}{1-\theta_0} \right). \end{aligned} \tag{17}$$

Подставив значение ε в (16), получим

$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{1-\theta}{1-\theta_0} \right) &= -\frac{3V_0 t \left[\frac{R_H^2}{2(1-\cos\alpha)} - b^2 \right]}{r^3 - b^3}, \\ r^3 - b^3 &= -\frac{3V_0 t \left[\frac{R_H^2}{2(1-\cos\alpha)} - b^2 \right]}{\ln \left(\frac{1-\theta}{1-\theta_0} \right)}, \end{aligned} \tag{18}$$

$$\ln r = \ln \left\{ b^3 - \frac{3V_0 t \left[\frac{R_H^2}{2(1-\cos\alpha)} - b^2 \right]}{\frac{\ln \left(\frac{1-\theta}{1-\theta_0} \right)}{3}} \right\}. \tag{19}$$

Подставив значение $\ln r$ в (14), получим

$$\begin{aligned}
& 3 \left\{ \left[\frac{2n}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_T}{p} \left(\ln \frac{a}{b} + \frac{C_1}{2n} \right)^{\frac{C_1-C_2}{n}} \right]^{\frac{1}{\frac{C_1-C_2}{n}-1}} - \frac{C_1}{2n} \right\} = \\
& = 3 \ln a - \ln \left[b^3 - \frac{3V_0 t \left[\frac{R_H^2}{2(1-\cos \alpha)} - b^2 \right]}{\ln \left(\frac{1-\theta}{1-\theta_0} \right)} \right], \\
& 3 \left\{ \left[\frac{2n}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_T}{p} \left(\ln \frac{a}{b} + \frac{C_1}{2n} \right)^{\frac{C_1-C_2}{n}} \right]^{\frac{1}{\frac{C_1-C_2}{n}-1}} - \frac{C_1}{2n} \right\}.
\end{aligned}$$

Обозначив последнее выражение через А, после преобразований получим

$$\begin{aligned}
& \frac{a^3}{b^3 - \frac{3V_0 t \left[\frac{R_H^2}{2(1-\cos \alpha)} - b^2 \right]}{\ln \left(\frac{1-\theta}{1-\theta_0} \right)}} = e^A, \\
& \frac{3V_0 t \left[\frac{R_H^2}{2(1-\cos \alpha)} - b^2 \right] e^A}{\ln \left(\frac{1-\theta}{1-\theta_0} \right)} = b^3 e^A - a^3, \\
& \ln \left(\frac{1-\theta}{1-\theta_0} \right) = \frac{3V_0 t \left[\frac{R_H^2}{2(1-\cos \alpha)} - b^2 \right] e^A}{b^3 e^A - a^3}. \quad (20)
\end{aligned}$$

Выделяя элементарный объем, ограниченный сферическими поверхностями с радиусами r и $r+dr$ и конической поверхностью матрицы (рис.), получим значение элементарного объема $dV = 2\pi(1-\cos \alpha)r^2 dr$:

$$V = \int_c^b 2\pi(1-\cos \alpha)r^2 dr = 2\pi(1-\cos \alpha) \frac{r^3}{3} = 2\pi(1-\cos \alpha) \frac{(b^3 - C^3)}{3}. \quad (21)$$

Применяя известное уравнение постоянства массы (кусочный метод), получим $\pi R_H^2 V_0 t \rho (1 - \theta_0) = \frac{2\pi}{3} (1 - \cos \alpha) (b^3 - c^3) \rho (1 - \theta_0)$. Из полученного уравнения определим значение $V_0 t$:

$$V_0 t = \frac{\frac{2}{3} (1 - \cos \alpha) (b^3 - c^3)}{R_H^2}. \quad (22)$$

Подставляя значение $V_0 t$ в (20), получим

$$\ln \left(\frac{1 - \theta}{1 - \theta_0} \right) = \frac{2(1 - \cos \alpha) (b^3 - c^3) \left[\frac{R_H^2}{2(1 - \cos \alpha)} - b^2 \right] e^A}{R_H^2 [b^3 e^A - a^3]}.$$

Переходя от сферических координат к декартовым, где

$$b = R_H / \sin \alpha; \quad c = R_k / \sin \alpha; \quad \lambda = \frac{R_H^2}{R_K^2},$$

после преобразований получим

$$\ln \left(\frac{1 - \theta}{1 - \theta_0} \right) = \frac{\left| 1 - \frac{2}{1 + \cos \alpha} \right| (\lambda \sqrt{\lambda} - 1) e^A}{\lambda \sqrt{\lambda} (e^A - \sin^3 \varphi)}, \quad (23)$$

$$\theta = 1 - (1 - \theta_0) e^{\frac{\left| 1 - \frac{2}{1 + \cos \alpha} \right| (\lambda \sqrt{\lambda} - 1) e^A}{\lambda \sqrt{\lambda} (e^A - \sin^3 \alpha)}}. \quad (24)$$

Из формулы (24) $\left| 1 - \frac{2}{1 + \cos \alpha} \right|$ берется только их положительное значение.

Для определения коэффициента “n” используем известную формулу дифференциального уравнения [4]:

$$\frac{d\psi}{d\alpha} = \frac{n}{\cos 2\psi} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{tg} 2\psi - \sqrt{3}. \quad (25)$$

Компоненты тензора скорости деформации, выраженные через интенсивность скорости деформации γ , определяются в виде [4]

$$\varepsilon_r = \frac{2}{\sqrt{3}} \gamma \cos 2\psi; \quad \varepsilon_\alpha = \varepsilon_\varphi = -\frac{1}{\sqrt{3}} \gamma \cos 2\psi; \quad \gamma_{(r,\alpha)} = \gamma \sin 2\psi. \quad (26)$$

Компоненты скорости деформации и радиальная скорость связаны зависимостями [4]

$$\varepsilon_r = \frac{\partial V_r}{\partial r}; \quad \varepsilon_\alpha = \varepsilon_\varphi = \frac{V_r}{r}; \quad 2\gamma(r, \alpha) = \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial r},$$

$$\frac{\gamma \sin 2\psi}{\gamma \frac{2}{\sqrt{3}} \cos 2\psi} = \frac{\gamma_{(r,\alpha)}}{\epsilon_r} = \frac{\frac{1}{2r} \frac{\partial V_r}{\partial \alpha}}{\frac{\partial V_r}{\partial r}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} 2\psi. \quad (27)$$

Вводя в данное уравнение радиальное значение скорости V_r (3), получим

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\psi &= \frac{\sin \alpha}{2\sqrt{3}(1 - \cos \alpha)}, \\ 2\psi &= \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{2\sqrt{3}} \left(\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \right) \right], \\ \frac{2d\psi}{d\alpha} &= \frac{\frac{d}{d\alpha} \left[\frac{1}{2\sqrt{3}} \left(\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \right) \right]}{1 + \left[\frac{1}{2\sqrt{3}} \left(\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \right) \right]^2}. \end{aligned} \quad (28)$$

Таблица

Зависимость пористости при горячей экструзии заготовки от коэффициента вытяжки (λ), давления при экструзии (p), предела текучести порошка (σ_T), температуры экструзии, угла матрицы (α) и начальной пористости (θ_0)

Температура экструзии, $T, ^\circ\text{C}$	Коэффициент вытяжки, λ	Давление экструзии, $p, \text{МПа}$	Предел текучести $\sigma_T, \text{МПа}$	Начальная пористость, $\theta_0, \%$	Пористость образца после экструзии, %			
					при угле матрицы $\alpha, \text{град}$			
					экспериментальные данные		расчетные данные	
					55°	60°	55°	60°
1100	2	87,5	25,83	25	7,8	4,45	8	4,3
	4	162,5	25,83	25	1,9	0,2	1,95	0,15
	6	200	25,83	25	0,3	0	0,31	0
	8	240	25,83	25	0	0	0	0

Полученное дифференциальное уравнение дает возможность определить коэффициент “ n ”:

$$\frac{d\psi}{d\alpha} = - \frac{\sqrt{3}}{(13 - 11 \cos \alpha)}.$$

Подставив значения $\operatorname{tg} 2\psi, \cos 2\psi, d\psi/d\alpha$ в (25), определим коэффициент “ n ”.

Экспериментальные данные о пористости получены на спеченных заготовках железного порошка ПЖ2М [5, 6]. В приведенной таблице значения пористости,

полученные экспериментальным и аналитическим путем, показывают, что разброс находится в пределах 5 ... 7% .

Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными показывает, что выведенная формула реально описывает процесс экструзии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлов В.А., Кипарисов С.С., Щербина В.В. Обработка давлением порошков цветных металлов. – М.: Металлургия, 1977. – 176 с.
2. Штерн М.Б., Сердюк Г.Г. и др. Феноменологические теории прессования порошков. – Киев.: Наукова думка, 1982. – 140 с.
3. Манукян Н.В., Агбальян С.Г., Туманян Г.А. и др. 1. Напряженно-деформированное состояние при экструзии разнородных материалов // Порошковая металлургия, – 1991. – №9. – С. 23-28.
4. Соколовский В.В. Теория пластичности. – М.: Высшая школа, 1969. – 608 с.
5. Манукян Н.В. Технология порошковой металлургии. – Ереван: Айастан. – 232 с.
6. Саркисян Ш.Э. Исследование процессов экструзии и разработка технологии получения беспористых, металлокерамических материалов: Дис. ... канд. техн. наук. – Ереван, 1971. – 155 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 25.02. 2003.

Գ.Հ. ԹՈՒՄԱՆՅԱՆ

ԾԱԿՈՏԿԵԼ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ԱՐՏԱՄՂՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ԱՌԱՋԱՑԱԾ ԼԱՐՎԱԾՍ - ԴԵՖՈՐՄԱՑՎԱԾ ՎԻՃԱԿԻ ՕՐԻՆԱԶՍՓՈԻԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Գրականության աղբյուրների վերլուծության հիման վրա ընդունված է, որ տաք արտամղված նախապատրաստվածքի ծակոտկենության կախումը արտամղման գործակցից (λ), արտամղման ճնշումից (p), մետաղյա փոշիների հոսունության սահմանից (σ_T), արտամղման ջերմաստիճանից (T), մատրիցի անկյունից (α) և նախապատրաստվածքի նախնական ծակոտկենությունից մինչև այժմ ստացվում էր փորձնական եղանակով, ինչը շատ աշխատատար է: Աշխատանքում ներկայացված է բանաձև, որը հնարավորություն է տալիս վերլուծական եղանակով որոշելու ծակոտկենությունն արտամղման ժամանակ:

G.H. TUMANYAN

STRESS – STRAIN STATE MECHANISM OF POROUS BODIES DURING EXTRUSION

Based on the literature analysis it is established that the dependence of hot extrusion bar porosity on drawing coefficient, extrusion pressure (p), powder flow limits (σ_T), extrusion temperature (T), angle of matrix (α) and initial porosity (θ_0) so far has been obtained experimentally that leads to great labour expenses. A formula permitting to appreciate extrusion porosity analytically is given.